

NOTICIERO

de la

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Comité Editor:

Dr. Carlos Cabrelli, Dra. Andrea Solotar

Depto. de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA
Pabellón I - Ciudad Universitaria, 1428 - Buenos Aires

**Dr. Hugo Aimar, Dra. Eleonor Harboure,
Dr. Roberto Macías**

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, 3000 Santa Fe

Editor:

Dr. Ricardo Toledano

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, 3000 Santa Fe

E-mail: noticiero.uma@gmail.com URL: www.ceride.gov.ar/notiuma

CONTENIDOS

■ A nuestros lectores	3
■ Nociones Básicas: Observaciones sobre los números primos y la función Zeta de Riemann. Por Pablo Panzone	4
■ Premios y Distinciones	12
■ Comunicaciones Científicas UMA 2008	13
■ Comunicaciones REM 2008	306
■ Unión Matemática Argentina: Información general.	357

¹ISSN 1514-9560

Permitida la reproducción parcial o total del contenido de esta Revista, con fines educativos o científicos, siempre que se mencione la fuente.

A nuestros Lectores

En este número publicamos un interesante artículo expositivo de Pablo Panzone sobre números primos y la función zeta de Riemann. Mencionamos también en este número los importantes premios obtenidos por dos matemáticos argentinos: el Premio Ramanujan 2008 de ICTP (Trieste) otorgado a Enrique R. Pujals (IMPA, Brasil) y el Premio L'oreal-Unesco-Conicet "Por la Mujer en la Ciencia" 2008 otorgado a Liliana Forzani (UNL-IMAL- Conicet). Por último, publicamos los reúmenes de las Comunicaciones Científicas de la UMA 2008 y de las Comunicaciones de la REM 2008 realizadas en la Universidad Nacional de Cuyo. Toda crítica, opinión y/o sugerencia acerca de los artículos y notas publicados en el Noticiero serán bienvenidas y las daremos a conocer, en la medida de lo posible, en una sección aparte.

Ricardo Toledano, Editor

Fechas Límites para envío de colaboraciones: 25 de febrero, 25 de junio y 5 de noviembre de cada año.

Toda colaboración, información e inquietud debe ser enviada a:

noticiero.uma@gmail.com

Sitio web: *http://www.ceride.gov.ar/notiuma*

Observaciones sobre los números primos y la función Zeta de Riemann

Pablo Panzone

Departamento e Instituto de Matematica
Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253
(8000) Bahia Blanca
email: ppanzone@uns.edu.ar

Los números primos han cobrado cierta notoriedad en la actualidad debido a que la seguridad de las comunicaciones electrónicas se basan en la dificultad de factorizar un número $n = p_1 \cdot p_2$ producto de dos primos p_1 y p_2 “grandes”.

Era bien conocido ya en la antigüedad que la cantidad de primos es infinita. Gauss, en su juventud en 1792, conjeturó que su distribución en forma asintótica era la siguiente (Legendre conjeturó una distribución ligeramente distinta):

Teorema (Teorema de los Numeros Primos (TNP)). Si $\pi(x) = \sum_{p \leq x} 1$ es la función distribución de los primos p , es decir, cuenta la cantidad de primos entre 1 y x entonces:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{x/\log(x)} = 1.$$

Chebycheff en 1848 fue quien mostró que $c_1 x / \log(x) \leq \pi(x) \leq c_2 x / \log(x)$, para x suficientemente grande con constantes explícitas $0 < c_1 < 1 < c_2$. Además demostró que si el límite $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{x/\log(x)}$ existía, debía ser igual a 1.

Fue Riemann quien propuso en 1859, en su único y trascendente trabajo sobre teoría de números, atacar el problema por medio de la función definida por

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}, \quad (\sigma > 1) \quad (1)$$

que lleva su nombre. Aquí se usa $s = \sigma + it$ como variable compleja, en vez de la usual $z = x + iy$ (esta es una nomenclatura histórica). En este trabajo de tan solo 10 páginas delineó también una posible demostración. Dos observaciones: Euler también conocía la función zeta pero la utilizó para s real; Gauss fue jurado de la disertación de Riemann.

Muchos de los resultados del trabajo de Riemann fueron probados después por Hadamard, de la Vallée-Poussin, Hardy y von Mangoldt. En 1896, en forma independiente, Hadamard y de la Vallée-Poussin probaron el TNP.

La relación de la zeta de Riemann con los primos viene dada por la fórmula

$$\zeta(s) = \prod_{p \text{ primo}} (1 - p^{-s})^{-1}, \quad (\sigma > 1) \quad (2)$$

Formalmente esta igualdad puede probarse desarrollando la productoria y escribiendo $\frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}}$ como una serie geométrica. Invertiendo y usando (2) obtenemos

$$\frac{1}{\zeta(s)} = \prod_{p \text{ primo}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^s}, \quad (3)$$

donde $\mu(n)$ es la denominada función de Moebius que toma los valores $\mu(n) = 0$ si para algún p primo, $p^2 | n$, y $\mu(n) = (-1)^k$ si $n = p_1 \cdots p_k$, con p_i primos distintos.

Conviene en este punto introducir lo que se denomina una serie de Dirichlet, que es una función de la forma $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}$. Así, si $a_n = 1$ para todo n , se obtiene la zeta de Riemann. La multiplicación de dos series de Dirichlet da formalmente

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}\right) \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n^s}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{n^s},$$

donde $c_n = \sum_{d|n} a_{d/n} b_d = \sum_{d|n} b_{d/n} a_d$.

Muchas funciones en teoría de números se escriben como producto de series de Dirichlet como arriba, por ejemplo, (aquí $\sigma(n) = \sum_{d|n} d$)

$$\zeta(s)\zeta(s-1) = \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}\right) \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^s}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma(n)}{n^s}, \quad (\sigma > 2) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)} &= - \sum_{p \text{ primo}} \frac{\log(p)}{p^s} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} \\ &= - \sum_{p \text{ primo}} \log(p) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{p^{ms}} \\ &= - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Lambda(n)}{n^s}, \quad (\sigma > 1). \end{aligned}$$

Esta última se obtiene derivando logarítmicamente (2), es decir la función $\Lambda(n)$ es la función de von Mangoldt que se define como $\Lambda(n) = \log(p)$ si $n = p^r$ (p primo) y cero en cualquier otro caso.

Obsérvese que de $\zeta(s) \cdot \frac{1}{\zeta(s)} = 1$ se obtiene la siguiente relación para la función de Moebius

$$\sum_{d/n} \mu(d) = 0 \quad \text{si } 1 < n \quad \text{y} \quad \sum_{d/1} \mu(d) = 1, \tag{5}$$

que puede probarse también elementalmente.

Las funciones de Moebius y de von Mangoldt están ligadas a la distribución de primos y con cierto trabajo puede mostrarse que son equivalentes (aquí $\psi(x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n)$):

$$TNP \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n} = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\psi(x)}{x} = 1. \tag{6}$$

Queremos dar una demostración formal de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n} = 0$. Para ello introducimos la noción de serie de Lambert, que es una serie de la forma $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n z^n}{1-z^n}$. Puede probarse desarrollando que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n z^n}{1-z^n} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sum_{d/n} a_d) z^n$. Luego usando $a_n = \mu(n)$ y la propiedad (5) tenemos

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n) z^n}{1-z^n} = z,$$

multiplicando por $(1-z)$ y tomando límites obtenemos

$$\lim_{z \rightarrow 1^-} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n) z^n}{1+z+\dots+z^{n-1}} = 0.$$

Ahora bien, si uno toma el límite formal de la izquierda, este da $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n} = 0$. Luego todo el problema se reduce a probar que este límite formal es verdadero. Este problema es delicado y en realidad depende del hecho que

$\zeta(1+it) \neq 0$ para todo t real (probado por Hadamard y de la Vallée-Poussin). Nótese que por la fórmula (2), $\zeta(\sigma+it) \neq 0$ si $1 < \sigma$ pues la productoria se anula sólo si algún factor se anula. Una demostración con todos los detalles en esta dirección puede verse en [7] y [9] siguiendo las ideas de N. Wiener.

Las primeras demostraciones del TNP, vía la tercer equivalencia de (6), usaron variantes de la siguiente fórmula (que se deduce usando la llamada fórmula de Perron)

$$\psi(x) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{k-iT}^{k+iT} \frac{\zeta'(s)x^s}{\zeta(s)s} ds + R_x,$$

donde R_x es un resto despreciable en comparación con x ; $k = 1 + 1/\log(x)$ y $T = T(x) = e^{\sqrt{c \log(x)}}$. La línea de integración se deforma incluyendo el polo de $\zeta(s)$ en 1 y esto lleva a escribir la integral, usando el teorema de Cauchy y tomando en cuenta el residuo en 1, como $\psi(x) = x + R'_x + R_x$, con R'_x un resto de orden menor que x . Véase [11] página 167 y [13].

La función zeta de Riemann tiene tres propiedades importantes:

- i) $\zeta(s) - 1/(s-1)$ es entera, es decir puede continuarse analíticamente a todo el plano, o dicho de otro modo $\zeta(s)$ solo posee un polo simple en $s = 1$. Nótese que esto formalmente da $0 = 1/\zeta(1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n} = 0$, usando (3). Por ejemplo, con la fórmula

$$\zeta(s) = s \int_1^{\infty} \frac{[x] - x - 1/2}{x^{s+1}} dx + \frac{1}{s-1} + \frac{1}{2},$$

(que puede probarse con un poco de trabajo partiendo la integral entre $n-1$ y n y sumando) puede verse que la función $\zeta(s)$ tiene una extensión analítica para $0 < \sigma$.

- ii) la zeta de Riemann queda determinada por los valores s tales que $1/2 \leq \sigma$. En efecto, se tiene la siguiente ecuación funcional:

$$\xi(s) = \xi(1-s); \quad \xi(s) = \frac{1}{2} s(s-1) \pi^{-s/2} \Gamma(s/2) \zeta(s). \quad (7)$$

- iii) la función $\pi^{-s/2} \Gamma(s/2) \zeta(s) + 1/s + 1/(s-1)$ está acotada en cualquier franja $a < \sigma < b$, con a, b finitos.

En algún sentido estas propiedades caracterizan a $\zeta(s)$ pues vale el siguiente resultado:

Teorema (Teorema de Hamburger (1921)). Sean $h(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-s}$, $g(s) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n n^{-s}$ absolutamente convergentes para $1 < \sigma$ y supongamos que $(s-1)h(s)$, $(s-1)g(s)$ sean funciones enteras de orden finito. Supongamos además que

$$\pi^{-s/2} \Gamma(s/2) h(s) = \pi^{-(1-s)/2} \Gamma((1-s)/2) g(1-s).$$

Entonces $g(s) = h(s) = a_1 \zeta(s)$

La famosa Hipótesis de Riemann (que escribimos HR) dice que todos los ceros de la zeta de Riemann en la franja $0 < \sigma < 1$ están sobre el eje $1/2 + it$. Esto tiene consecuencias sobre la distribución de los primos.

De hecho la HR es equivalente a la siguiente relación

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{dt}{\log(t)} + O(\sqrt{x} \log(x)).$$

Existen muchas otras equivalencias con HR, véase [1]. Aquí citamos dos (recordar que $\sigma(n) = \sum_{d|n} d$)

Teorema (Lagarias (2002)). $\sigma(n) < H_n + e^{H_n} \log H_n$, $n \geq 2$; $H_n = \sum_{j=1}^n 1/j$.

Teorema (Hardy-Littlewood (1918)). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n! \zeta(2n+1)} = O(x^{-1/4})$, $x \rightarrow \infty$.

Hardy en 1914 probó que había infinitos ceros sobre la línea $1/2 + it$. Sea $N(T)$ la cantidad de ceros de $\zeta(s)$ sobre la línea $1/2 + it$, entre $0 < t \leq T$. Se sabe que si HR es cierta se debe tener $N(T) \sim T \log T / 2\pi$. Selberg en 1942 mostró que una proporción finita de los ceros está sobre la línea $1/2 + it$, esto es $N(T) > AT \log T$ con una constante A positiva.

La zeta posee algunas propiedades sorprendentes ([6], [13]):

Teorema (Teorema de universalidad de Voronin (1975)). Sea D_r un disco cerrado de radio $r < 1/4$, centrado en $s = 3/4$, y sea $f(s)$ una función cualquiera continua y no cero en D_r y analítica en el interior de D_r . Entonces dado $\epsilon > 0$ existe un número real t tal que

$$\max_{s \in D_r} |\zeta(s + it) - f(s)| < \epsilon.$$

Una observación al margen pero relacionada con la zeta es la naturaleza de las constantes $\zeta(m)$: Euler encontró que

$$\pi \cot(\pi z) = \frac{1}{z} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2z}{n^2 - z^2} = \left\{ 1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2m}} \right) z^{2m} \right\} \frac{1}{z}$$

(la primer igualdad se prueba mostrando que ambas funciones son periódicas de período 1, tienen los mismos polos con los mismos residuos en \mathbb{Z} y que sobre cualquier franja $0 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 1$ están acotadas cuando z tiende a infinito; por el teorema de Liouville la diferencia es constante. La segunda es un reordenamiento de la serie geométrica $\frac{2z}{n^2-z^2}$). De esto sigue que $\zeta(2m) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2m}}$ es un múltiplo racional de π^{2m} . Por lo tanto $\zeta(2m)$ es trascendente (es decir no es raíz de un polinomio con coeficientes en \mathbb{Z}) pues π es trascendente.

La naturaleza de $\zeta(2n+1)$ resulta distinta, no existe una fórmula como la de arriba, y recién en el año 1979 Apèry muestra que $\zeta(3)$ es irracional. Actualmente se conoce gracias a resultados de T. Rivoal y W. Zudilim que al menos uno de los siguientes números $\{\zeta(5), \zeta(7), \zeta(9), \zeta(11)\}$ es irracional.

Existen muchas generalizaciones de la función zeta de Riemann tanto en teoría de números como en otras áreas (por ejemplo sistemas dinámicos o fractales). De hecho en 1837 Dirichlet introdujo las series de la forma

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n^s}$$

donde $\chi(n)$ es un carácter módulo k , es decir una función definida sobre los naturales tal que $\chi(n) = \chi(n+k)$ para todo n ; $\chi(m) = 0$ si $(m, k) > 1$ y $\chi(m \cdot n) = \chi(m) \cdot \chi(n)$ y probó, en particular, que existen asintóticamente tantos primos de la forma $4n+1$ como $4n+3$. También es usual en teoría de números dada una función de la forma

$$\psi(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-n\tau}, \quad (8)$$

que posea ciertas propiedades de transformación en la variable τ asociarle una serie de Dirichlet

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s}. \quad (9)$$

La clave de esto es la simple observación que

$$\int_0^{\infty} \tau^{s-1} e^{-n\tau} d\tau = \frac{1}{n^s} \int_0^{\infty} y^{s-1} e^{-y} dy = \frac{\Gamma(s)}{n^s}$$

Utilizando esto, la conexión entre (8) y (9) esta dada por

$$\int_0^{\infty} \tau^{s-1} \psi(\tau) d\tau = \Gamma(s) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^s} \right\}$$

Estas ideas ya fueron utilizadas por Riemann con la función theta $\psi_0(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 \pi \tau}$, para probar la ecuación de simetría (7), pues esta función tiene la propiedad $2\psi_0(\tau) + 1 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}(2\psi_0(1/\tau) + 1)$. Véase [13].

En cuestiones relacionadas con los primos hay muchos problemas abiertos y otros cuya solución se ha encontrado recientemente.

Vinogradoff en 1937 utilizó y mejoró el llamado método del círculo de Hardy Littlewood y Ramanujan, estimaciones de sumas exponenciales conjuntamente con un teorema de distribución de primos en clases (Siegel-Walfisz) para mostrar que la conjetura de Golbach es cierta si n es suficientemente grande.

Teorema (Teorema de Vinogradoff (1937)). *Existe un número natural n_0 tal que todo número n impar, $n_0 \leq n$, es suma de tres primos.*

Para una demostración ver [14]. Yu. Matiyasevich probó, utilizando resultados de Putman, Davies y J. Robinson el siguiente resultado:

Teorema (Teorema de Yu. Matiyasevich (1972)). *Existe un polinomio con coeficientes enteros $F(x_1, \dots, x_n)$ tal que el conjunto de los valores positivos de F cuando las variables x_i varían en \mathbb{Z} es exactamente el conjunto de los números primos.*

Un polinomio de este tipo de 26 variables se encuentra escrito explícitamente en [10].

En contraste con la primer frase de este trabajo se tiene el siguiente resultado

Teorema (Teorema de M. Agrawal, N. Kayal, N. Saxena (2003)). *Se puede decidir si un número natural n es primo o no en $O((\ln n)^{7.5})$ pasos.*

Finalmente, un resultado muy reciente es el

Teorema (Teorema de T. Tao y B. J. Green (2007)). *Existen sucesiones aritméticas arbitrariamente largas de primos.*

Libros amenos para introducirse en el tema son [10], [12] y [3].

Referencias

1. C. Calderon. *The Riemann Hypothesis*. Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza. 26. 2004.
2. R. Crandall, C. Pomerance. *Prime Numbers, a Computational Perspective*. Springer. 2000.

3. H. G. Diamond. *Elementary Methods in the Study of the Distribution of Prime Numbers*. Bulletin of the AMS. 7. 553-589. 1982.
4. H.M. Edwards. *Riemann's Zeta Function*. Dover Publications. 1974.
5. S. Gelbart, S. Miller. *Riemann's Zeta Function and Beyond*. Bulletin of the AMS. 41. 2004
6. R. Garunkstis. *Bonner Mathematische Schriften*. Proceedings of the session in analytic number theory and Diophantine equations (Bonn, January-June 2002) D. R. Heath-Brown (Oxford) B. Z. Moroz (Bonn) Editors, Bonn. 360. 2003.
7. G. H. Hardy. *Divergent Series*. Clarendon Press. 1949.
8. A. Ivic. *The Riemann Zeta Function*. John Wiley. 1985.
9. J. Korevaar. *Tauberian Theory, a Century of Developments*. Springer. A Series of Comprehensive Studies in Mathematics. 329. 2004.
10. P. Ribenboim. *The Little Book of Big Primes*. Springer. 1991.
11. G. Tenenbaum. *Introduction to Analytic and Probabilistic Number Theory*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics. 46. 1990.
12. G. Tenenbaum, M. Mendès France. *The Prime Numbers and their Distribution*. Student Math Library. AMS. 6. 2004.
13. E. C. Titchmarsh. *The Theory of the Riemann Zeta-function*. (Second Edition). Oxford Science Publications. 1986.
14. R. C. Vaughan. *The Hardy-Littlewood Method*. Cambridge Tracts in Mathematics. 125. 1997.



Premios y Distinciones

***Premio Ramanujan 2008**

El matemático argentino Dr. Enrique R. Pujals recibió el Premio Ramanujan 2008 del ICTP (Trieste) para Jóvenes Matemáticos de Países en Desarrollo. El Dr. Pujals es profesor en IMPA (Instituto de Matemática Pura y Aplicada) Brasil.

El premio es en reconocimiento a su excepcional contribución a la teoría de los sistemas dinámicos. Para mayor información, consultar la página del ICTP:

<http://prizes.ictp.it/Ramanujan>

***Premio L'Oreal-Unesco-Conicet "Por la mujer en la ciencia" 2008**

La matemática argentina Dra. Liliana Forzani recibió el premio L'oreal-Unesco-Conicet 2008 por su investigaciones en estadística. La Dra. Forzani es docente de la Universidad Nacional del Litoral e investigadora del Conicet. Para mayor información, consultar la página web de Conicet:

<http://www.conicet.gov.ar/NOTICIAS>

Comunicaciones Científicas
UMA 2008
Universidad Nacional de Cuyo

Álgebra y Teoría de Números

Organizan:

Nicolás Andruskiewitsch - Teresa Krick - María Inés Platzek

Conferencia Invitada
 Paulo Tirao
 Universidad Nacional de Córdoba

Funciones zeta y grupos

Un grupo G finitamente generado tiene sólo un número finito de subgrupos de índice n , para cada natural n , que denotamos $\sigma_n(G)$.

M. Hall calculó en 1949 $\sigma_n(G)$ para $G = F_r$ el grupo libre en r generadores [H]. Sin embargo fue en los últimos 25 años que el área cobró mucho interés cuando aparecieron aplicaciones a grupos finitos, combinatoria, grupos algebraicos y aritméticos, grupos de Lie, teoría de números entre otras.

Grunewald, Segal y Smith le asociaron a un grupo G finitamente generado G la serie de Dirichlet

$$\zeta_G(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n(G)n^{-s}, \quad (*)$$

y probaron en [GSS] resultados fundamentales para la clase de grupos nilpotentes (finitamente generados) y libres de torsión.

La serie (*) converge para algún s complejo y luego converge en un semiplano del plano complejo si y sólo si la función aritmética $\sigma_n(G)$ tiene crecimiento polinomial, es decir si existe $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que

$$\sigma_n(G) \leq n^\alpha, \text{ para todo } n.$$

Uno de los resultados más importantes del área es la caracterización de Lubotzky, Mann y Segal [LM, LMS] de los grupos G con crecimiento polinomial de subgrupos, es decir tales que $\sigma_n(G)$ tiene crecimiento polinomial.

Teorema: *Sea G un grupo finitamente generado y residualmente finito. Entonces G tiene crecimiento polinomial de subgrupos si y sólo si tiene un subgrupo de índice finito que es soluble y de rango finito.*

En esta charla comentaremos algunos aspectos generales de esta teoría, mostraremos ejemplos y resultados conocidos, para introducir luego un problema en el que hemos comenzado a trabajar con Diego Sulca: entender las funciones zeta asociadas a extensiones solubles finitas de grupos nilpotentes.

[H] M. Hall, *Subgroups of finite index in free groups*, Canad. J. Math. 1 (1949), 187–190.

[GSS] F. Grunewald, D. Segal and G. C. Smith, *Subgroups of finite index in nilpotent groups*, *Invent. Math.* **93** (1988), 185–223.

[LM] A. Lubotzky and A. Mann, *On groups of polynomial subgroup growth*, *Invent. Math.* **104** (1991), 521–533.

[LMS] A. Lubotzky, A. Mann and d. Segal, *Finitely generated groups of polinomial subgroup growth*, *Israel J. Math.* **82** (1993), 363–371.

Autores: Diego Sulca - Paulo Tirao

Lugar: FaMAF, UNC

Expositor: Diego Sulca

Funciones zeta de grupos solubles

Un grupo G finitamente generado tiene a lo sumo una cantidad finita de subgrupos de índice n denotada $a_G(n)$. A esta función aritmética se le asocia la siguiente serie de Dirichlet llamada función zeta de G

$$\zeta_G(s) = \sum_{n \geq 1} \frac{a_G(n)}{n^s}$$

En 1988, Grunewald, Segal y Smith [GSS] probaron varios resultados fundamentales sobre el comportamiento analítico de esta función para G un grupo nilpotente finitamente generado y libre de torsión. Un grupo en esta clase es llamado un \mathcal{T} -grupo. Entre otras cosas de probó para estos grupos lo siguiente:

1. $\zeta_G(s)$ converge en un semiplano
2. admite producto de Euler
3. $\zeta_G(s)$ tiene continuación meromorfa a todo el plano

Los primeros ejemplos para los cuales se conocen expresiones explícitas para la función $\zeta_G(s)$ son el grupo abeliano \mathbb{Z}^k y el grupo nilpotente de Heisenberg

$$H_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_3 \\ 0 & 1 & x_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} : x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z} \right\}$$

para los cuales se tiene

$$\zeta_{\mathbb{Z}^k}(s) = \prod_{j=0}^{k-1} \zeta(s-j) \quad y \quad \zeta_{H_3}(s) = \frac{\zeta(s)\zeta(s-1)\zeta(2s-2)\zeta(2s-3)}{\zeta(3s-3)}$$

donde ζ es la función zeta de Riemann. El problema de entender la función zeta de un grupo G que no está en la familia \mathcal{T} es aún un problema abierto.

En este trabajo, en progreso, estudiamos la función zeta asociada a ciertas extensiones solubles del grupo de Heisenberg:

$$H_3^j = \left\{ \begin{pmatrix} e_1 & x_1 & x_3 \\ 0 & e_2 & x_2 \\ 0 & 0 & e_3 \end{pmatrix} : x_i \in \mathbb{Z}, e_i \in \{-1, 1\} \text{ si } i \leq j, e_i = 1 \text{ si } i > j \right\}$$

con $j = 1, 2, 3$. Mostraremos que en este caso la función zeta de H_3^j es de la forma

$$\zeta_{H_3^j}(s) = \rho(s, j) \zeta_{H_3}(s)$$

donde $\rho(s, j)$ es cierta función racional de 2^{-s} .

[GSS] Grunewald, F.J., Segal, D., Smith, G.C.: Subgroups of finite index in nilpotent groups, *Invent. math.* 93, 185-223 (1988)

Autores: Claudia Egea - Esther Galina

Lugar: FaMAF, UNC

Expositor: Claudia Egea

Parametrizaciones de una familia de representaciones de los grupos de trenzas

En un trabajo en proceso damos una manera de construir nuevas representaciones del grupo de trenzas B_n , n puede ser infinito, y parametrizamos todas las representaciones (ϕ, V) sobre un espacio de Hilbert separable V , que satisfacen las siguientes tres condiciones. Si N es el álgebra de Von Neumann generada por $\{\phi(\tau_k)(\phi(\tau_k))^* : k = 1, \dots, n-1\}$, donde τ_k son los generadores de B_n , entonces:

1. $\phi(\tau_k)(\phi(\tau_k))^*$, es un operador compacto para todo $k = 1, \dots, n-1$.
2. $\phi(\tau_k)(\phi(\tau_k))^*$ conmuta con $\phi(\tau_j)(\phi(\tau_j))^*$, para todo $j, k = 1, \dots, n-1$.
3. $\phi(\tau_k)P\phi(\tau_k)^{-1}$ es una proyección en N , para toda proyección P de N .

Algunos ejemplos de representaciones que satisfacen estas condiciones son la representación estandar (ver [S]) y las representaciones locales diagonales (ver por ejemplo [CA]). La prueba de esta parametrización está basada en las técnicas usadas por Gärding y Wightman en [GW] para clasificar las representaciones de las relaciones de anticonmutación de la física cuántica, ver también [G]. Además fueron usadas por Galina, Kaplan y Saal en [GKS] para clasificar las representaciones reales, complejas o quaterniónicas de las álgebras de Clifford asociadas a espacios vectoriales de dimensión infinita.

Asimismo presentamos una familia de ejemplos de representaciones irreducibles de B_n de dimensión finita. De esta manera, construimos un contraejemplo a una conjetura que plantea Sysoeva en [S], que dice que no hay representaciones irreducibles de B_n de dimensión mayor que n .

Referencias

- [CA] Cartier, P.; Andruskiewitsch, N; "Grupos de Trenzas e Invariantes de Vassiliev", primera versión de notas del curso de Cartier en la escuela del CIMPA, Mendoza 1996.
- [G] Golodets, V; "Classifications of representations of anticommutations relations", Russ. Math. Surv. 24 (1969), 1-63.

- [GKS] Galina, E; Kaplan, A; Saal, L, "Spinor Types in Infinite Dimensions", Journal of Lie Theory 15 (2005) 457-497.
- [GW] Gärding, L; Wightman, A; "Representations of anticommutation relations", Proc. Natl. Acad. Sci. USA 40 (1954), 617-621.
- [S] Sysoeva, I.; "Dimension n representations of Braid Group on n Strings", Journal of Algebra 243 (2001), 518-538.

Conferencia Invitada**José Araujo****Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires**

Representaciones de Macdonald de un grupo de Weyl de Tipo F_4

Las representaciones ordinarias de los grupos de Weyl fueron realizadas por Springer en [6] usando la variedad de elementos nilpotentes de la correspondiente álgebra de Lie compleja.

Desde otro enfoque, a partir del trabajo de Kazhdan y Lusztig en [2], se asocian con un grupo de Coxeter W ciertas estructuras combinatorias llamadas W -grafos para obtener módulos de la correspondiente álgebra de Iwahori-Hecke, y en particular, módulos para W . Un teorema de Gyoja en [1] muestra que toda representación irreducible de W puede ser obtenida a partir de un W -grafo.

Finalmente, destacamos que una construcción notablemente simple, dada por Macdonald en [5], proporciona realizaciones de representaciones de un grupo de Weyl, conocidas como representaciones de Macdonald. Posteriormente, en [3] y [4] Lusztig muestra que toda representación irreducible de un grupo de Weyl de tipo A_n o B_n , puede obtenerse como una representación de Macdonald.

En un análisis de las representaciones de Macdonald para un grupo W de tipo F_4 , encontramos que 23 de las 25 representaciones irreducibles de W pueden ser realizadas como representaciones de Macdonald. Este material conforma el contenido de un artículo que fue enviado para su publicación.

Trabajo en colaboración con R. Lludgar. UNSE.

Referencias:

- [1] Gyoja, A., *On the existence of a W -graph for an irreducible representation of a Coxeter group*, J. Algebra 86 (1984), 422-438.
- [2] Kazhdan, D., Lusztig, G., *Representations of Coxeter groups and Hecke algebras*, Invent. Math. 53 (1979), 165-184.
- [3] Lusztig, G. *A class of irreducible representations of a Weyl Group*. Indagationes Mathematicae 41 (1979) N° 3, 323-335.
- [4] Lusztig, G. *A class of irreducible representations of a Weyl Group II*. Indagationes Mathematicae 44 (1982) N° 2, 219-226.
- [5] Macdonald, I. G. *Some irreducible representations of Weyl groups*. Bull. London Math. Soc. 4 (1972), 148-150.

- [6] Springer, T., *A Construction of Representations of Weyl Groups*. *Inventiones Mathematicae* 44 (1978) 279-293.

Autor: Juan Miguel Velásquez Soto

Lugar: FaMAF, UNC

Generalidades de los conjuntos B_h modulares

Dados m y h enteros mayores o iguales que 2, decimos que un subconjunto A de \mathbb{Z}_m , es de clase B_h módulo m , si todas las sumas de h elementos de A , no necesariamente distintos, son distintas.

En ([GTV]), mostramos que si m es de la forma $q^n - 1$, con q potencia de un primo, entonces los logaritmos discretos de las raíces de polinomios de Artin-Schreier en el cuerpo finito con q^n elementos forman un conjunto B_h módulo m , para h un divisor de n .

Este resultado, generaliza un teorema clásico en construcción de conjuntos B_h , ver ([BC]), y además permite construir particiones de \mathbb{Z}_{q^n} en conjuntos B_h , cuando h recorre los divisores de n .

Adicionalmente, mostramos cómo algunas propiedades de los polinomios de Artin-Schreier, se reflejan en propiedades estructurales de los conjuntos B_h , con lo cual podemos obtener propiedades similares a las encontradas por Lindström y Odlyzko en ([L]) y ([3]) respectivamente.

Referencias

- [GTV] G. García, C.A. Trujillo, J.M. Velásquez. Construcción de conjuntos B_h módulo m y particiones, *Revista: Matemáticas Enseñanza Universitaria*. **14** (2006) no. 2, 65-70
- [L] B. Lindström. Finding finite B_2 -sequences faster. *Math of Comp.* **67** (1998), 1173-1178.
- [O] A.M. Odlyzko, W.D Smith. Nonabelian sets with distinct k -sums. *Discrete Math.* **146** (1995), no. 1-3, 169-177.
- [BC] R.C. Bose, S. Chowla. Theorems in the additive theory of numbers. *Comment.Math. Helvet.* **37** (1962-63), 141-147.

Conferencia Invitada**María Julia Redondo****Instituto de Matemática - Universidad Nacional del Sur**

Funtores de cubrimiento sin grupos

El estudio de los cubrimientos en la teoría de representaciones fue introducida por Riedtmann para el carcaj de Auslander-Reiten de un álgebra de tipo de representación finito en [5], y por Bongartz y Gabriel, Martínez-Villa y de la Peña para álgebras de dimensión finita, ver [1, 2, 3]. La clase de cubrimientos que ha sido más estudiada es la de los cubrimientos de Galois, esto es, funtores $F : A \rightarrow B$ determinados por la acción de un grupo de automorfismos de A . En este trabajo [4] introducimos la noción de *funtores de cubrimiento balanceados*, que incluyen a la clase de cubrimientos de Galois, y para los cuales los resultados clásicos que relacionan el tipo de representación de A y de B siguen valiendo. En particular, si $F : A \rightarrow B$ es un functor de cubrimiento balanceado, A y B categorías lineales sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, y B es de tipo salvaje, entonces A también lo es.

Trabajo en colaboración con José Antonio de la Peña.
Universidad Nacional Autónoma de México.

Referencias

- [1] K. Bongartz and P. Gabriel. Covering spaces in Representation Theory. Invent. Math. 65 No. 3 (1982) 331–378.
- [2] P. Gabriel. The universal cover of a representation-finite algebra. Proc. Puebla (1980), Representation Theory I, Springer Lect. Notes Math. 903 (1981) 68–105.
- [3] R. Martínez-Villa and J. A. de la Peña. The universal cover of a quiver with relations. J. Pure and Applied Algebra 30 No. 3 (1983) 277–292.
- [4] J. A. de la Peña and M. J. Redondo. Covering functors without groups. arXiv:0803.4442v2 [math.RT].
- [5] Ch. Riedtmann. Algebren, Darstellungsköcher, Überlagerungen und zurüch. Comment. Math. Helv. 55 (1980) 199–224.

Conferencia Invitada**Sonia Trepode****Universidad Nacional de Mar del Plata**

álgebras inclinadas de conglomerado y álgebras derivadamente hereditarias

Las álgebras de conglomerado fueron introducidas alrededor del 2000 por Fomin y Zelevinski, ver [10], donde axiomatizan una clase de combinatoria que ha demostrado estar presente en diferentes áreas de la matemática. La categoría de conglomerado introducida por Buan, Marsh, Reineke, Reiten y Todorov es un modelo categorico que codifica la información de las álgebras de conglomerado, ver [4] y establece la conexión con la teoría de representaciones de k -álgebras de dimensión finita, ver también [5,9].

En este contexto se definen las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo Q , para Q un quiver sin ciclos orientados como las álgebras de endomorfismos de los objetos inclinantes en la categoría de conglomerado, ver [7,8]. Las álgebras inclinadas de conglomerado corresponden a la clase de mutación de las álgebras de conglomerado del mismo tipo.

En este trabajo estudiamos la conexión entre las álgebras inclinadas de conglomerado y las álgebras derivadamente equivalentes hereditarias, conocidas históricamente como álgebras inclinadas iteradas. Probamos que un álgebra inclinada iterada B de dimensión global a lo sumo dos, da lugar a una única álgebra inclinada de conglomerado C , la cual es una extensión excindida de B y se aplica epimórficamente sobre la extensión por relaciones $\mathcal{R}(B)$ de B . Este morfismo ϕ no siempre es un isomorfismo, pero induce un isomorfismo entre los respectivos quivers. En el caso Dynkin caracterizamos cuando ϕ es un isomorfismo.

La interrelación entre las álgebras inclinadas iteradas y las álgebras inclinadas de conglomerado resulta muy útil para la clasificación de las álgebras inclinadas de conglomerado y en el estudio de sus relaciones. También da un nuevo punto de vista para el estudio de las álgebras inclinadas y las álgebras inclinadas iteradas.

Trabajo en colaboración con Michael Barot, Elsa Fernández, María Inés Platzeck, Isabel Pratti.

Referencias

- [1] I. Assem, Th. Brüstle, R. Schiffler: *Cluster tilted algebras as trivial extensions*, To appear in *J. London Math. Soc.*
- [2] I. Assem, F. Coelho, S. Trepode: *The bound quiver of a split extension*, To appear in *J. Algebra Appl.*
- [3] M. Barot, E. Fernandez, M. I. Platzbeck, N. I. Pratti, S. Trepode Preprint 2008.
- [4] A. Buan, R. Marsh, M. Reineke, I. Reiten and G. Todorov: *Tilting theory and cluster combinatorics*. *Adv. Math.* 204 (2006), no. 2, 572–618.
- [5] A. Buan, R. Marsh, I. Reiten, G. Todorov: *Clusters and seeds in acyclic cluster algebras*. *Proc. Amer. Math. Soc.* 135 (2007), no. 10, 3049–3060.
- [6] A. Buan, R. Marsh, I. Reiten: *Cluster-tilted algebras of finite representation type*. *J. Algebra* 306 (2006), no. 2, 412–431.
- [7] A. Buan, R. Marsh, I. Reiten: *Cluster-tilted algebras*. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 239 (2007), no. 1, 323–332.
- [8] A. Buan, R. Marsh, I. Reiten: *Cluster mutation via quiver representations*. *Comment. Math. Helvetici* 83 (2008), no. 1, 143–177.
- [9] F. Caldero, B. Keller: *From triangulated categories to cluster algebras II*. *Ann. Sci. Ecole. Norm. Sup. 4eme. serie* (2006) 983–1005.
- [10] S. Fomin, A. Zelevinsky, *Cluster algebras I: Foundations*. *J. Amer. Math. Soc.* 15 (2002), no. 2, 497–529.

Conferencia Invitada**Elsa Fernández****Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco**

Álgebras inclinadas de conglomerado de tipo Dynkin

En este trabajo se da una clasificación completa de las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo Dynkin E_6 . Las mismas corresponden a la clase de mutación de las álgebras de conglomerado de dicho tipo. La herramienta esencial que se utiliza es la conexión entre ésta clase de álgebras y las inclinadas iteradas. Cabe mencionar, que la misma técnica puede aplicarse al problema de clasificación en los restantes casos de tipo Dynkin. En la actualidad se está redactando el trabajo incluyendo los casos E_7 y E_8 .

Trabajo en colaboración con Natalia Bordino y Sonia Trepode.
Universidad Nacional de Mar del Plata.

Referencias:

[ABS] Assem, I., Brustle, T. and Schiffler, R., *Cluster-tilted algebras as trivial extensions*, J. London Math. Soc.

[BFPPT] Barot, M., Fernández, E., Platzeck, M. I., Pratti, I. and Trepode, S., *From iterated tilted algebras to cluster tilted algebras*, Preprint 2008.

[BMR] Buan, A., Marsh, R. and Reiten, I., *Cluster tilted algebras*, Trans. AMS Vol 359 N1 (2007) 323-332.

[F] Fernández, E., *Extensiones triviales y álgebras inclinadas iteradas*, Universidad Nacional del Sur, 1999.

Conferencia Invitada**Guillermo Matera****Universidad Nacional de General Sarmiento - CONICET**

Algoritmos probabilísticos para la búsqueda de soluciones racionales de sistemas polinomiales sobre cuerpos finitos

La búsqueda de soluciones racionales de sistemas polinomiales sobre cuerpos finitos es un problema clásico, con importantes aplicaciones en criptografía, entre otros campos. De hecho, en los últimos años se han propuesto y criptoanalizado varios esquemas criptográficos multivariados basados en dicho problema (cf. [6]).

En esta charla vamos a presentar una familia de algoritmos probabilísticos que calculan soluciones racionales de un sistema polinomial definido sobre un cuerpo finito. Vamos a analizar de qué manera la probabilidad de fracaso de los mismos se puede acotar superiormente a partir de estimaciones sobre la cantidad de puntos racionales de variedades algebraicas definidas sobre un cuerpo finito ([1]), en tanto que una interpretación adecuada de las técnicas algorítmicas subyacentes nos permite obtener estimaciones finas de dicha cantidad de puntos racionales ([CM06], [3]). Vamos a presentar algoritmos eficientes para un sistema “general”, esto es, un sistema que define una variedad absolutamente irreducible (cf. [5], [4]), y analizar posibles extensiones a situaciones más generales.

Trabajo en colaboración con Antonio Cafure⁽¹⁾ y Eda Cesaratto⁽²⁾.

⁽¹⁾ Universidad Nacional de General Sarmiento, ⁽²⁾ Universidad de Buenos Aires.

Referencias

- [1] A. Cafure and G. Matera. Fast computation of a rational point of a variety over a finite field. *Math. Comp.*, 75(256):2049–2085, 2006.
- [2] A. Cafure and G. Matera. Improved explicit estimates on the number of solutions of equations over a finite field. *Finite Fields Appl.*, 12(2):155–185, 2006.
- [3] A. Cafure and G. Matera. An effective Bertini theorem and the number of rational points of a normal complete intersection over a finite field. *Acta Arith.*, 130(1):19–35, 2007.

- [4] E. Cesaratto, J. von zur Gathen, and G. Matera. The number of reducible algebraic curves over a finite field. Trabajo en progreso, 2008.
- [5] J. von zur Gathen and A. Viola. Exact counting of reducible multivariate polynomials. Preprint, 2007.
- [6] C. Wolf, B. Preneel. "Taxonomy of Public Key Schemes based on the problem of Multivariate Quadratic equations". Cryptology ePrint Archive, Report 2005/077, 2005. Disponible en <http://eprint.iacr.org/>.

Conferencia Invitada**Antonio Cafure****Instituto de Desarrollo Humano - Universidad Nacional de General Sarmiento**

Cotas de altura para la resolución modular de sistemas de ecuaciones polinomiales sobre los enteros

Consideremos un sistema de ecuaciones polinomiales sobre los enteros. Nuestro interés radica en la resolución simbólica de dicho tipo de sistemas.

Para llevar a cabo esta tarea, con el fin de evitar la denominada *explosión de los resultados intermedios* (en inglés, *intermediate expression swell*), las ecuaciones del sistema de entrada se reducen módulo un número primo p adecuado, de modo que la descomposición en componentes irreducibles, dimensión y grado de la variedad obtenida (definida sobre el cuerpo primo correspondiente), se correspondan con las de la variedad original. A partir de la resolución del sistema módulo p , mediante una etapa última de levantamiento p -ádico es posible obtener, la resolución del sistema de entrada.

En este trabajo ([Caf08]), aplicando versiones aritméticas del Teorema de Bézout y del Nullstellensatz (debidas a [KPS01]), las herramientas de [Sch03], y el desarrollo algorítmico llevado a cabo en [CM06], nos proponemos dar cotas sobre la altura de los primos adecuados para llevar adelante la reducción modular, para obtener, finalmente, resultados de complejidad bit para la resolución de sistemas polinomiales sobre los enteros.

Referencias

- [Caf08] A. Cafure. Bit complexity for polynomial solving over the integers. *Work in progress*, 2008.
- [CM06] A. Cafure y G. Matera. Fast computation of a rational point of a variety over a finite field. *Math. Comp.*, 75(256):2049–2085, 2006.
- [KPS01] T. Krick, L. M. Pardo y M. Sombra. Sharp estimates for the arithmetic Nullstellensatz. *Duke Math. J.*, 109(3):521–598, 2001.
- [Sch03] E. Schost. Computing parametric geometric resolutions. *Appl. Algebra Engrg. Comm. Comput.*, 13:349–393, 2003.

Autores: Nicolás Botbol - Alicia Dickenstein - Marc Dohm

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA - Université de Nice (Nice, Francia)

Expositor: Nicolás Botbol

Implicitación de superficies con parametrizaciones tóricas

En este trabajo extendemos el estudio de problemas de implicitación mediante el método de complejos de aproximación (cf. [Va94]) al contexto de variedades tóricas. Estas técnicas fueron desarrolladas por L. Busé, M. Chardin y J.-P. Jouanolou en el caso de polinomios homogéneos (cf. [BJ03, BC05, Ch06, BCJ06]). Nuestro objetivo es aplicarlas a superficies racionales parametrizadas por polinomios racionales, es decir, superficies que son la imagen de una variedad tórica bidimensional por una aplicación racional.

Mostramos que la ecuación implícita puede obtenerse a partir de las sicias lineales de estos polinomios cuando hay un número finito de puntos base, que forman localmente una intersección casi completa. Tratamos en particular el caso de polinomios bihomogéneos, ya tratado por L. Busé y M. Dohm para el caso de polinomios de bigrado (d, d) (cf. [BD07]), para el cual demostramos que nuestro punto de vista provee una importante mejora sobre los métodos conocidos.

Nuestros resultados pueden generalizarse al caso de hipersuperficies de cualquier dimensión, pero el caso de dimensión dos permite obtener resultados más precisos.

El estado actual del trabajo es: Terminado, enviado a la revista *Computer Aided Geometric Design*. Versión disponible en arXiv (cf. [BDD08]).

Referencias

- [Va94] W. V. Vasconcelos. *Arithmetic of blowup algebras*, volume 195 of *London Mathematical Society Lecture Note Series*. Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
- [BC05] Busé, L., Chardin, M., 2005. Implicitizing rational hypersurfaces using approximation complexes. *J. Symbolic Comput.* 40 (4-5), 1150–1168.
- [BCJ06] Busé, L., Chardin, M., Jouanolou, J.-P., Torsion of the symmetric algebra and implicitization, 2006. To appear, preprint available at <http://arxiv.org/abs/math/0610186>.

- [BCD03] L. Busé, D. Cox, and C. D'Andrea. Implicitization of surfaces in \mathbb{P}^3 in the presence of base points. *J. Algebra Appl.*, 2(2):189–214, 2003.
- [BD07] L. Busé and M. Dohm. Implicitization of Bihomogeneous Parametrizations of Algebraic Surfaces via Linear Syzygies. *Proceedings of the International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC 2007)*, p. 69-76, 2007.
- [BDD08] N. Botbol, A. Dickenstein and M. Dohm. Matrix representations for toric parametrizations, 2008, preprint available at <http://fr.arxiv.org/abs/0807.4802>
- [BJ03] L. Busé and J.-P. Jouanolou. On the closed image of a rational map and the implicitization problem. *J. Algebra*, 265(1):312–357, 2003.
- [Ch06] Chardin, Marc. Implicitization using approximation complexes, Algebraic geometry and geometric modeling, *Math. Vis.*, pp. 23–35, Springer, Berlin, 2006.

Autores: Nardo Giménez - Joos Heintz - Guillermo Matera - Pablo Solernó

Lugar: UNGS - UBA - UNGS - UBA

Expositor: Nardo Giménez

Cotas inferiores para la complejidad de algoritmos de interpolación
polinomial en varias variables

En esta comunicación obtenemos cotas inferiores sobre la complejidad de la resolución de familias de problemas de interpolación. Estas cotas de complejidad se describen en un modelo que permite representar tanto los problemas de interpolación clásicos, como el problema de Lagrange y de Hermite multivariados [3], como así también problemas que presentan “singularidades”. Más precisamente, cada problema de interpolación se determina por medio de la lista de nodos de interpolación $a_1, \dots, a_N \in \mathbb{C}^n$ junto con sus correspondientes valores $b_1, \dots, b_N \in \mathbb{C}$, esto es, por un punto $d := (a_1, b_1, \dots, a_N, b_N)$ en un espacio afín $\mathbb{A}^{(n+1)N} := \mathbb{A}^{(n+1)N}(\mathbb{C})$ de dimensión adecuada. Una familia de problemas de interpolación consiste del conjunto de “códigos” $d \in \mathcal{D}$, donde \mathcal{D} es un subconjunto construible (en el sentido de la geometría algebraica) de dicho espacio ambiente afín $\mathbb{A}^{(n+1)N}$.

Un algoritmo de interpolación calcula una codificación $\omega(d)$ del interpolante correspondiente al problema de interpolación definido por $d \in \mathcal{D}$. En tal sentido, un algoritmo que resuelve una familia de problemas de interpolación se define por una aplicación racional $\omega : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}^*$, donde $\mathcal{D}^* \subset \mathbb{A}^S$ representa el conjunto de codificaciones de los posibles interpolantes. Finalmente, la complejidad del algoritmo se define como la dimensión S del espacio ambiente de \mathcal{D}^* .

En estos términos, demostramos en primer lugar que la complejidad de resolver una familia de problemas de interpolación de Lagrange con un número fijo de nodos codificada por un conjunto abierto Zariski es esencialmente el número de nodos, lo que demuestra en particular que el método usual de interpolación lineal univariado es esencialmente óptimo. Por otro lado, mostramos que resolver ciertas familias de problemas con “singularidades” puede resultar impracticable desde el punto de vista computacional. Para estas familias de problemas consideramos *algoritmos robustos*, i.e. algoritmos que admiten una extensión a problemas de interpolación límites bien definidos. Formalizamos esta noción de algoritmo mediante la clásica teoría de places de la geometría algebraica y del álgebra conmutativa [6]. Como caso paradigmático de este tipo de problemas, consideramos el conjunto $\mathcal{O}_{n,L}$ de los polinomios $n\tilde{\chi}_{\frac{1}{2}}$ -variados que se pueden evaluar con a lo

sumo L operaciones aritméticas [1]. Estudiamos la familia de problemas de interpolación que consiste en reconstruir cada polinomio $f \in \mathcal{O}_{n,L}$ a partir de su valor en “suficientes” nodos (más precisamente una *sucesión de identificación* para el conjunto $\mathcal{O}_{n,L}$ [1]) y demostramos que la complejidad de todo algoritmo robusto que resuelve dicha familia de problemas es exponencial en la cantidad de nodos involucrados.

Estos resultados están contenidos en [4, 5].

Referencias

- [1] P. Bürgisser, M. Clausen, and M.A. Shokrollahi, *Algebraic complexity theory*, Grundlehren Math. Wiss., vol. 315, Springer, Berlin, 1997.
- [2] D. Castro, M. Giusti, J. Heintz, G. Matera, and L.M. Pardo, *The hardness of polynomial equation solving*, Found. Comput. Math. **3** (2003), no. 4, 347–420.
- [3] M. Gasca and T. Sauer, *On the history of polynomial interpolation*, J. Comput. Appl. Math **122** (2000), 23–35.
- [4] N. Giménez, *Complejidad de algoritmos para la interpolación polinomial en varias variables*, Tesis de licenciatura, Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Matemática (2007), Director: Guillermo Matera.
- [5] N. Giménez, J. Heintz, G. Matera and P. Solernó, *Lower Complexity bounds for interpolation algorithms*, work in progress.
- [6] O. Zariski and P. Samuel, *Commutative algebra II*, Grad. Texts in Math., vol. 39, Springer, New York, 1960.

Autores: Ezequiel Dratman - Guillermo Matera - Ariel Weissbein

Lugar: Instituto de Ciencias, UNGS - Inst. de Desarrollo Humano, UNGS - CoreLabs - Doctorado en Ingeniería - Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Expositor: Ezequiel Dratman

Cotas inferiores para la resolución de sistemas de Pham generalizados

En esta comunicación analizamos la complejidad intrínseca de la resolución de una clase de sistemas de ecuaciones polinomiales de dimensión cero, conocidos como sistemas de Pham generalizados (ver [4]). Estos sistemas, también denominados “intersecciones completas estrictas”(ver [2]), pueden describirse como el resultado de deformar una singularidad aislada proyectiva e intersección completa, y corresponden a la noción intuitiva de sistemas (de dimensión cero) “sin puntos en el infinito”. En ocasiones nos encontramos con estos sistemas en el análisis de las soluciones estacionarias de ciertas ecuaciones diferenciales parabólicas con términos de reacción y difusión no lineales.

Para esto, en lugar de discutir la complejidad de todos los posibles algoritmos que resuelven sistemas de Pham generalizados, vamos a concentrarnos en los algoritmos “universales” y “robustos” (ver [1]). Un algoritmo universal que resuelve sistemas polinomiales es un algoritmo cuya salida contiene información “completa” sobre el sistema en consideración. Este concepto de universalidad, que se remonta al menos a Kronecker, subyace al diseño de todos los algoritmos conocidos en geometría algebraica computacional. Asimismo, un algoritmo universal se dice “robusto” si resuelve familias de sistemas polinomiales evitando ramificaciones “innecesarias” y permitiendo la solución de ciertos problemas límites. Los algoritmos universales robustos forman una clase importante de algoritmos que incluye, entre otros, a los algoritmos que utilizan bases de Gröbner “comprensivas” (comprehensive Gröbner bases), los algoritmos que calculan resultantes y los algoritmos de eliminación de tipo caja negra.

En estos términos, demostramos que un algoritmo universal robusto que calcula polinomios minimales de proyecciones lineales genéricas de sistemas de Pham generalizados tiene complejidad de orden $D^{\Omega(1)}$, donde D es el número de Bézout del sistema de entrada. Este resultado es independiente de la representación del polinomio minimal de la proyección lineal en consideración, aunque el tamaño de la constante subyacente a la notación Ω depende de la representación. En particular, si se usa la habitual representación densa o rala de polinomios multivariados, entonces la complejidad del corre-

spondiente algoritmo es de orden $\Omega(D)$, en tanto que si la representación es por medio de cálculos de evaluación (straight-line programs), la cota inferior es de orden $\Omega(D^{1/2})$.

Los resultados presentados en esta comunicación están contenidos en [3].

Referencias

- [1] D. Castro, M. Giusti, J. Heintz, G. Matera, and L.M. Pardo, *The hardness of polynomial equation solving*, *Found. Comput. Math.* **3** (2003), no. 4, 347–420.
- [2] E. Cattani, A. Dickenstein and B. Sturmfels, *Computing multidimensional residues*, in *Algorithms in Algebraic Geometry and Applications*, Proceedings of the MEGA-94 conference, Santander, Spain, April 5–9, 1994, (T. Recio and L. González-Vega, eds.), volume 143 of *Progr. Math.*, 1996, 135–164. Birkhäuser, Basel.
- [3] E. Dratman, G. Matera and A. Weissbein. *Robust algorithms for generalized Pham systems*, accepted for publication in *Computational Complexity*. Preprint available in <http://grp.giga.googlepages.com/publicaciones>.
- [4] L.M. Pardo and J. San Martín, *Deformation techniques to solve generalized Pham systems*, *Theoret. Comput. Sci.* **315** (2004), no. 2–3, 593–625.

Conferencia Invitada**Gabriela Jeronimo****Depto. de Matemática, FCEyN, UBA - CONICET**

Un algoritmo para hallar soluciones de sistemas de ecuaciones e inecuaciones polinomiales

Dada una combinación booleana de ecuaciones e inecuaciones polinomiales con coeficientes reales, una pregunta que puede formularse es si el conjunto que define en \mathbb{R}^n es vacío o no (un caso particular de este problema es el de decidir si un sistema de ecuaciones e inecuaciones polinomiales tiene solución en \mathbb{R}^n). Un problema que está estrechamente relacionado con esta pregunta es el de determinar, dada una lista de polinomios en $\mathbb{R}[x_1, \dots, x_n]$, cuáles son las condiciones de signo factibles definidas por esta lista.

Una de las subrutinas básicas utilizadas en los algoritmos que trabajan en estos problemas (ver [Ren92], [BPR96], [BGHM01], [SS03] entre otros) consiste en hallar un conjunto finito que contenga un punto en cada una de las componentes conexas de un conjunto semialgebraico.

En esta charla presentaremos un algoritmo probabilístico que, dada una familia de polinomios $f_1, \dots, f_s \in \mathbb{Q}[x_1, \dots, x_n]$, calcula un conjunto finito de puntos (representado por una familia de resoluciones geométricas) que interseca a cada componente conexa de cada conjunto definido por igualdades y desigualdades no estrictas de estos polinomios a cero. El algoritmo extiende resultados previos (ver [JPS]), válidos bajo hipótesis de regularidad sobre los polinomios, al caso de familias arbitrarias. Las cotas de complejidad obtenidas mejoran las de los algoritmos conocidos que resuelven el mismo problema. (Trabajo en progreso.)

Trabajo en colaboración con Daniel Perrucci ⁽¹⁾, Juan Sabia ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Departamento de Matemática, FCEN, Universidad de Buenos Aires,

⁽²⁾ CONICET, Departamento de Ciencias Exactas, CBC, Universidad de Buenos Aires.

Referencias

[BGHM01] B. Bank, M. Giusti, J. Heintz, G.M. Mbakop, Polar varieties and efficient real elimination. *Math. Z.* 238 (2001), No. 1, 115-144.

[BPR96] S. Basu, R. Pollack, M-F. Roy, On the combinatorial and algebraic complexity of quantifier elimination, *J. ACM*, 43(6):1002-1045, 1996.

- [JPS] G. Jeronimo, D. Perrucci, J. Sabia, On sign conditions over real multivariate polynomials. Disponible en arXiv:0801.0586.
- [Ren92] J. Renegar, On the computational complexity and geometry of the first-order theory of the reals, *J. Symbolic Comput.* 13(3):255–352, 1992.
- [SS03] M. Safey El Din, E. Schost, Polar varieties and computation of one point in each connected component of a smooth algebraic set, *Proc. of the 2003 Internat. Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, 224-231 (elect.), ACM, New York, 2003.

Autores: Martín Avendaño - Teresa Krick - Santiago Laplagne

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Santiago Laplagne

Interpolación de ideales polinomiales

La interpolación de polinomios es un método general que consiste en reconstruir un polinomio (de una o varias variables) a partir de sus valores en un conjunto puntos. En este trabajo buscamos generalizar el método a la interpolación de ideales. Es decir, queremos recuperar un ideal polinomial en varias variables conociendo los ideales que resultan al evaluar una de las variables en distintos valores escalares.

Evaluar en una variable es equivalente a agregar un polinomio de la forma $x - a$ al ideal (siendo x una variable del anillo de polinomios y a un elemento del cuerpo base). Más generalmente, podemos considerar polinomios en una variable de cualquier grado o potencias del polinomio $x - a$.

Obtenemos varias fórmulas de interpolación, con interés tanto teórico como práctico. Por ejemplo, demostramos una nueva expresión para el cálculo del radical de un ideal, que generaliza métodos conocidos, enunciados en [1], [2] y [3].

Este es un trabajo en progreso.

Referencias

- [1] Inés Armendáriz y Pablo Solernó. On the computation of the radical of polynomial complete intersection ideals. In *AAECC*, pages 106–119, 1995.
- [2] Alicia M. Dickenstein y Carmen Sessa. Duality methods for the membership problem. In *Effective methods in algebraic geometry (Castiglione, 1990)*, volume 94 of *Progr. Math.*, pages 89–103. Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1991.
- [3] D. Eisenbud, C. Huneke y W. Vasconcelos. Direct methods for primary decomposition. *Invent. Math.*, (110):207–235, 1992.

Conferencia Invitada

Hiroyuki Yamane

**Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University,
Japan**

Weyl groupoids and quntum groups associated to Nichols algebras of
diagonal type

The notion of Weyl groupoid arises naturally in studying Nichols algebras of diagonal type and related Drinfeld doubles, which can be said to be generalizations of quantized Kac-Moody Lie (super)algebras. First we show that the Weyl groupoids are defined only by Coxeter-type relations and that a Matsumoto-type theorem holds for them, so the word problem of them is solvable (joint work with I. Heckenberger). Next for possible application in physics, we give Drinfeld second realization of one particular example of the affine quantum superalgebras using an (extended affine) Weyl groupoid (joint work with I. Heckenberger, F. Spill, A. Torrielli). Finally we mention a recent progress about representation theory (joint work with I. Heckenberger).

Autores: Gastón A. García - Cristian Vay

Lugar: FaMAF - UNC

Expositor: Cristian Vay

Álgebras de Hopf de dimensión 16

Completamos la clasificación de las álgebras de Hopf de dimensión 16 sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de característica 0. Demostramos que una álgebra de Hopf no-semisimple de dimensión 16 tiene la propiedad de Chevalley o su dual es punteado. Este trabajo, accesible en *arXiv:0712.0405v1*, fue aceptado por *Algebr. Represent. Theory*.

Las álgebras de Hopf de dimensión 16 que son semisimples o punteadas o bien tienen la propiedad de Chevalley fueron clasificadas por:

- Calinescu C., Dăscălescu S., Masuoka A., Menini C., Quantum lines over non-cocommutative cosemisimple Hopf algebras, *J. Algebra* **273** (2004), 753-779.
- Caenepeel S., Dăscălescu S., Raianu Ş., Classifying pointed Hopf algebras of dimension 16, *Comm. Alg.* **28**, No. 2 (2000), 541-568.
- Kashina, Y., Classification of Semisimple Hopf Algebras of dimension 16, *J. Algebra* **232** (2000), 617-663.

Además de estos trabajos nos fueron esenciales para completar la clasificación los siguientes:

- Andruskiewitsch N., Natale S., Counting arguments for Hopf algebras of low dimension, *Tsukuba Math J.* **25**, No. 1 (2001), 187-201.
- Beattie M., Dăscălescu S., Hopf algebras of dimension 14, *J. London Math. Soc. II Ser.* **69**, No.1 (2004), 65-78.
- Doi, Y., Takeuchi, M., Quaternion Algebras and Hopf Crossed Products, *Comm. Alg.* **23**, No. 9 (1995), 3291-3325.
- Masuoka, A., Cleft extension for a Hopf algebra generated by a nearly primitive element, *Comm. Alg.* **22**, No. 11 (1994), 4537-4556.
- Natale S., Hopf algebras of dimension 12, *Algebra Represent Theory* **5**, No. 5 (2002), 445-455.
- Ştefan D., Hopf algebras of low dimension, *J. Algebra* **211** (1999), 343-361.

Conferencia Invitada**Fernando Fantino**

FaMAF - UNC

Nuevas técnicas para álgebras de Hopf punteadas

Sea G un grupo finito y ${}^G_G\mathcal{YD}$ la categoría de *módulos de Yetter-Drinfeld* sobre $\mathbb{C}G$. Uno de los pasos más importantes en la clasificación de las álgebras de Hopf punteadas complejas de dimensión finita H con grupo de elementos de tipo grupo $G(H)$ isomorfo a G (en el *Método del Levante*) es la determinación de todos los $V \in {}^G_G\mathcal{YD}$ tal que su *álgebra de Nichols* $\mathfrak{B}(V)$ es de dimensión finita. Para ello, una técnica útil es descartar los módulos de Yetter-Drinfeld irreducibles V con $\dim \mathfrak{B}(V) = \infty$ por medio de *subracks*.

En esta charla, se presentarán nuevas técnicas que permiten decidir la dimensión de $\mathfrak{B}(V)$ por medio de subracks *abelianos* y *no abelianos*. Dichas técnicas han sido desarrolladas en un trabajo realizado en conjunto con Nicolás Andruskiewitsch – [AF].

Además, se mostrarán aplicaciones para álgebras de Hopf punteadas H con $G(H)$ un grupo simétrico, alternado, diedral o de Mathieu simple – ver [AFZ, F1, F2].

Referencias

- [AF] N. Andruskiewitsch and F. Fantino, *New techniques for pointed Hopf algebras*, arXiv:0803.3486v1 [math.QA], 29 pp.
- [AFZ] N. Andruskiewitsch, F. Fantino and S. Zhang, *On pointed Hopf algebras associated with the symmetric group*, arXiv:0807.2406v2 [math.QA], 14 pp.
- [F1] F. Fantino, *On pointed Hopf algebras associated with Mathieu groups*, arXiv:0711.3142v2 [math.QA], 41 pp.
- [F2] F. Fantino, *Álgebras de Hopf punteadas sobre grupos no abelianos*. Tesis de doctorado, FaMAF-UNC(2008).

Autor: César Galindo
Lugar: FaMAF - UNC

Teoría de Clifford para categorías tensoriales

La clasificación de categorías módulo sobre categorías tensoriales es un problema el cual recientemente ha llamado la atención de varios matemáticos, ver [2], [3], [4].

La charla tratará del trabajo en preparación [1]. Nuestro interés es la descripción de las categorías módulo sobre una categoría tensorial \mathcal{C} , la cual admite una graduación sobre un grupo G , de forma tal que cada componente homogénea posee un objeto inversible.

Introducimos la noción de inducción de categorías módulo y mostramos que toda categoría módulo sobre \mathcal{C} es obtenida como la inducida de una categoría módulo de una subcategoría tensorial, asociada a cierto subgrupo de G .

Referencias

- [1] César Galindo, *Clifford theory for tensor categories*, en preparación.
- [2] P. Etingof and V. Ostrik, *Module categories over representations of $SL_q(2)$ and graphs*, Math. Res. Lett. **11** (2004), 103–114.
- [3] V. Ostrik, *Module categories, weak Hopf algebras and modular invariants*, Transform. Groups, **8** (2003), 177–206.
- [4] V. Ostrik, *Module categories over the Drinfeld double of a finite group*, Int. Math. Res. Not. (2003) no. 27, 1507–1520.

Conferencia Invitada
Iván Angiono
Universidad Nacional de Córdoba

Álgebras de Nichols con trenza estándar

En [H2], Heckenberger presenta la lista de espacios vectoriales trenzados de tipo diagonal asociadas a álgebras de Nichols con un número finito de generadores PBW, en base a la definición del grupoide de Weyl ([H1]). Una importante subfamilia de estos espacios trenzados está constituida por los espacios estándares, que incluyen propiamente a la familia de espacios de tipo Cartan. Los espacios estándares fueron definidos en [AA] como primer paso para entender el grupoide de Weyl.

En la presente comunicación, se darán los principales resultados de [An]: presentaremos la clasificación de los espacios estándares cuya correspondiente álgebra de Nichols es de dimensión finita. Para tales espacios trenzados, daremos una base PBW, una fórmula para calcular su dimensión y una presentación por generadores y relaciones del álgebra de Nichols. En particular, se completa la presentación por generadores y relaciones de todas las álgebras de Nichols de tipo Cartan.

[An] I. Angiono, *On Nichols algebras with standard braiding*.

arXiv:math.QA/0804.0816v1, enviado.

[AAn] N. Andruskiewitsch and I. Angiono, *On Nichols algebras with generic braiding*. "Modules and Comodules", Proceedings of a conference in Porto, 17 pp.

[H1] I. Heckenberger, *The Weyl groupoid of a Nichols algebra of diagonal type*, *Inventiones Math.* **164**, 175–188 (2006).

[H2] I. Heckenberger, *Classification of arithmetic root systems*. *arXiv:math.QA/0605795*.

Conferencia Invitada**Andrea Solotar****Depto. de Matemática, FCEyN, UBA**

Representaciones de álgebras de Yang-Mills

Dados $n \in \mathbb{N}$ y un cuerpo k , sea $f(n)$ la k -álgebra de Lie libre con n generadores $\{x_1, \dots, x_n\}$. Consideremos la k -álgebra

$$\eta m(n) = f(n) / \langle \{ \sum_{i=1}^n [x_i, [x_i, x_j]] : 1 \leq j \leq n \} \rangle,$$

llamada **álgebra de Yang-Mills con n generadores** (cf. [CD1] y [CD2]). Se trata de un álgebra de Lie \mathbb{N} -graduada, localmente de dimensión finita.

Denotaremos $YM(n)$ su álgebra envolvente $\mathcal{U}(\eta m(n))$. Se trata de un álgebra homogénea cúbica, que además es 3-Koszul.

Cuando $n = 2$, el álgebra $YM(n)$ es isomorfa al álgebra de Heisenberg con generadores x, y, z sujetos a relaciones $[x, y] = z$, $[x, z] = [y, z] = 0$, y por lo tanto es también isomorfa al álgebra down-up $A(2, -1, 0)$ (cf. [BR1], [BR2] y [CM]). Si $n \geq 3$ el álgebra asociativa $YM(n)$ es no noetheriana. Por lo tanto el estudio de sus representaciones es no trivial.

Dado $n \geq 3$, en este trabajo describimos familias de representaciones de $YM(n)$ suficientemente grandes como para separar puntos del álgebra. El método para esto consiste en mostrar que ciertas familias de álgebras bien conocidas como las álgebras de Weyl y las álgebras envolventes de álgebras de Lie nilpotentes de dimensión finita son cocientes de $YM(n)$.

El interés en las álgebras de Yang-Mills está principalmente motivado por sus aplicaciones físicas, relacionadas con la teoría de clásica de campos y con el estudio de D -branas [Ne].

El texto completo de este trabajo en colaboración con Estanislao Herscovich puede encontrarse en arXiv:0807.3974.

Trabajo en colaboración con Estanislao Herscovich.
Universidad de Buenos Aires.

Referencias

- [BR1] Benkart, G., Roby, T. *Down-up algebras*. J. Algebra **209**, (1998), no. 1, pp. 305–344.

- [BR2] Benkart, G., Roby, T. *Addendum: “Down-up algebras”*. J. Algebra **213**, (1999), no. 1, p. 378.
- [CM] Carvalho, P.; Musson, I. *Down-up algebras and their representation theory*. J. Algebra **228**, (2000), no. 1, pp. 286–310.
- [CD1] Connes, A.; Dubois-Violette, M. *Yang-Mills Algebra*. Lett. Math. Phys. **61**, (2002), no. 2, pp. 149–158.
- [CD2] Connes, A.; Dubois-Violette, M. *Yang-Mills and some related algebras*. To appear in Rigorous Quantum Field Theory. math-ph/0411062v2.
- [Ne] Nekrasov, N. *Lectures on open strings and noncommutative gauge fields*. Unity from duality: gravity, gauge theory and strings (Les Houches, 2001), pp. 477–495, NATO Adv. Study Inst., EDP Sci., Les Ulis, 2003.

Autores: Eleonora Cerati - Ingrid Schwer

Lugar: Depto. de Matemática - Fac. de Ingeniería Qca. - Universidad Nacional del Litoral

Expositor: Eleonora Cerati

Relación entre la alfa-homología de Hochschild y la alfa-cohomología de Hochschild de un álgebra cuántica usando la dualidad de Van den Bergh

Utilizando una versión cuántica del complejo de Koszul K y técnicas definidas por Wambst [W] que permiten construir complejos cuasiisomorfos a los complejos estandar de Hochschild, calculamos la α -homología de Hochschild del álgebra $A = \mathbb{C}\{x_1, \dots, x_N\}$ generada sobre \mathbb{C} por x_1, \dots, x_N con las relaciones $x_i x_j = q_{ij} x_j x_i$ para un morfismo α de tipo 1 [C-S1], es decir para $\alpha \in \text{Aut}\mathbb{C}\{x_1, \dots, x_N\} \setminus \{\alpha : \alpha(x_i) = \prod_{k \neq i} q_{ki}^{j_k} x_i\}$.

Para todo multientero $\gamma \in \mathbb{N}^N$, el complejo de Koszul $K_*(A, A_\alpha)$, donde A_α coincide con A como espacio vectorial pero la estructura de A -módulo a derecha está torcida por el morfismo α , se descompone en suma directa de subcomplejos K_γ de elementos de grado γ del complejo de Koszul. Llamando además $C = \{\gamma \in \mathbb{N}^N / \forall i, 1 \leq i \leq N, \gamma_i = 0 \text{ o bien } x^\gamma x_i = \alpha(x_i) x^\gamma\}$, demostramos que si $\gamma \in C$, la restricción del diferencial del complejo de Koszul a K_γ es nula y si $\gamma \notin C$, K_γ es acíclico. Resulta entonces $HH_\alpha(A) = \bigoplus_{\gamma \in C} K_\gamma$.

Dado que el álgebra A es AS -Gorenstein, Koszul generalizada y de dimensión global finita [B-M] aplicamos el Teorema de Dualidad de Van den Bergh [VB] que permite calcular la α -cohomología de Hochschild, resultando la misma $HH_\alpha^0(A) = \mathbb{C}$ y $HH_\alpha^i(A) = 0$ para $i > 0$, lo cual generaliza los resultados obtenidos para $N = 2, 3$ y 4 [C-S1][C-S2].

Este trabajo se encuentra en proceso.

Bibliografía

- [B-M] R. Berger y N. Marconnet. *Koszul and Gorenstein properties for homogeneous algebras*. Algebras and Representation Theory,9 (2006)67-97.
- [C-S1] E. Cerati. y I. Schwer. *La α -cohomología de Hochschild del espacio afín cuántico multiparámetro*. LVII Reunión de Comunicaciones Científicas de la Unión Matemática Argentina. Córdoba, 2007.

- [C-S2] E. Cerati. y I. Schwer. *Derivations and automorphisms in the twisted polynomial algebra*. *Algebras, Groups and Geometries*, **17**(2000), 149-166.
- [VB] M. Van den Bergh. *A relation between Hochschild homology and cohomology for Gorenstein rings* . *Proc. Amer. Math. Soc.* **126**(1998), 1345-1348 and Erratum, *Proc. Amer. Math. Soc.* **130**(2002), 2809-2810.
- [W] M. Wambst, *Complexes de Koszul quantiques*, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* **43** (1993), no. 4, 1089-1156.

Conferencia Invitada**Gabriel Minian****Depto. de Matemática, FCEyN, UBA**

El poset de p -subgrupos de un grupo finito

En esta charla analizaremos la estrecha relación que existe entre las propiedades algebraicas de un grupo finito y la topología de ciertos posets asociados al grupo. Comenzaremos mostrando una variación del teorema de Sylow, probada por K. Brown [1], que afirma que la característica de Euler del poset $S_p(G)$ de p -subgrupos no triviales de un grupo finito G , es congruente a 1 módulo el orden de un p -subgrupo de Sylow. Luego analizaremos una de las conjeturas más importantes sobre este tema, que fue realizada por D. Quillen [3] y que aún está abierta. Esta conjetura relaciona las propiedades homotópicas de $S_p(G)$ con la existencia de p -subgrupos normales (no triviales). Por último, estudiaremos una reformulación de esta conjetura en términos de espacios topológicos finitos. Esta reformulación, que fue introducida por R.E. Stong [4], permite atacar este problema desde un punto de vista completamente novedoso utilizando las herramientas topológico-combinatorias propias de los espacios finitos.

La charla será suficientemente autocontenida y está pensada para un público matemático general.

Referencias

- 1 K. Brown. Euler characteristics of groups: The p -fractional part. *Invent. Math.* 29 (1975), 1–5.
- 2 P. May. Finite groups and finite spaces. Notes for REU. Preprint University of Chicago (2003). Versión revisada (2008).
- 3 D. Quillen. Homotopy properties of the poset of nontrivial p -subgroups of a group. *Advances in Math.* 28 (1978) 101–128.
- 4 R.E. Stong. Group actions on finite spaces. *Discrete Mathematics* 49 (1984) 95–100.

Autor: Miguel Ottina

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Estructuras celulares en espacios topológicos

En los trabajos [1] y [2] estudiamos espacios topológicos que se construyen pegando celdas obtenidas a partir de un espacio base A , generalizando la teoría clásica de CW-complejos. Daré en esta charla varios ejemplos de este tipo de espacios (que llamamos $CW(A)$ -complejos) y mostraré algunas generalizaciones de teoremas clásicos. Entre ellas cabe destacar una generalización al famoso teorema de Whitehead sobre equivalencias débiles entre CW-complejos. También contaré algunos resultados nuevos obtenidos que relacionan fuertemente los grupos de homología de un $CW(A)$ -complejo X con los grupos de homología del espacio base A . Además explicaré cómo la teoría de $CW(A)$ -complejos nos permite estudiar y entender con mayor profundidad los CW-complejos. En efecto, tanto los resultados obtenidos y sus demostraciones como aquellos resultados clásicos que no valen en este contexto más general nos muestran qué propiedades de los CW-complejos son fundamentales en cada resultado y qué es lo esencial en su demostración.

Referencias

- [1] Minian, G. and Ottina, M. *A geometric decomposition of spaces into cells of different types*. Journal of Homotopy and Related Structures. Vol 1 (1). (2006) 245-271.
- [2] Minian, G. and Ottina, M. *A geometric decomposition of spaces into cells of different types II: Homology Theory*. Por aparecer en Topology and its Applications.

Análisis Funcional y Complejo

Organizan:

Alejandra Maestriperi - Ignacio Zalduendo

Conferencia Invitada**Pedro G. Massey****Lugar: Dpto Matemática - FCE - UNLP**

Extensiones del teorema de Schur-Horn

El teorema de Schur-Horn caracteriza el conjunto de diagonales principales de la órbita unitaria de una matriz autoadjunta.

En ([LP]) se extendió el resultado anterior, describiendo de forma adecuada el conjunto de diagonales principales de bloques de la órbita unitaria de una matriz autoadjunta: dados $d(1), \dots, d(m)$ con $d(1) + \dots + d(m) = n$ y $A = A^*$ matriz $n \times n$, se describió

$$\{(\delta_{ij} (U^*AU)_{ij})_{i,j=1}^m, U \text{ unitario } n \times n\}$$

(δ . es la delta de Kronecker), donde $((U^*AU)_{ij})_{i,j=1}^m$ es la partición por bloques tal que $(U^*AU)_{ij}$ es $d(i) \times d(j)$.

Pero la compresión a la diagonal principal por bloques es un ejemplo de esperanza condicional (sobre *-subálgebras uniales) que preserva la traza usual en el álgebra de matrices. En esta charla indicamos como generalizar los resultados anteriores, describiendo el conjunto de valores que toma una esperanza condicional (sobre *-subálgebras uniales) que preserva la traza sobre la órbita unitaria de una matriz autoadjunta, y sobre la órbita contractiva de una matriz semidefinida positiva.

Lo anterior es el punto de partida para desarrollar una teoría de mayorización extendida que viene por construcción con teoremas de tipo Schur-Horn que describiremos hacia el final de la charla.

Referencias

[LP] C.K. Li and Y.T. Poon, *Principal submatrices of a Hermitian matrix*, Linear Multilinear Algebra **51**(2) (2003), 199-208.

Conferencia Invitada**Juan I. Giribet****Facultad de Ingeniería de la UBA - IAM (CONICET)**

Proyecciones oblicuas y procesos de aproximación

Sea \mathcal{H} un espacio de Hilbert, $x \in \mathcal{H}$ y δx un proceso estocástico, con media cero, varianza acotada y rango en \mathcal{H} . Este modelo resulta adecuado para tratar algunos problemas de procesamiento de señales, en donde x es una señal que se desea estimar inmersa en un ruido δx . Dada las mediciones $x + \delta x$ deseamos reconstruir la señal x mediante un filtro, i.e. un operador lineal y acotado $T \in L(\mathcal{H})$. En general, la señal reconstruida $T(x + \delta x)$ no coincidirá con x , pero podríamos estar interesados en que el estimador resulte insesgado, es decir que su valor medio coincida, al menos para un conjunto adecuado de señales. Si existiesen varios operadores que satisfagan esta condición, podríamos agregar restricciones adicionales como minimizar la incidencia del ruido en la señal reconstruida. Estos operadores se denominan procesos de aproximación. Más precisamente,

Dado \mathcal{T} un subespacio cerrado de \mathcal{H} , $x \in \mathcal{H}$ y δx un proceso estocástico (con media cero y varianza acotada). Sea $\mathcal{U} = \{T \in L(\mathcal{H}) : E(T(x + \delta x)) = x, \text{ para todo } x \in \mathcal{T}\}$. $T \in \mathcal{U}$ es un proceso de aproximación si $E\|T\delta x\|^2 \leq E\|U\delta x\|^2$ para todo $U \in \mathcal{U}$.

Este problema ha sido estudiado por A. Sard, quien además de establecer condiciones necesarias y suficientes para la existencia de tales operadores, vinculó este problema con problemas de cuadrados mínimos pesados. Es decir, dado un operador positivo $B \in L(\mathcal{H})$ y un subespacio cerrado \mathcal{S} de un espacio de Hilbert \mathcal{H} , hallar un operador $C \in L(\mathcal{H})$ con rango en \mathcal{S} tal que para cada $y \in \mathcal{H}$, $\langle B(y - Cy), y - Cy \rangle \leq \langle B(y - u), y - u \rangle$ para todo $u \in \mathcal{S}$. En determinadas aplicaciones son de particular interés aquellos procesos de aproximación que resuelvan un problema de cuadrados mínimos pesados, por lo cual resulta interesante estudiar bajo qué condiciones tales procesos existen. El propósito de esta charla es dar una interpretación del enfoque de Sard en términos de la noción de compatibilidad entre un subespacio cerrado \mathcal{S} de un espacio de Hilbert \mathcal{H} y un operador semidefinido positivo A . El par (A, \mathcal{S}) se dice compatible si existe una proyección Q con rango \mathcal{S} que satisfice $AQ = Q^*A$ (i.e., Q es hermítica respecto de la forma sesquilineal $\langle \cdot, \cdot \rangle_A$). Se conocen varios resultados sobre la geometría del conjunto de proyecciones (oblicuas) con rango \mathcal{S} que satisfacen $AQ = Q^*A$, estos resultados son de utilidad para dar una reinterpretación y generalizar los resultados obtenidos

por Sard para la existencia de procesos de aproximación y su vinculación con problemas de cuadrados mínimos pesados.

Trabajo en colaboración con Gustavo Corach y Alejandra Maestriperi.
Facultad de Ingeniería de la UBA e Instituto Argentino de Matemática
(CONICET)

Autores: J. I. Giribet - A. Maestripieri - F. Martínez Peria

Lugar: IAM, CONICET - FI, UBA - FCE, UNLP

Expositor: F. Martínez Peria

Problema de cuadrados mínimos indefinidos

Dados dos espacios de Hilbert \mathcal{H} y \mathcal{K} , un operador de rango cerrado $C \in L(\mathcal{H}, \mathcal{K})$ y un vector $y \in \mathcal{K}$, si perturbamos el producto interno de \mathcal{K} con un operador autoadjunto $B \in L(\mathcal{K})$, queda planteado el problema de minimizar (de ser posible) el funcional lineal definido sobre \mathcal{H} por

$$x \mapsto \langle Cx - y, Cx - y \rangle_B, \quad x \in \mathcal{H}.$$

En caso de que exista un vector $u \in \mathcal{H}$ tal que

$$\langle Cu - y, Cu - y \rangle_B = \min_{x \in \mathcal{H}} \langle Cx - y, Cx - y \rangle_B,$$

diremos que u es una *solución de B -cuadrados mínimos* (lo abreviaremos B -LSS) de la ecuación $Cx = y$.

En primer lugar, probaremos que la existencia de una B -LSS $u \in \mathcal{H}$ de la ecuación $Cx = y$ es equivalente a que $R(C)$ sea un subespacio B -no negativo de \mathcal{K} y que el vector $y - Cu$ sea B -ortogonal a $R(C)$. Notemos que $y - Cu \perp_B R(C)$ si y sólo si $\langle B(Cu - y), Cx \rangle = 0$ para todo $x \in \mathcal{H}$, o equivalentemente, u es una solución de la *ecuación normal*:

$$C^*B(Cx - y) = 0,$$

por lo que nos enfocaremos en caracterizar y parametrizar las soluciones de esta última ecuación.

Autores: Cristina Cano - Irene Mosconi

Lugar: Depto. de Matemática - Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Cristina Cano

Proyecciones e Isometrías en el Orden Estrella en Operadores

Sea $L(\mathcal{H})$ el espacio de operadores acotados en el espacio de Hilbert \mathcal{H} . Consideremos en $L(\mathcal{H})$ el orden parcial \leq^* , denominado orden estrella definido por $A \leq^* B$ si y sólo si $A^*A = A^*B$, $AA^* = BA^*$. En el caso particular de isometrías y proyecciones hemos caracterizado esta relación de orden por medio de subespacios invariantes.

Llamaremos $\mathcal{P} = \{P \in L(\mathcal{H}) : P^2 = P = P^*\}$.

Algunas de las propiedades probadas son las siguientes:

1. Si $E, F \in \mathcal{P}$ entonces $E \leq^* F$ si y sólo si $R(E) \subseteq R(F)$.
2. Si $E \in \mathcal{P}$ y $A \leq^* E$ entonces $A \in \mathcal{P}$.
3. Sean $A, B \in \mathcal{P}$ tales que $A \leq^* B$. Sean $\mathcal{S}, \mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}$ dos subespacios cerrados tales que $R(A) \subseteq \mathcal{T}$ y $R(A^*) \subseteq \mathcal{S}$. Entonces $A \leq^* P_{\mathcal{T}}BP_{\mathcal{S}}$.
4. Sean $E, F \in \mathcal{P}$ y $\mathcal{S} = R(E) \cap R(F)$ entonces la proyección $P_{\mathcal{S}}$ es el ínfimo $E \wedge^* F = \max_{\leq^*} \{D \in \mathcal{P} : D \leq^* E; D \leq^* F\}$.
5. Sean $E, F \in \mathcal{P}$ y $\mathcal{T} = R(E) + R(F)$ entonces la proyección $P_{\mathcal{T}}$ es el supremo $E \vee^* F = \min_{\leq^*} \{D \in \mathcal{P} : E \leq^* D; F \leq^* D\}$. En el caso que $EF = 0$, $P_{\mathcal{T}} = E + F$.
6. Sea U una isometría parcial y sea $A \in L(\mathcal{H})$. Son equivalentes
 - a) $A \leq^* U$.
 - b) Existe $\mathcal{S} \subseteq R(U^*)$ un subespacio cerrado, tal que $A = UP_{\mathcal{S}}$.
 - c) Existe $\mathcal{T} \subseteq R(U)$ un subespacio cerrado, tal que $A = P_{\mathcal{T}}U$.

En tal caso se tiene que A es también una isometría parcial con $R(A^*) = \mathcal{S}$ y $R(A) = \mathcal{T}$. Además, dados \mathcal{S}_1 y $\mathcal{S}_2 \subseteq R(U^*)$ sub espacios cerrados, se tiene que $UP_{\mathcal{S}_1} \leq^* UP_{\mathcal{S}_2}$ si y sólo $\mathcal{S}_1 \subseteq \mathcal{S}_2$. Una equivalencia similar vale con los subespacios cerrados de $R(U)$.

7. Sean $U, V \in \mathcal{H}$ dos isometrías parciales. Denotemos a sus espacios iniciales por $\mathcal{D}_1 = \ker U^\perp$ y $\mathcal{D}_2 = \ker V^\perp$. Sean

$$\mathcal{S} = \ker(U - V) \cap \mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2, \quad P = P_{\mathcal{S}} \quad \text{y} \quad A = UP = VP.$$

Entonces se tiene que $A = U \wedge^* V$, que es también isometría parcial.

Autores: M. Celeste Gonzalez - M. Laura Arias - Gustavo Corach

Lugar: IAM

Expositor: M. Celeste Gonzalez

Ángulos entre subespacios, inversas generalizadas y ecuaciones tipo Douglas

Sean \mathcal{H}, \mathcal{K} y \mathcal{G} espacios de Hilbert complejos y $L(\mathcal{H}, \mathcal{K})$ el espacio de los operadores lineales y acotados de \mathcal{H} en \mathcal{K} . Dados $B \in L(\mathcal{H}, \mathcal{K})$ y $C \in L(\mathcal{G}, \mathcal{K})$ la ecuación $BX = C$ será llamada **ecuación tipo Douglas**. El teorema de inclusión de rangos probado por Douglas (ver [D]) provee condiciones equivalentes para la existencia de soluciones de este tipo de ecuaciones. En [ACG] presentamos la siguiente versión más general del teorema de Douglas:

Teorema: Sean $B \in L(\mathcal{H}, \mathcal{K})$ y $C \in L(\mathcal{G}, \mathcal{K})$. Las siguientes condiciones son equivalentes:

1. Existe $D \in L(\mathcal{G}, \mathcal{H})$ tal que $BD = C$;
2. $R(C) \subseteq R(B)$;
3. Existe un número positivo λ tal que $CC^* \leq \lambda BB^*$.

Si alguna de estas condiciones vale y \mathcal{M} es un subespacio cerrado de \mathcal{H} tal que $N(B) \dot{+} \mathcal{M} = \mathcal{H}$ entonces existe una única solución $X_{\mathcal{M}} \in L(\mathcal{G}, \mathcal{H})$ de la ecuación $BX = C$ tal que $R(X_{\mathcal{M}}) \subseteq \mathcal{M}$. El operador $X_{\mathcal{M}}$ será llamado una **solución reducida** de la ecuación $BX = C$. Si $\mathcal{M} = \overline{R(B^*)}$ entonces $X_{\mathcal{M}}$ será llamada la **solución reducida de Douglas** de la ecuación $BX = C$.

En esta comunicación estudiamos las soluciones $D \in L(\mathcal{G}, \mathcal{H})$ de la ecuación $BX = C$ que pueden factorizarse como $D = \tilde{B}C$ para algún $\tilde{B} : \mathcal{D}(\tilde{B}) \rightarrow \mathcal{H}$ con $R(C) \subseteq \mathcal{D}(\tilde{B})$ y $\mathcal{D}(\tilde{B})$ no necesariamente denso en \mathcal{H} . Las soluciones reducidas admiten esta factorización. Más aun, D es una solución reducida si y sólo si \tilde{B} puede elegirse como una inversa generalizada de B . Una adecuada condición de ángulos entre subespacios también interviene en esta caracterización. En el caso finito dimensional, probamos que las soluciones reducidas son las únicas que admiten esta factorización.

Referencias:

[ACG] M. L. Arias, G. Corach and M.C. Gonzalez; Generalized inverses and Douglas equations, Proc. Amer. Math. Soc. 136 N° 9, (2008) 3177-3184.

[D] R. G. Douglas, On majorization, factorization and range inclusion of operators in Hilbert space, Proc. Amer. Math. Soc. 17 (1966) 413-416.

Autores: Guillermina Fongi - Alejandra Maestripieri

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA - IAM

Expositor: Guillermina Fongi

Congruencia de operadores autoadjuntos

Sean \mathcal{H} un espacio de Hilbert y $L(\mathcal{H})$ el álgebra de operadores lineales acotados en \mathcal{H} . Sean $L(\mathcal{H})^+$ el cono de operadores positivos, $L(\mathcal{H})^s$ el subconjunto de operadores autoadjuntos y $GL(\mathcal{H})$ el grupo de operadores inversibles de $L(\mathcal{H})$.

Dos rangos de operadores \mathcal{R} y \mathcal{S} se dicen *similares* si existe $g \in GL(\mathcal{H})$ tal que $\mathcal{R} = g(\mathcal{S})$ y *unitariamente equivalentes* si g se puede tomar unitario. Estas nociones son equivalentes. Dos operadores $a, b \in L(\mathcal{H})$ son *equivalentes* si existen $g, f \in GL(\mathcal{H})$ tales que $b = gaf$; a y b son *congruentes* si existe $g \in GL(\mathcal{H})$ tal que $b = gag^*$.

Dado un operador autoadjunto a , caracterizamos el conjunto, \mathcal{O}_a , de operadores congruentes con a . En el caso positivo vale que dos operadores son equivalentes si y sólo si son congruentes, o equivalentemente si sus rangos son unitariamente equivalentes. Esto no vale para operadores autoadjuntos. Sean $a, b \in L(\mathcal{H})^s$ con descomposiciones positivas $a = a_1 - a_2$ y $b = b_1 - b_2$; es decir $a_i, b_i \in L(\mathcal{H})^+$ tales que $a_1 a_2 = 0$ y $b_1 b_2 = 0$. Si $R(b_i)$ es unitariamente equivalente a $R(a_i)$ para $i = 1, 2$ y $N(b)$ es unitariamente equivalente a $N(a)$, entonces $b \in \mathcal{O}_a$. Además si v_a, v_b son las isometrías parciales de las descomposiciones polares de $a, b \in L(\mathcal{H})^s$, probamos que si $b \in \mathcal{O}_a$ entonces $v_b \in \mathcal{U}\mathcal{O}_{v_a}$, donde $\mathcal{U}\mathcal{O}_{v_a} = \{uv_a u^*, u \text{ unitario}\}$ es la órbita unitaria de v_a . Si $a \in L(\mathcal{H})^s$ es de rango cerrado vale que $b \in \mathcal{O}_a$ si y sólo si $v_b \in \mathcal{U}\mathcal{O}_{v_a}$.

Autor: Eduardo Chiumiento

Lugar: La Plata

Geometría de variedades de Stiefel

Sea $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ el espacio de los operadores acotados sobre un espacio de Hilbert \mathcal{H} , \mathcal{I} el conjunto de las isometrías parciales en $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ y \mathfrak{S} un ideal de Banach separable en $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. Dada $V \in \mathcal{I}$, definimos la \mathfrak{S} -variedad de Stiefel asociada a V como

$$\{V_1 \in \mathcal{I} : V - V_1 \in \mathfrak{S}, \ker(V_1) = \ker(V)\}.$$

Por otro lado, si j indica el índice de un par de proyecciones, definimos la \mathfrak{S} -variedad de Stiefel generalizada asociada a V como

$$\{V_1 \in \mathcal{I} : V - V_1 \in \mathfrak{S}, j(V^*V, V_1^*V_1) = 0\}.$$

Denotemos con $\mathcal{U}(\mathcal{H})_{\mathfrak{S}}$ al grupo de Lie-Banach formado por unitarios que sean perturbaciones de la identidad por elementos en \mathfrak{S} . Mostraremos que $\mathcal{U}(\mathcal{H})_{\mathfrak{S}}$ (resp. $\mathcal{U}(\mathcal{H})_{\mathfrak{S}} \times \mathcal{U}(\mathcal{H})_{\mathfrak{S}}$) actúa transitivamente sobre la \mathfrak{S} -variedad de Stiefel (resp. sobre la \mathfrak{S} -variedad de Stiefel generalizada). Además, estas variedades son subvariedades del espacio de Banach afín $V + \mathfrak{S}$ y espacios homogéneos de los respectivos grupos que actúan. Entonces, es natural introducir una métrica cociente, con la cual resultan espacios métricos completos con la distancia geodésica inducida.

Conferencia Invitada

Daniel Carando

Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Funciones analíticas en espacios de Banach
de una a infinitas variables, pasando por varias

Presentaremos una idea general de la teoría de funciones analíticas en espacios de Banach. Al pasar del análisis complejo de una variable al de varias variables, aparecen fenómenos muy interesantes relacionados con dominios naturales, ceros y singularidades. Cuando los dominios son abiertos de un espacio de Banach de dimensión infinita, a estos fenómenos se les suman otros inherentes a la dimensionalidad. Por ejemplo, un dominio infinito dimensional no puede cubrirse con numerables conjuntos compactos. Esto motiva que se consideren y estudien distintas propiedades de las funciones analíticas lo que da origen a diversas clases de funciones. Presentaremos el álgebra de funciones analíticas de tipo acotado como una extensión natural del álgebra de funciones analíticas en \mathbb{C}^n y mostraremos algunas propiedades de su estructura.

Conferencia Invitada**Damian Pinasco****Depto. de Matemática, FCEyN, UBA**

Constante de polarización y número del encuentro.

Si $\{f_i\}_{i=1}^k$ son k funcionales lineales y continuas definidas en un espacio de Banach, el producto

$$(f_1 f_2 \cdots f_k)(x) = f_1(x) f_2(x) \cdots f_k(x)$$

es un polinomio continuo k -homogéneo. Considerando la norma

$$\|f_1 f_2 \cdots f_k\| = \sup_{\|x\|=1} |f_1(x) f_2(x) \cdots f_k(x)|,$$

R. Ryan y B. Turett [RT] probaron que existe $M_k > 0$ tal que

$$\|f_1\| \|f_2\| \cdots \|f_k\| \leq M_k \|f_1 f_2 \cdots f_k\|.$$

Ligada a esta desigualdad, dado un espacio de Banach X , Benítez, Sarantopoulos y Tongue definieron $\{c_k(X)\}_{k \geq 1}$, las constantes de polarización lineal de orden k y $c(X) = \lim_{k \rightarrow \infty} c_k^{1/k}(X)$, la constante lineal de polarización de X [BST].

Aún en el caso en que el espacio sea de dimensión finita, incluso si estamos trabajando en un espacio de Hilbert real, no existen resultados definitivos sobre el valor de todas las constantes $\{c_k\}_{k \geq 1}$.

En este trabajo se consideran ideas provenientes de la teoría de juegos que permiten calcular $c(\ell_2^k)$ y obtener acotaciones para el producto de las constantes lineales de polarización de X y su dual.

Bibliografía

[BST] C. Benítez, Y. Sarantopoulos y A. M. Tongue, Lower bounds for norms of product of polynomials, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 124 (1998), 395-408.

[RT] R. Ryan, B. Turett, Geometry of spaces of polynomials, *J. Math. Anal. Appl.* 221 (1998), 698-711.

Autores: Daniel G. Carando - Daniel E. Galicer

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Daniel E. Galicer

Incondicionalidad en espacios de polinomios

Defant y Kalton probaron en [1] que, si E es un espacio de Banach con base incondicional, $\mathcal{P}({}^m E)$ (el espacio de los polinomios m -homogéneos sobre E) no puede tener base incondicional ($m > 1$). Combinando este hecho con un resultado de Defant, Díaz, García y Maestre [2] y la teoría clásica de bases de Schauder, mostramos que, si E es un espacio de Banach cuyo dual tiene base incondicional, $\mathcal{P}({}^m E)$ no admite base incondicional ($m > 1$). Esto generaliza lo obtenido por Defant y Kalton ya que existen espacios sin base incondicional cuyos duales tienen base incondicional. Por otro lado, probamos que, si E' (el dual de un espacio de Banach E) posee base, los monomios asociados a dicha base no pueden ser una base incondicional de $\mathcal{P}({}^m E)$. También consideramos el problema de existencia de bases incondicionales en espacios de polinomios más chicos.

Referencias

- [1] Defant, A.; Kalton, N. *Unconditionality in Spaces of m -Homogeneous Polynomials* Quart. J. Math (2005), 53–64.
- [2] Defant, A.; Díaz, J.C.; García, D. and Maestre M. *Unconditional Basis and Gordon-Lewis Constants for Spaces of Polynomials*, J. Funct. Anal. 181 (2001), 119–145.

Autores: Daniel Carando - Silvia Lassalle
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Silvia Lassalle

Marcos en espacios de Banach, dualidad y reflexividad

En este trabajo estudiamos la estructura de los marcos en espacios de Banach dentro del contexto abstracto de la teoría de aproximación. Los marcos son sucesiones que permiten fórmulas de reconstrucción no necesariamente únicas, contrariamente a lo que sucede con las bases ortonormales en un Hilbert o con bases de Schauder en un Banach.

Las distintas propiedades que puede tener un marco se traducen en propiedades específicas del espacio. Para espacios con base de Schauder este tipo de análisis ha sido extensamente estudiado. Por ejemplo, si (e_n) es base de X entonces, su sucesión bi-ortogonal en X' es base si y sólo si (e_n) es achicante. Más aún, X es reflexivo si y sólo si (e_n) es achicante y acotadamente completa.

Para entender el comportamiento de los marcos en un Banach en términos de dualidad y reflexividad, primeramente extendimos, a este contexto, las nociones: *achicante* y *acotadamente completa*. Esto nos permitió caracterizar cuando un marco en un Banach X genera, por dualidad, un marco para el espacio dual X' . También caracterizamos la reflexividad de un espacio de Banach teniendo en cuenta las propiedades de los marcos y ciertas condiciones de incondicionalidad.

Referencias:

1. Carando, D.; Lassalle S.; *Duality, reflexivity and atomic decompositions in Banach spaces*. Studia Math., (to appear).
2. Casazza, P.; Christensen, O.; Stoeva, D. *Frame expansions in separable Banach spaces*. J. Math. Anal. Appl. 307 (2005), no. 2, 710–723.
3. James, Robert C. Bases and reflexivity of Banach spaces. Ann. of Math. (2) 52, (1950). 518–527.
4. Pelczyński, A. *Any separable Banach space with the bounded approximation property is a complemented subspace of a Banach space with a basis*. Studia Math. 40 (1971), 239–243.

Autores: Daniel Carando - Santiago Muro
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Santiago Muro

Envolturas holomorfas en espacios de Banach

Sea U un subconjunto abierto de un espacio de Banach E . Una generalización natural del espacio de Fréchet de funciones holomorfas en un dominio de \mathbb{C}^n es $H_b(U)$, el conjunto de funciones holomorfas de tipo acotado en U ; es decir las funciones holomorfas que son acotadas en subconjuntos de U acotados y con distancia positiva al borde de U .

Hirschowitz en [2], estudió la envoltura holomorfa de un dominio de Riemann Ω sobre un espacio de Banach E y pregunta si las extensiones de las funciones de tipo acotado en Ω siguen siendo de tipo acotado en la envoltura de Ω . En [1] Dineen y Venkova probaron que si E es simétricamente regular, entonces todas las funciones de $H_b(\Omega)$ se pueden extender a funciones holomorfas en el espectro de $H_b(\Omega)$, pero no logran establecer si las extensiones son de tipo acotado en el espectro.

Nosotros investigamos el caso en que U es un abierto balanceado. Relacionamos algunas propiedades del espectro de $H_b(U)$ con la convexidad holomorfa de U . Eso nos permitió probar que la cápsula holomorficamente convexa de U está contenida en el espectro de $H_b(U)$ y caracterizar la envoltura holomorfa de U . Si U es acotado, probamos que las extensiones a la envoltura holomorfa son de tipo acotado. Mostramos, en cambio, un ejemplo de una función de tipo acotado en un abierto balanceado no acotado de c_0 cuya extensión no es de tipo acotado en la envoltura holomorfa. Esto en particular resuelve los problemas de Dineen-Venkova y Hirschowitz.

Referencias

- [1] Dineen, Seán; Venkova, Milena. Extending bounded type holomorphic mappings on a Banach space. *J. Math. Anal. Appl.* 297 (2004), no. 2, 645–658.
- [2] Hirschowitz, André. Prolongement analytique en dimension infinie. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 22 (1972), no. 2, 255–292.

Autores: A. Barrenechea - A. Madrid

Lugar: UNCPBA- Fac. Cs. Exactas, Depto de Matemática. NUCOMPA

Expositor: A. Madrid

Diagonabilidad y débil amenabilidad.

Es sabido que un álgebra de Banach abeliana no unitaria U es débilmente amenable sí y sólo si U^\sharp es débilmente amenable, siendo U^\sharp el álgebra obtenida por adjunción de una unidad. El caso general está abierto. El propósito de esta comunicación es presentar un análisis sobre las relaciones entre derivaciones de valores en un álgebra de Banach no abeliana, no unitaria U con valores en U^* y derivaciones en U^\sharp con valores en el dual de U^\sharp . Para ello introducimos la noción de derivadas diagonales, entendiendo estas como operadores de U en U^* , que verifican $\langle x, d(x) \rangle = 0 \forall x \in U$. Cualquier derivación interna es diagonal pero demostramos que la clase de derivaciones internas no siempre coincide con la de las derivaciones diagonales. Se caracterizan las derivadas diagonales definidas sobre un álgebra de Banach débilmente amenable o sobre álgebras de Banach con aproximaciones acotadas a derecha de la identidad. Luego se describen las relaciones entre derivadas diagonales sobre U y sobre U^\sharp . En este contexto, derivaciones diagonales internas son caracterizadas, como así también derivaciones diagonales sobre el dual de álgebras de Banach. Esta problemática está motivada en cuestiones sobre propiedades hereditarias de álgebras de Banach débilmente amenable planteadas por H. G. DALES, F. GHAMRANI y N. GRØNBÆK.

Autores: Marta García - Manuel Aguirre

Lugar: UCPBA

Expositor: Marta García

El producto distribucional de las derivadas de orden k de la delta de Dirac soportadas en $(1 - x^2)$

En este trabajo se le da un sentido al producto distribucional

$$\delta^{(k-1)}(1-x^2) \cdot \delta^{(l-1)}(1-x^2)$$

donde $\delta^{(k-1)}(1-x^2)$ es la derivada de la Delta de Dirac soportada en $(1-x^2)$.

Para lograrlo hacemos uso del producto distribucional

$$\delta^{(k)}(x) \cdot \delta^{(l)}(x)$$

el cual aparece en [1].

Referencias

- [1] Aguirre Manuel - *El producto distribucional $\delta^{(k)}(x) \cdot \delta^{(l)}(x)$* - Thai Journal of Mathematics- Tailandia (aceptado para publicar)

Autores: Verónica Gayá - Liliana Zaragoza

Lugar: Universidad Nacional de Cuyo

Expositor: Liliana Zaragoza

Epi-continuidad de correspondencias función valuadas

Se extiende el concepto de correspondencias conjunto valuadas de un espacio U al espacio de los subconjuntos de un conjunto X , al de correspondencias función valuadas de U en el conjunto de las funciones reales extendido valuadas. Estas últimas correspondencias se denominan bifunciones. Cualquier correspondencia conjunto valuada S de R_m en R_n puede asociarse a una correspondencia función valuada de R_m a R_n . Es decir una correspondencia que a cada u de R_m le asigne su conjunto indicador $S(u)$, se asocia a una correspondencia indicador que a cada u de R_m le asigna una función bivariada f de $R_m \times R_n$ en los reales extendidos, $f(.,u)$. En este contexto se pueden establecer relaciones entre la epi-continuidad de las correspondencias conjunto valuadas y la continuidad bivariada de las correspondencias función valuadas.

Autores: Pedro G. Massey - Mariano A. Ruiz - Demetrio Stojanoff

Lugar: UNLP - IAM - CONICET

Expositor: Mariano Ruiz

Minimización del potencial de Benedetto-Fickus en marcos escaleados

En la teoría de marcos finito dimensionales, el problema de diseñar un marco con operador de marco y normas de vectores prefijados ha sido ampliamente estudiado. En concreto, se buscan condiciones necesarias y suficientes que garanticen existencia de marcos ajustados (i.e. el operador de marco es un múltiplo de la identidad) cuyos vectores posean determinadas normas.

En este trabajo planteamos el problema "dual": dados $\mathcal{F} = \{f_i\}_{i=1}^m$ vectores de norma uno en \mathbb{C}^d , se estudia cómo elegir las normas para que la sucesión de Bessel resultante tenga operador de marco óptimo en un sentido a determinar, con la restricción de que la traza del operador de marco se mantenga constante. Es bien sabido que los marcos ajustados poseen cualidades interesantes para muchas aplicaciones, por lo tanto, es natural plantear el problema de "escalear" el conjunto \mathcal{F} de modo de obtener un marco tan ajustado como lo permitan los vectores iniciales.

La herramienta adecuada a utilizar es el potencial de marco o potencial de Benedetto- Fickus ([1]), que se minimiza en los marcos ajustados. En este trabajo, se relaciona este problema de optimización con la teoría del Índice de Hadamard desarrollado en los trabajos [2,3], obteniéndose la caracterización de los pesos óptimos, y el potencial mínimo.

Referencias

- [1] J.J. Benedetto & M. Fickus, *Finite normalized tight frames*, Adv. Comput. Math 18, (2003), 357-385.
- [2] D. Stojanoff, *Index of Hadamard multiplication by positive matrices*, Linear Algebra and its Applications 290 (1999), 95-108.
- [3] G. Corach & D. Stojanoff, *Index of Hadamard multiplication by positive matrices II*, Linear Algebra and its Applications, 332/334 (2001), 503-517.

Análisis Numérico

Organizan:

Ricardo Durán - Claudio Padra

Conferencia Invitada**Rodolfo Rodríguez****Dpto. de Ingeniería Matemática, Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile.***rodolfo@ing-mat.udec.cl*

Pandeo de placas Reissner-Mindlin

El objeto de este trabajo es estudiar la aproximación numérica de la carga crítica de pandeo de una placa modelada mediante las ecuaciones de *Reissner-Mindlin* ([6]). Los coeficientes de pandeo de la placa resultan ser los autovalores de un problema espectral variacional cuyo operador resolvente es acotado pero no compacto, lo cual dificulta su caracterización espectral. Un fenómeno semejante se da en las ecuaciones de la elasticidad tridimensional de la placa y ha sido estudiado por Dauge y Suri en [2]. En el presente trabajo se obtiene una caracterización espectral de las ecuaciones de pandeo para el modelo de Reissner-Mindlin, a partir de la descomposición de Helmholtz del esfuerzo de corte estudiada por Arnold y Falk en [1].

A continuación se estudia la aproximación numérica de los coeficientes de pandeo. Para ello hay que tener en cuenta que, si bien las ecuaciones de Reissner-Mindlin son de tipo elíptico, el cociente entre las constantes de continuidad y de elipticidad es proporcional al inverso del cuadrado del espesor de la placa. Por esta razón, es bien sabido que los métodos de elementos finitos standard sufren del llamado bloqueo numérico (*locking*), cuando el espesor es pequeño en relación a las otras dimensiones de la placa. Para evitar este fenómeno es necesario recurrir a algún tipo de integración reducida o de interpolación mixta en los términos que involucran el esfuerzo de corte. En este estudio nosotros utilizamos en particular el método *DL3* desarrollado por Durán y Liberman en [1]. Con este fin se adapta la teoría de aproximación espectral de operadores no compactos desarrollada por Descloux, Nassif y Rappaz en [3, 4], a fin de obtener estimaciones del error de orden óptimo para las autofunciones y un orden doble para la aproximación de los autovalores. Estas estimaciones resultan esencialmente independientes del espesor de la placa, por lo que el método propuesto no sufre de bloqueo numérico.

Finalmente se presentan algunos experimentos numéricos que corroboran los resultados teóricos y ponen en evidencia la performance del método propuesto.

Trabajo en colaboración con Carlo Lovadina¹ y David Mora²

¹ Dipartimento di Matematica, Università di Pavia e I.M.A.T.I.-C.N.R., Via Ferrata 1, I-27100, Pavia, Italia. carlo.lovadina@unipv.it

² Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile. Becario Conicyt. david@ing-mat.udec.cl

Parcialmente financiado por proyectos FONDAP y BASAL, CMM, Universidad de Chile.

Referencias

- [1] D.N. Arnold, R.S. Falk, A uniformly accurate finite element method for the Reissner-Mindlin plate, *SIAM J. Numer. Anal.*, **26** (1989) 1276–1290.
- [2] M. Dauge, M. Suri, Numerical approximation of the spectra of non-compact operators arising in buckling problems, *J. Numer. Math.*, **10** (2002) 193–219.
- [3] J. Descloux, N. Nassif, J. Rappaz, On spectral approximation. Part 1: The problem of convergence, *RAIRO Anal. Numér.*, **12** (1978) 97–112.
- [4] J. Descloux, N. Nassif, J. Rappaz, On spectral approximation. Part 2: Error estimates for the Galerkin method, *RAIRO Anal. Numér.*, **12** (1978) 113–119.
- [5] R. Durán, E. Liberman, On mixed finite elements methods for the Reissner-Mindlin plate model, *Math. Comp.*, **58** (1992) 561–573.
- [6] J.P. Smith, Buckling of shear deformable plates using the p -version of the finite element method, *Comput. Struct.*, **57** (1995) 527–532.

Autores: Gabriel Acosta - T. Apel - Ricardo G. Durán - Ariel Lombardi

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Ariel Lombardi

Estimaciones de error para la interpolación de Raviart-Thomas
sobre elementos anisotrópicos

En este trabajo obtenemos estimaciones de error de orden óptimo para la interpolación de Raviart-Thomas de cualquier grado. Estas estimaciones son válidas bajo condiciones que admiten familias de elementos no regulares muy generales.

Nuestras condiciones son la del ángulo máximo en el caso de triángulos y dos generalizaciones de ésta en el caso de tetraedros. Estas generalizaciones se conocen como “condición de ángulo máximo en 3d” y “propiedad del vértice regular”.

Las técnicas que utilizamos son diferentes a las de trabajos anteriores de este tema y los resultados obtenidos son más generales en varios aspectos.

En primer lugar, nuestras estimaciones tienen el orden óptimo para la aproximación por la interpolación de Raviart-Thomas de grado k de campos vectoriales con componentes en $W^{j+1,p}$, siendo $0 \leq j \leq k$ y $1 \leq p < \infty$. Este resultado es nuevo tanto para triángulos como para tetraedros ya que sólo era conocido para el caso $j = k$. Por otra parte, en el caso tridimensional, las estimaciones bajo la condición de ángulo máximo sólo se habían demostrado para $k = 0$.

Autores: María Gabriela Armentano - Jordi Blasco

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA - Depto. de Matemática Aplicada I, Universidad Politécnica de Cataluña

Expositor: María Gabriela Armentano

Estabilidad e inestabilidad de métodos de elementos finitos mixtos
de tipo cross-grid para el problema de Stokes

En este trabajo introducimos y analizamos una nueva familia de métodos de elementos finitos mixtos, de tipo cross-grid $P_k Q_l$, para resolver el problema de Stokes. Es sabido que para garantizar la convergencia del método propuesto es necesario demostrar que éste satisface la llamada condición inf-sup. Valiéndonos de la técnica de los macroelementos, establecemos condiciones bajo las cuales la condición inf-sup se satisface. Mostramos la presencia de modos espúreos de presión para el caso $k = 1$ y $l = 1$ y demostramos la estabilidad, y por ende la convergencia con orden óptimo, para el caso $k = 2$ y $l = 1$. Presentamos además varios ejemplos numéricos.

Conferencia Invitada

Pedro Morín

IMAL - Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe

Convergencia y optimalidad de elementos finitos adaptativos

Los elementos finitos adaptativos comenzaron a utilizarse alrededor del año 1970, y han permitido aproximar satisfactoriamente problemas que no podrían ser resueltos sin utilizar adaptatividad. En todas las situaciones prácticas, incluso en las que las soluciones presentan "singularidades" debidas a discontinuidades de los coeficientes y a irregularidades del dominio, se observa que la convergencia es óptima en términos del número de grados de libertad que se utilizan para definir a la función aproximante. Sin embargo, la demostración matemática de este hecho ha sido un problema abierto hasta finales de los años 90, cuando aparecieron los primeros resultados de reducción del error. En los últimos años se han demostrado resultados de convergencia bajo hipótesis muy generales y la optimalidad para algunos casos particulares. En esta charla se presentarán las ideas principales de los últimos resultados de convergencia y optimalidad para elementos finitos adaptativos.

Autores: Eduardo M. Garau - Pedro Morín - Carlos Zuppa

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral

Expositor: Eduardo Mario Garau

Convergencia de métodos de elementos finitos adaptativos
para problemas elípticos de autovalores

Consideramos la aproximación por elementos finitos adaptativos del siguiente problema de autovalores, asociado a un operador elíptico de segundo orden:

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (\mathcal{A}\nabla u) &= \lambda \mathcal{B}u && \text{en } \Omega \\ u &= 0 && \text{sobre } \partial\Omega, \end{aligned}$$

bajo suposiciones generales sobre la matriz \mathcal{A} y la función escalar \mathcal{B} , y donde Ω es un dominio poligonal o poliédrico.

Consideramos el método de elementos finitos adaptativo clásico en el que se eligen los elementos a refinar utilizando sólo estimadores de error a posteriori usuales, sin necesidad de marcar debido a los términos de oscilación, y con cualquier estrategia de marcado razonable. Las aproximaciones se plantean en un espacio de elementos de Lagrange de cualquier grado polinomial.

Se prueba la convergencia del algoritmo propuesto partiendo de cualquier triangulación inicial que capte las discontinuidades de \mathcal{A} , probando previamente que los estimadores de error de una subsucesión convergente del algoritmo tienden a cero. La demostración no requiere de la llamada *condición de nodo interior*, y es válida tanto para autovalores simples como múltiples.

Autores: Fernando Gaspoz - Pedro Morín

Lugar: Santa Fe

Expositor: Fernando Gaspoz

Regularidad Besov y velocidad de convergencia
del método de elementos finitos adaptativo.

Dado un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ poligonal ($d = 2$) o poliedral ($d = 3$) y una malla simplicial P_0 de Ω definimos los siguientes conceptos asociados a la aproximación adaptativa por elementos finitos:

Mallas de *complejidad* n

$$\mathbb{P}_n = \{P : P \text{ es una malla que se obtiene mediante } n \text{ bisecciones de } P_0\}$$

Mallas *admisibles* de *complejidad* n

$$\mathbb{P}_n^\alpha = \{P : P \in \mathbb{P}_n \text{ y } P \text{ no tiene nodos colgantes}\}$$

Espacios de elementos finitos

$$\mathcal{S}(P) = \{g \in C^0(\bar{\Omega}) : g|_\Delta \in \mathcal{P}^r, \text{ para todo } \Delta \in P\},$$

donde \mathcal{P}^r denota el conjunto de polinomios de grado total $\leq r$.

Mejor aproximación en norma $\|\cdot\|_{B_0}$ con mallas de complejidad n

$$\sigma_n(f)_{B_0} := \inf_{P \in \mathbb{P}_n^\alpha} \inf_{g \in \mathcal{S}(P)} \|f - g\|_{B_0}$$

Ya fue demostrado que si f es la solución de un problema elíptico y $\sigma_n(f)_{H^1(\Omega)} \leq Cn^{-\frac{s}{d}}$, entonces el método de elementos finitos adaptativo genera una sucesión de mallas P_k y soluciones discretas u_k con la misma velocidad de aproximación, más precisamente

$$\|u - u_k\|_{H^1(\Omega)} \leq \tilde{C}(\#P_k - \#P_0)^{-\frac{s}{d}}.$$

Nosotros probamos el siguiente teorema, que relaciona la regularidad Besov de funciones con la velocidad de aproximación:

Teorema: Sea $B_0 := B_p^\alpha(L^p(\Omega))$, $0 < p < \infty$, $0 < \alpha < 1 + \frac{1}{p}$, ó $B_0 := L^p(\Omega)$ si $\alpha = 0$. Si $f \in B := B_\tau^{\alpha+s}(L^\tau(\Omega))$ con $\frac{1}{\tau} < \frac{s}{d} + \frac{1}{p}$, $s > 0$ y $\alpha + s \leq \max(r + \frac{1}{\tau}, r + 1)$, entonces:

$$\sigma_n(f)_{B_0} \leq cn^{-\frac{s}{d}} |f|_B$$

para $n \geq 1$, donde $c = c(p, \alpha, s, \tau, r, d, \beta) |\Omega|^\delta$, con $\delta = \frac{s}{d} + \frac{1}{p} - \frac{1}{\tau}$, d la dimensión y β las constantes geométricas de la malla P_0 .

Autores: Ricardo G. Durán - Ariel L. Lombardi - Mariana I. Prieto

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Mariana I. Prieto

Superconvergencia de elementos finitos sobre mallas graduadas
para una ecuación de convección-difusión en 2-D.

Dado el problema modelo de convección-difusión:

$$\begin{aligned} -\varepsilon\Delta u + \vec{b} \cdot \nabla u + cu &= f \quad \text{en } \Omega, \\ u &= 0 \quad \text{sobre } \partial\Omega, \end{aligned}$$

donde $\Omega = [0, 1]^2$, consideramos la aproximación numérica dada por el método de elementos finitos de grado 1 sobre mallas graduadas adecuadamente, las cuales fueron introducidas en el trabajo [1]. Allí se obtienen estimaciones de error de orden casi óptimo (es decir, salvo un factor logarítmico) en término del número de nodos de la malla.

En [2], se demuestra la superconvergencia (esto es, la distancia entre la solución aproximada y la interpolada de la solución exacta es de mayor orden) para el caso de mallas de Shishkin.

En este trabajo, demostramos un resultado de superconvergencia para la solución aproximada obtenida utilizando mallas graduadas, basándonos en las técnicas de [2] y [3]. Como consecuencia de este resultado, obtenemos una estimación de orden casi óptimo en norma L^2 .

Referencias

- [1] R. G. Durán, A. L. Lombardi, *Finite element approximation of convection-diffusion problems using graded meshes* Applied Numerical Mathematics, 56 (2006) 1314–1325.
- [2] Z. Zhang, *Finite element superconvergence on Shishkin mesh for 2-D convection-diffusion problems* Mathematics of Computation, Vol. 72, Nro 243 (2003) 1147–1177.
- [3] M. Zlamal *Superconvergence and reduced integration in the finite element method* Mathematics of Computation, Vol. 32, Nro 143 (1978) 663–685.

Autores: Ana María Aramayo - Hilda Cristina Egüez**Lugar:** Universidad Nacional de Salta**Expositor:** Cristina Egüez

Estudio de la eficiencia y robustez del algoritmo de Koebe

Un método iterativo para encontrar una transformación conforme entre dos recintos acotados es el algoritmo de Koebe, descrito en [1]. Este es un algoritmo muy útil para la implementación computacional ya que se aplican en forma recursiva dos tipos de transformaciones elementales, una de Moebius y otra con raíz cuadrática. Aunque el método asegura la convergencia, independientemente de los puntos iniciales, se ha observado en [2] que a menos que se elija apropiadamente este punto inicial (en cada paso iterativo), la convergencia puede ser muy lenta, además se ha encontrado dificultades algorítmicas en la implementación de este método mediante el lenguaje Mathematica.

En este trabajo, se estudia la eficiencia y robustez del algoritmo realizando una implementación con un lenguaje de alto nivel, como lo es el lenguaje C. Además, se investiga la sensibilidad de los datos iniciales en la solución y se estudia posibles estrategias de precondicionamiento a fin de intentar controlar esta fuerte dependencia de los datos iniciales.

Referencias

- [1] Real and Complex Analysis, Rudin Walter. McGRAW-HILL. 1970
- [2] Determinación de la cantidad de vórtices en un trapecio, mediante transformaciones conformes. Egüez, C. y Aramayo, A. UMA. 2007

Análisis Real y Armónico
y
Teoría de la Aproximación

Organizan:

Sergio Favier - Tomás Godoy - Eleonor Harboure

Conferencia Invitada**Alfredo Lázaro González****Universidad Nacional de Mar del Plata**

AMR cristalográficos tipo Haar Múltiples

Consideramos un grupo cristalográfico Γ , una transformación afín expansiva a , ambos actuando en \mathbb{R}^d , tal que $a\Gamma a^{-1} \subset \Gamma$ y un vector $\mathbf{K} = (K_1, \dots, K_n)$ de subconjuntos compactos $K_i \subset \mathbb{R}^d$.

Mostraremos que \mathbf{K} genera un (Γ, a) -AMR (*cristalográfico*) tipo Haar de multiplicidad n si y solo si es un (Γ, a) -multi-reptil.

Definición 1. \mathbf{K} genera un (Γ, a) -AMR tipo Haar de multiplicidad n , si $\{D_\gamma \chi_{K_i} : i = 1, \dots, n\}$ es una b.o.n. para el subespacio $V_0 \subset L^2(\mathbb{R}^d)$ que genera, y la familia de subespacios

$$V_j = D_{a^{-1}}^j V_0 \subset L^2(\mathbb{R}^d)$$

verifica:

$$V_j \subset V_{j+1}, j \in \mathbb{Z}, \quad \bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\} \quad \text{y} \quad \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R}^d).$$

(Si g es una transf. afín inv. y $\text{ad}(g)$ su parte lineal, $D_g f(x) = |\det(\text{ad}(g))|^{-1/2} f(g^{-1}x)$)

Definición 2. \mathbf{K} es un (Γ, a) -multi-reptil si

(a) La familia $\{\gamma(K_i) : \gamma \in \Gamma, i = 1, \dots, n\}$ tesela \mathbb{R}^d .

(b) Hay una familia $\{\Gamma_j^i\}_{i,j=1}^n$ de subconjuntos finitos de Γ tales que

$$a(K_i) = \bigcup_{j=1}^n \bigcup_{\gamma \in \Gamma_j^i} \gamma(K_j).$$

Se trata de una extensión al caso cristalográfico del resultado clásico (donde Γ es el grupo de traslaciones en un reticulado) obtenido en [GHR] y [FW], simultáneamente, pero con diferentes enfoques.

Trabajo en colaboración con María del Carmen Moure
Universidad Nacional de Mar del Plata.

Referencias

[GHR] Gröchenig, Haas, A., Raugi, A., Self-Affine Tilings with several Tiles, I, *Appl. Comput. Harmon. Anal.* **7** (1999), 211-238.

[FW] Flaherty, T and Wang, Y, Haar-type multiwavelet bases and self-affine multi-tiles, *Asian Journal of Math* **3**, N 2, (1999).

Autores: Eduardo Serrano - Marcela Fabio

Lugar: ECyT - UNSAM

Expositor: Eduardo Serrano

Wavelets Perturbadas

En una anterior presentación hemos expuesto algunos resultados referidos al problema de *wavelets perturbadas*:

Dado un marco de wavelets $\{\psi_{jk}, j, k \in \mathcal{Z}\}$, generada a partir de la función madre ψ , se considera otra familia $\{\gamma_{jk}, j, k \in \mathcal{Z}\}$ generada a partir de la función $\gamma = \psi + \delta$ donde δ es la perturbación de media nula y norma relativamente pequeña. Se pretende caracterizar las condiciones que preserven la propiedad de marco.

Analizábamos entonces un caso particular, para las wavelets spline ortogonales asociadas a un esquema de multirresolución.

Prosiguiendo, obtenemos otros resultados en contextos más generales. En el presente enfoque consideramos perturbaciones elementales de la forma $\gamma = \psi^{(1)} + \alpha \psi_{hn}^{(2)}$ donde las $\psi^{(1)}$ y $\psi^{(2)}$ son wavelets distintas, verificando ciertas propiedades.

Con este esquema, caracterizado un rango admisible para el parámetro real α , pueden estudiarse perturbaciones más complejas en forma recursiva.

Autores: Hugo Aimar - Luis Nowak

Lugar: IMAL

Expositor: Luis Nowak

Sobre bases de Haar en espacios métricos

En [ABI] se prueba que las bases de Haar de $L^2(X, d, \mu)$ inducidas por las particiones de M. Christ [C] constituyen bases incondicionales de los espacios de Lebesgue sobre el espacio de tipo homogéneo (X, d, μ) . La demostración se basa en el estudio del operador singular de sumabilidad.

En este trabajo damos otra demostración que sigue la línea de interpolación entre el espacio de Hardy y L^2 expuesta en el libro de Wojtaszczyk [W].

Los espacios de Hardy sobre espacios de tipo homogéneo han sido profundamente estudiados por R. Macías y C. Segovia en [MS], donde se prueba la equivalencia entre los enfoques maximal y atómico.

Demostremos que los sistemas de Haar son bases incondicionales del espacio de Hardy diádico sobre un espacio de tipo homogéneo y como corolario obtenemos una nueva prueba de su incondicionalidad como bases de L^p .

Referencias

[ABI] H. Aimar, A. Bernardis y B. Jaffei, Multiresolution approximations and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type. *Journal of Approximation Theory* 148 (2007), 12-34.

[C] M. Christ, A T(b) theorem with remarks on analytic capacity and the Cauchy integral, *Colloq. Math.* 60/61 (1990), 601-628.

[MS] R. Macías y C. Segovia, A decomposition into Atoms of Distributions on Space of Homogeneous Type, *Advances in Mathematics*, 33, (1979), 271-309.

[W] P. Wojtaszczyk, *A Mathematical introduction to Wavelets*, Cambridge University Press, 1997.

Autores: Alfredo González - Ma. del Carmen Moure - Alejandro Quintero
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Alejandro Quintero

Espacios invariantes por Grupos Cristalográficos

La teoría de espacios invariantes por traslaciones en un reticulado aparece en el estudio de wavelets y otros sistemas más generales de reproducción de funciones. El grupo de traslaciones en un reticulado es el más elemental de los grupos cristalográficos.

En esta presentación se mostrarán propiedades de subespacios de funciones de módulo cuadrado integrable, invariantes bajo la acción de grupos cristalográficos. Es decir, para un grupo cristalográfico Γ , subconjuntos $S \subset L^2(\mathbb{R}^d)$, tales que para cada $f \in S$ se tiene que

$$D_\gamma f \in S, \text{ para } \gamma \in \Gamma.$$

donde $D_\gamma f(x) = f(\gamma^{-1}(x))$.

Se extiende la definición de “producto corchete” y se muestran propiedades.

Se caracteriza la ortogonalidad de subespacios invariantes bajo la acción de grupos cristalográficos generados por una función.

[B] M. Bownik, The structure of shift-invariant subspaces of $L^2(\mathbb{R}^n)$, *J. Funct. Anal.* **177** (2000), 282–309.

[CL] P. G. Casazza and M. C. Lammers, Bracket products for Weyl-Heisenberg frames, *Feichtinger, Hans G. (ed.) et al., Advances in Gabor analysis. Basel: Birkhäuser. Applied and Numerical Harmonic Analysis. (2003) 71-98*.

[dBDR2] C. de Boor, R. A. DeVore, and A. Ron, The structure of finitely generated shift-invariant spaces in $L_2(\mathbb{R}^d)$, *J. Funct. Anal.* **119**,(1994), 37–78.

[dBDR3] C. de Boor, R. A. DeVore, and A. Ron, Approximation from shift-invariant subspaces of $L_2(\mathbb{R}^d)$, *Trans. Amer. Math. Soc.* **341** (1994), 787–806.

[GLLWW3] Guo, K., Labate, D.; Lim, W., Weiss, G.; Wilson, E.; The Theory of Wavelets with Composite Dilations, *Harmonic Analysis and Applications*, C. Heil (ed.), pp. 231–249, Birkhäuser, 2006.

[GMo] A. L. González y M. C. Moure, Haar bases and wavelet sets for crystallographic groups, *Comunicación en la Conferencia Internacional de Análisis Armónico y Aplicaciones*, Merlo, Arg. (2006).

[H] H. Helson, "Lectures on invariant subspaces", Academic Press, New York, 1964.

[Hi] H. Hiller, Crystallography and Cohomology of Groups, *The American Mathematical Monthly*, Vol. **93**, No. 10 (Dec., 1986), 765-779.

[Wi] Wilson, E., The Algebra of shift invariant spaces and application to wavelets, lecture in "Wavelets and Applications" work-shop, Barcelona, (1992).

Conferencia Invitada

Carlos Cabrelli

Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Shift Invariant Spaces

Shift Invariant Spaces are spaces of functions that are invariant under integer translates. They are important in many areas, in particular in Approximation Theory, Numerical Analysis and Wavelet Theory. They also serve as models for Signal and Image Processing applications as well as Sampling Theory. Their very rich and interesting mathematical structure can be successfully exploited in many problems.

In this talk we will try to describe part of this structure and give an application to the problem of finding the "best fitting" shift invariant space for a given set of data and the problem of extra invariance. We will comment on further extensions to general topological groups.

Autores: Carlos Cabrelli - Victoria Paternostro

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Victoria Paternostro

Espacios Invariantes por Traslaciones en Grupos Localmente Compactos

Sea G un grupo topológico, abeliano y localmente compacto y H un subgrupo discreto de G . Como una generalización de los espacios invariantes por traslaciones enteras en $L^2(\mathbb{R})$, se estudian los subespacios de $L^2(G, m_G)$, donde m_G es una medida de Haar de G , que son invariantes por traslaciones en H (subespacios H -invariantes).

Con el objetivo de extender la teoría clásica a este contexto más general, se estudian las condiciones sobre G y H que permiten trasladar las propiedades importantes del caso (\mathbb{R}, \mathbb{Z}) al caso (G, H) . En particular, se generalizan los resultados conocidos sobre marcos y bases de Riesz de traslaciones y las técnicas de fibración y funciones Rango que aparecen en Helson [2] y que posteriormente fueron aplicadas por Bownik [1] al caso del grupo aditivo \mathbb{R}^d .

Referencias

- [1] Marcin Bownik, *The structure of shift-invariant subspaces of $L^2(\mathbb{R}^n)$* , J. Funct. Anal. 2, 177, (2000), 282-309.
- [2] H. Helson, *Lectures on Invariant Subspaces*, Academic Press, New York/London, 1964.

Autores: Magalí Anastasio - Carlos Cabrelli
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Magalí Anastasio

Muestreo en Uniones de Subespacios

Con el objetivo de desarrollar la teoría de muestreo para señales que se encuentran en una unión de subespacios, se obtienen condiciones para que un operador de muestreo sea inyectivo y estable en dicha unión.

Más específicamente, si \mathcal{H} es un espacio de Hilbert y $\{S_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$ son subespacios cerrados de \mathcal{H} , con Γ un conjunto arbitrario de índices, se desea realizar el muestreo en

$$\chi := \bigcup_{\gamma \in \Gamma} S_\gamma.$$

Se obtienen condiciones sobre $\Psi := \{\psi_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$, una sucesión de Bessel en \mathcal{H} , de forma que el operador de muestreo definido por

$$A : \mathcal{H} \longrightarrow \ell^2(\Lambda), \quad Ax := \{\langle x, \psi_\alpha \rangle\}_{\alpha \in \Lambda},$$

sea inyectivo en χ . Por otro lado, se estudia la estabilidad en χ de dicho operador, esto es, se prueba la existencia de constantes $0 < C_1 \leq C_2 < +\infty$ tales que

$$C_1 \|x_1 - x_2\|_{\mathcal{H}}^2 \leq \|Ax_1 - Ax_2\|_{\ell^2(\Lambda)}^2 \leq C_2 \|x_1 - x_2\|_{\mathcal{H}}^2 \quad \forall x_1, x_2 \in \chi.$$

Con este objetivo, se muestra que la última condición es equivalente a que las proyecciones ortogonales de la familia Ψ sobre la clausura de los subespacios $S_\gamma + S_\theta$ formen un marco de los mismos con constantes C_1 y C_2 , para todo $\gamma, \theta \in \Gamma$.

Esto se hace analizando primero el caso en que los subespacios S_γ son de dimensión finita, para posteriormente estudiar el caso de Espacios Invariantes por Traslaciones Finitamente Generados (FSIS) de $L^2(\mathbb{R}^d)$.

El primer resultado de muestreo en uniones de subespacios, aparece en un trabajo reciente de Y. Lu y M. Do [1]. Allí se dan condiciones para la inyectividad y estabilidad del operador de muestreo en el caso de FSIS con bases de Riesz de traslaciones. En esta comunicación se evita esta restricción y se extiende el resultado a FSIS arbitrarios. Esta generalización requiere trabajar con generadores que formen marcos de traslaciones.

Referencias

- [1] Y. Lu y M. Do, *A theory for sampling signals from a union of subspaces*, IEEE Trans. Signal Process, submitted for publication, 2007.

Autores: R. Crescimbeni - M. Martinez - M.L. Santori - A. Perini

Lugar: Univ. Nac. del Comahue

Expositor: María Laura Santori

Espacios Lipschitz asociados a una matriz de dilatación A y multiwavelets

La construcción de bases de multiwavelets asociadas con una matriz de dilatación A , ha sido una herramienta fundamental para varios autores. Uno de los trabajos que contempla estas construcciones es [1]. Los primeros resultados de caracterización de espacios funcionales en términos de multiwavelets se deben a M. Bownik. En [2] el autor caracteriza los Espacios de Hardy y los Espacios de Lebesgue. En este trabajo nos proponemos estudiar el otro extremo de la escala, los Espacios Lipschitz con una casi-métrica ρ_A asociada a una matriz de dilatación A , denotados por $\Lambda_{\rho_A}^\alpha$. Probamos que, para $0 < \alpha < 1$, los espacios $\Lambda_{\rho_A}^\alpha$ coinciden con los espacios B_A^α definidos de la siguiente manera

Definición: $f \in B_A^\alpha$ si $f \in L^\infty(\mathbb{R}^d)$ y satisface

$$\sup_{j \in \mathbb{Z}} |\det A|^{j\alpha} \|f * \Phi_j\|_{L^\infty} < \infty$$

Por otra parte, caracterizamos los coeficientes de multiwavelets de una función en los espacios B_A^α , mediante el siguiente resultado.

Teorema: Sea $\alpha = N + s > 0$ para algún $N \in \mathbb{Z}^+$ y $0 \leq s < 1$, y $\Psi = \{\psi^1, \dots, \psi^r\}$ una multiwavelet tal que $\psi^i \in \mathcal{R}^N$ para todo $i = 1, \dots, r$. Entonces $f \in B_A^\alpha$ sí y solo sí $f \in L^\infty(\mathbb{R}^d)$ y

$$|\langle f, \psi_{j,k}^i \rangle| \leq C |\det A|^{-j(\alpha+1/2)}, \text{ para todo } i = 1, \dots, r.$$

Referencias: [1] C. Cabrelli, C. Heil and U. Molter *Self-Similarity and Multiwavelets in Higher Dimensions*. Memories of the American Math. Society N° 807. Volumen 170, (2004).

[2] M. Bownik, *Anisotropic Hardy Spaces and Wavelets*, Memories of the American Math. Society 164 (781), (2003).

Autores: Maria Isabel Zakowicz - Ole Christensen

Lugar: UNSL

Expositor: María Isabel Zakowicz

Marcos de wavelet y sus duales

Si $\{f_k\}$ es un marco para $L_2(\mathbb{R})$, el dual canónico $\{S^{-1}f_k\}$ es usualmente difícil de calcular. En el caso en que el marco $\{f_k\}$ no sea una base de Riesz, otros marcos duales $\{g_k\}$ existen y todos ellos están caracterizados por $g_k = S^{-1}f_k + h_k - \sum_j \langle S^{-1}f_k, f_j \rangle h_j$ donde $\{h_k\}$ es una sucesión de Bessel.

Para el caso de marcos de wavelet si $\{D^j T_k \psi\}$ y $\{D^j T_k \bar{\psi}\}$ son dos sucesiones de Bessel con $\psi, \bar{\psi} \in L^2\mathbb{R}$ y $\varphi \in L^2(\mathbb{R})$ es tal que $\{D^j T_k(\varphi)\}$ es total en $L^2(\mathbb{R})$ y $T_{k'}\varphi = \sum_{jk} \langle T_{k'}\varphi, D^j T_k \bar{\psi} \rangle D^j T_k \psi$, entonces $\{D^j T_k \psi\}$ y $\{D^j T_k \bar{\psi}\}$ son duales.

Además podemos afirmar que

Si $\{\psi_{jk}\}$ es un marco de wavelet, S^{-1} el operador de marco invariante bajo la traslación T_k , entonces los duales tienen estructura de wavelet si la sucesión $\{h_{jk}\}$ es una sucesión de Bessel de la forma $\{D^j T_k \varphi\}$ en la caracterización de los marcos duales.

Autores: Carlos Cabrelli - María L. Gordillo
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA - UNSJ
Expositor: María Luisa Gordillo

Familias de Marcos

El concepto de Marco de un espacio de Hilbert ha probado tener importantes aplicaciones en procesamiento de señales. Uno de los problemas principales en las aplicaciones de la Teoría de Marcos, es la obtención de buenos duales que permitan una reconstrucción adecuada de la señal. Cuando el marco corresponde a un subespacio propio de un espacio de Hilbert, se pueden encontrar duales cuyos elementos no pertenezcan al subespacio. Esto permite construirlos con propiedades especiales.

Recientemente ha habido en la literatura diferentes enfoques en esta dirección que generalizan la noción de marcos como por ejemplo los *pseudo-marcos* [BL01], los *marcos exteriores* [ACM04]; y los *marcos generalizados* [CKKL06] y [C06].

El uso del concepto de marco exterior sobre una descomposición adecuada del espacio en subespacios, permite obtener familias de vectores mas generales que los marcos, pero que sin embargo todavia conservan gran parte de sus propiedades.

Definimos en este trabajo el concepto de *Familia Marco* para un espacio de Hilbert. Esta nueva entidad consiste de conjuntos numerables de vectores, que al igual que las bases y marcos, permiten representar cualquier elemento del espacio a partir de ellos.

Este nuevo concepto puede ser aplicado a la construccion de familias marco de wavelets en el espacio $L^2(\mathbb{R}^d)$.

Obtenemos además una propiedad muy singular para ciertos AMR: la de poder representar los vectores del espacio a través de la unión de los marcos exteriores de los subespacios que conforman el AMR.

Referencias

- [ACM04] A. Aldroubi, C. Cabrelli y U. Molter, *Wavelet on irregular grids with arbitrary dilation matrices and frames atoms for $L^2(\mathbb{R}^d)$* , Applied and Computational Harmonic Analysis. Special Issue on Frames. (2004)
- [BL01] J.J. Benedetto y S. Li, *A theory of pseudoframes for subspaces with applications* J. Fourier Analys. Appl. (2001)

- [CKKL06] O. Christensen, H.O Kim, R. Y. Kim, J. K. Lim, *Riesz sequences of translates and generalized duals with support on $[0, 1]$* , J. Geom. Anal. 16 (2006), no. 4, 585–596.
- [C06] O. Christensen, *Frames and generalized shift-invariant systems. Pseudo-differential operators and related topics*, 193–209, Oper. Theory Adv. Appl., 164, Birkhäuser, Basel, 2006.

Conferencia Invitada**Ana Bernardis****IMAL-Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe**

Series de diferencias de operadores de convolución

Si consideramos los operadores de diferenciación diádicos

$$D_k f(x) = \frac{1}{2^k} \int_x^{x+2^k} f(y) dy,$$

se sabe que $\lim_{k \rightarrow -\infty} D_k f(x) = f(x)$ en casi todo punto para funciones $f \in L^1_{loc}(\mathbb{R})$. Con el propósito de obtener información sobre la forma en que se produce esta convergencia, Jones y Rosenblatt [JR] estudian la convergencia puntual de la serie

$$\sum_{k=-\infty}^0 \nu_k [D_k f(x) - D_{k-1} f(x)],$$

donde $\{\nu_k\}$ es una sucesión acotada de números reales o complejos. En [JR] se trabaja con funciones en los espacios de Lebesgue $L^p(\mathbb{R})$, $1 \leq p < \infty$. Además obtienen los correspondientes resultados para promedios ergódicos.

El propósito de esta charla es mostrar generalizaciones de los resultados de [JR] en los que he trabajado. Los primeros resultados extienden los de [JR] en el contexto de los espacios de Lebesgue con pesos (ver [BLMMTT]); para obtenerlos fue necesario cambiar las técnicas de demostración utilizadas en [JR]. Posteriormente se presentarán los resultados obtenidos al considerar en lugar de los D_k los promedios provenientes de la convergencia en el sentido de Cesàro (ver [BM]). También se comentarán los logros alcanzados al considerar los operadores $D_k f$ generados por las convoluciones de la función f con dilataciones diádicas de funciones más generales. Finalmente se mencionarán algunos resultados en el contexto de la teoría ergódica.

Referencias

[BLMMTT] A. L. Bernardis, M. Lorente, F. J. Martín-Reyes, M. T. Martínez, A. de la Torre and J.L. Torrea *Differential transforms in weighted spaces*, J. Fourier Anal. Appl. **12** (2006), 83–103.

[BM] A. L. Bernardis and F. J. Martín-Reyes, *Differential transforms of Cesàro averages in weighted spaces*, Publ. Mat. **52** (2008), 101–127.

[JR] R.L. Jones and J. Rosenblatt, *Differential and ergodic transforms*, Math. Ann. **323** (2002), 525–546.

Autor: Gustavo E. Massaccesi

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Dimensión media de los espacios invariantes por traslaciones enteras

Los *espacios invariantes por traslaciones enteras* son subespacios cerrados de $L^2(\mathbb{R}^n)$ con la propiedad de que si se toma cualquier función f en el subespacio, todas las traslaciones enteras de f también están en él. A cada uno de estos espacios se le asigna una *función dimensión*, que es una función definida en el toro \mathbb{T}^n en vez de ser un número como la dimensión usual.

En este trabajo analizamos la *dimensión media*, que definimos como el promedio de la función dimensión. Esta nueva propiedad es un número, que no es necesariamente entero. Veremos que la dimensión media cumple con varias de las propiedades de la dimensión usual, de manera que sirve como una extensión del concepto clásico y ayuda a clasificar los espacios invariantes por traslaciones enteras.

En particular, si se considera un espacio V_0 generado por las traslaciones enteras de una multiondita (multiwavelet), se puede calcular la dimensión media de V_0 sin que esté determinada la función dimensión de este espacio.

También extendemos el concepto de dimensión media al caso abstracto, en el que las traslaciones enteras se reemplazan por operadores unitarios que conmutan en un espacio de Hilbert arbitrario. En particular, estos conceptos se pueden utilizar en ciertos sistemas de Gabor, en los que se aplican desplazamientos en tiempo y frecuencia a las señales, elegidos de manera que conmuten.

Autor: José Luis Romero

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Cotas explícitas para la localización de bases
alrededor de nodos un poco irregulares

Consideramos un espacio S generado por una base de funciones localizadas en el espacio. En condiciones muy generales se puede probar que la base dual tiene las mismas propiedades de localización. Esto hace que el decaimiento de una función de S pueda caracterizarse mediante el decaimiento de sus coeficientes en la base. Las técnicas usadas para establecer estos resultados son muchas veces no constructivas y dejan abiertas algunas preguntas.

Para una base de funciones concentrada alrededor de un reticulado damos estimaciones explícitas para la concentración de la base dual. Esto da alguna información sobre qué cualidades de las funciones de la base original influyen en el decaimiento de la base dual y en qué proporción lo hacen.

Autor: Linda Saal

Lugar: Córdoba

Un teorema de Wiener en el grupo de Heisenberg
asociado a la acción de $U(p, q)$

Un clásico teorema de Wiener da una condición necesaria y suficiente sobre una función integrable f , para la cual el menor subespacio cerrado, generado por f y sus trasladadas, sea todo $L^1(\mathbb{R}^n)$. La condición es que la transformada de Fourier de f no se anule en ningún punto.

Análogos de este teorema han sido formulados para el grupo de Heisenberg H_n . Aquí nosotros damos un resultado de este tipo, asociado a la acción de $U(p, q)$ sobre H_n , $p+q=n$.

- invariant generated by g is $L^1(\mathbb{R}^n)$, if and only if $\hat{g}(\xi) \neq 0$ for every $\xi \in QTR(\mathbb{R}^n)$.

Analogues of Wiener's theorem has been proved in the context of Heisenberg groups.

Conferencia Invitada**Héctor H. Cuenya****Universidad Nacional de Río Cuarto**

Interpolación y Mejor Aproximación Local Simultánea

Nosotros consideramos el problema de mejor aproximación simultánea a k funciones continuas, $f_j, 1 \leq j \leq k$, sobre un intervalo $[a, b]$, desde un subespacio \mathcal{S} de dimensión finita de $\mathcal{C}[a, b]$. Aquí usamos como medida de desvío las funcionales

$$G_{\phi, \psi}(f_1, \dots, f_k) := \sum_{j=1}^k \psi \left(\int_a^b \phi(|f_j|) \right) \quad \text{y} \quad F_{\phi}(f_1, \dots, f_k) := \max_{1 \leq j \leq k} \int_a^b \phi(|f_j|),$$

donde ϕ y ψ son funciones de $[0, \infty)$ en si mismo con ciertas propiedades. Más precisamente, $P \in \mathcal{S}$ es un mejor aproximante simultáneo si $G_{\phi, \psi}(f_1 - P, \dots, f_k - P) = \inf\{G_{\phi, \psi}(f_1 - Q, \dots, f_k - Q) : Q \in \mathcal{S}\}$ o $F_{\phi}(f_1 - P, \dots, f_k - P) = \inf\{F_{\phi}(f_1 - Q, \dots, f_k - Q) : Q \in \mathcal{S}\}$, según usemos una u otra funcional.

Asumiendo una determinada propiedad conocida en la literatura como Propiedad (A) (ver [2]), nosotros conseguimos resultados de interpolación y como aplicación obtenemos resultados de mejor aproximación local simultánea en un intervalo cuando la medida del intervalo tiende a cero.

Este trabajo extiende resultados previos sobre mejor aproximación local simultánea en espacios L^p (ver [1]).

Trabajo en colaboración con Fabián E. Levis.
Universidad Nacional de Río Cuarto.

Referencias

- [1] H.H. Cuenya and C.N. Rodriguez. *Best simultaneous L^p approximation in the "sum" norm*. Note Mat., (28) (2) (2008), to appear.
- [2] A. Pinkus. *On L^1 - approximation* Cambridge Tracts In Mathematics, 93. (1988).

Autores: Segio Favier - Claudia Ridolfi

Lugar: UNSL

Expositor: Claudia Ridolfi

Mejor Aproximante Local en Espacios de Orlicz con Entornos Balanceados

En este trabajo probamos la existencia del mejor aproximante Local multipuntual a una función f por elementos de un espacio N -dimensional S_N en Espacios de Orlicz L^ϕ . El mejor aproximante Local se considera con la norma de Luxemburg $\|\cdot\|_\phi$ y también con la norma de Orlicz $\|\cdot\|_{(\phi)}$. Se introduce el concepto de entorno $\|\cdot\|_\phi$ -balanceado en el espacio L^ϕ para permitir en este problema que los puntos tengan distinta importancia unos de otros. Este concepto coincide, en el espacio L^p , para $p \geq 1$, con el concepto de entorno balanceado definido por Chui, Raphael y Diamond, en 1984. Dados los entornos, se describe en este trabajo un algoritmo que genera todos los entornos $\|\cdot\|_\phi$ -balanceados N y se determina el mejor $\|\cdot\|_\phi$ -aproximante local dado un entero $\|\cdot\|_\phi$ -balanceado N .

Autores: Fabián E. Levis - Albina N. Priori

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Expositor: Albina N. Priori

Desigualdades maximales en espacios de Orlicz-Lorentz y aplicaciones

Sea \mathcal{M}_0 la clase de todas las funciones medibles Lebesgue definidas sobre $[0, \alpha)$, $0 < \alpha \leq \infty$, con valores en la recta extendida $\overline{\mathbb{R}}$. Como es usual, para $f \in \mathcal{M}_0$, denotemos su reordenamiento decreciente por f^* . Sean $\phi : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$ una función convexa, diferenciable, con $\phi(0) = 0$ y $\phi(t) > 0$ si $t > 0$, y $w : (0, \alpha) \rightarrow (0, \infty)$ una función peso, decreciente y localmente integrable. Si $\alpha = \infty$, asumimos $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 0$ y $\int_0^\infty w(t) d\mu(t) = \infty$. Para

$f \in \mathcal{M}_0$, sea $\Psi_{w,\phi}(f) = \int_0^{\mu_f(0)} \phi(f^*(t))w(t)d\mu(t)$. Denotemos por $\Lambda_{w,\phi}$ al espacio de Orlicz-Lorentz, $\{f \in \mathcal{M}_0 : \Psi_{w,\phi}(\lambda f) < \infty \text{ para todo } \lambda > 0\}$ y por $\Lambda_{w,\phi'}$ al espacio definido análogamente, donde ϕ' es la derivada de la función ϕ .

Sean $A \subset [0, \alpha)$ un conjunto de medida finita y χ_A su función característica. Para $f \in \Lambda_{w,\phi}$, llamemos $T_A(f)$ al conjunto de todas las constantes c que minimizan la expresión $\Psi_{w,\phi}((f-c)\chi_A)$. Es fácil ver que $T_A(f)$ es un intervalo compacto no vacío si $f \in \Lambda_{w,\phi}$. Denotemos por $T_A : \Lambda_{w,\phi} \rightarrow 2^{\mathbb{R}}$ al operador de mejor aproximación por constantes. En [2] su extensión a $\Lambda_{w,\phi'}$ y su monotonía en el sentido de Landers y Rogge fueron establecidos.

Sea $\{B(x, \epsilon)\}_\epsilon$, $\epsilon > 0$, una red de intervalos de la forma $(x - \epsilon, x + \epsilon) \subset [0, \alpha)$. Para $f \in \Lambda_{w,\phi'}$, sea $f^\epsilon(x) \in T_{B(x,\epsilon)}(f)$. En [3] los autores estudiaron la convergencia de $f^\epsilon(x)$ a $f(x)$, para $\epsilon \rightarrow 0$, cuando $f \in L_{p-1} + L_\infty$, $1 \leq p < \infty$. Resultados similares en el espacio de Orlicz han aparecido en [4]. En este trabajo, estudiamos el problema mencionado en $\Lambda_{w,\phi'}$.

Para $f \in \Lambda_{w,\phi'}$, consideramos la función maximal definida en $(0, \alpha)$,

$$Mf(x) = \sup \left\{ \frac{\Psi_{w,\phi'}(f\chi_{B(x,\epsilon)})}{\Psi_{w,\phi'}(\chi_{B(x,\epsilon)})} : \epsilon > 0 \text{ y } B(x,\epsilon) \subset (0, \alpha) \right\}.$$

En [1], desigualdades débiles para Mf fueron estudiadas cuando $\Lambda_{w,\phi'}$ es el espacio de Lorentz $L_{p,q}$, $1 \leq p, q < \infty$. Nosotros extendemos estos resultados a $\Lambda_{w,\phi'}$. Como una consecuencia, obtenemos una generalización del Teorema de Diferenciación de Lebesgue.

Referencias

- [1] J. Bastero, M. Milman, F. Ruiz, *Rearrangement of Hardy-Littlewood maximal functions in Lorentz spaces*, Proc. Amer. Math. Soc., 128, (1) (1999), 65-74.
- [2] F.E. Levis, H.H. Cuenya, A.N. Priori. *Best constant approximants in Orlicz-Lorentz spaces*, Commentationes Mathematicae, 48 (1) (2008).
- [3] F. Mazzone, H.H. Cuenya. *Maximal inequalities and Lebesgue's Differentiation Theorem for Best Approximant by Constant over Balls*, Journal of Approximation Theory, 110, (2001), 171-179.
- [4] F.Zo, S. Favier. *A Lebesgue type differentiation theorem for best approximations by constants in Orlicz space*, Real Analysis Exchange, 30, (1) (2004), 29-42.

Autores: S. Acinas - S. Favier

Lugar: Univ. Nac. de La Pampa. - UNSL

Expositor: Sonia Acinas

Desigualdades del Operador Maximal de Hardy-Littlewood en Espacios de Orlicz

Si denotamos por Mf al clásico operador maximal de Hardy- Littlewood sobre cubos, y consideramos una función real no decreciente y par ϕ tal que $\phi(x) > 0$ para $x > 0$ y tal que $\phi(x) \rightarrow \infty$ para $x \rightarrow \infty$, obtenemos, f ácilmente usando [K] el siguiente resultado

Teorema Si ϕ es una función cuasiconvexa, entonces existe $c > 0$ tal que

$$|\{x \in \mathbb{R}^n : Mf(x) > \lambda\}| \leq c \int_{\mathbb{R}^n} \phi\left(\frac{cf(x)}{\lambda}\right) dx,$$

para toda $f \in L^1_{loc}$ y para todo $\lambda > 0$.

Recordemos que una función ϕ se dice cuasiconvexa si existe una función convexa $w : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y una constante $c > 0$ tal que $w(t) \leq \phi(t) \leq cw(ct)$, para $t \in [0, \infty)$.

Usando esta desigualdad débil, distinta a la considerada en [MZ] por Mazzone y Zó obtenemos desigualdades del tipo

$$\int_{\mathbb{R}^n} \Psi(Mf) dx \leq K \int_{\mathbb{R}^n} \Psi(f) dx,$$

para una clase de funciones Ψ , relacionada a ϕ , usando técnicas de interpolación. Esta clase de funciones Ψ coincide, asumiendo hipótesis adicionales, a la estudiada también en [MZ].

Referencias

[K] Kokilashvili, V. and Krbec, M. *Weighted Inequalities in Lorentz and Orlicz Spaces*. World Scientific. 1991.

[MZ] F. Mazzone and F. Zó. *On maximal inequalities arising in best approximation*. preprint 2007.

Conferencia Invitada
Sheldy Ombrosi
Universidad Nacional del Sur

Un criterio para la acotación del operador maximal en ciertas bases

En esta charla mostraremos un criterio para la acotación del operador Maximal de Hardy-Littlewood M_B respecto a una base B , siempre que la Base B permita probar que M_B satisface una desigualdad de tipo débil inversa. Veremos que este criterio da nuevas y “simples” pruebas de varios resultados bien conocidos en la teoría de pesos. Por otro lado, recientemente se obtuvo la caracterización del tipo débil (pesado) del operador maximal de Hardy-Littlewood lateral M^+ en dimensión 2, sin embargo la caracterización del tipo fuerte (aún en dimensión 2) sigue abierta. También en la charla mostraremos como ciertas variantes del método del criterio mencionado, nos permiten obtener un resultado “cercano” a ese problema abierto.

Esta charla se basa en un trabajo en colaboración con Andrei Lerner.

Autores: Claudia Garelik⁽¹⁾ - Raquel Crescimbeni⁽¹⁾ - Silvia Harztstein⁽²⁾

Lugar: ⁽¹⁾Universidad Nacional del Comahue - ⁽²⁾UNL

Expositor: Claudia Garelik

Desigualdades con pesos en espacios de Orlicz
para operadores maximales fraccionarios generalizados

Sea M_η el operador maximal fraccionario generalizado dado por

$$M_\eta f(x) = \sup_{Q, x \in Q} \frac{\eta\left(|Q|^{\frac{1}{n}}\right)}{|Q|} \int_Q |f(y)| dy$$

para f una función adecuada definida en \mathbb{R}^n y $\eta(t)$ una función de crecimiento de tipo superior menor que n .

En este trabajo obtenemos condiciones necesarias y suficientes sobre los pesos (u, v) para que las desigualdades

$$\phi_2^{-1} \left(\int_{\mathbb{R}^n} \phi_2(M_\eta f(x)) u(x) dx \right) \leq \phi_1^{-1} \left(\int_{\mathbb{R}^n} \phi_1(|f(x)|) v(x) dx \right)$$

y

$$\phi_2^{-1} \left(\phi_2(\lambda) \int_{\{M_\eta f(x) > \lambda\}} u(x) dx \right) \leq \phi_1^{-1} \left(\int_{\mathbb{R}^n} \phi_1(|f(x)|) v(x) dx \right)$$

se verifiquen, donde ϕ_1, ϕ_2 son funciones de Young que satisfacen condiciones adicionales en cada caso.

Bibliografía

- Kerman, R.-Bloom, S., *Weighted L_ϕ integral inequalities for operators of Hardy type*, Studia Mathematica, 110(1), (1994).
- Kerman, R.-Bloom, S., *Weighted Orlicz space integral inequalities for the Hardy-Littlewood maximal operator*, Studia Mathematica, 110(2), (1994).
- Kerman, R.-Torchinsky, A., *Integral inequalities with weights for the Hardy maximal function*, Studia Mathematica, T. LXXI, (1982).
- Perez, C., *Two Weighted Inequalities for Potencial and Fractional Type Maximal Operators*, Indiana Univesity Mathematics Journal, Vol. 43, N° 2(1994).

- Rakotondrasimba, Y., *Weighted L_ϕ integral inequalities for maximal operators*, Georgian Mathematical Journal, Vol. 3, N° 6, (1996).

Autores: Marilina Carena - Hugo Aimar - Bibiana Iaffei

Lugar: IMAL - CONICET - UNL

Expositor: Marilina Carena

Tipo débil $(1, 1)$ de operadores maximales sobre espacios métricos de medida

Un método de discretización para el estudio del tipo débil $(1, 1)$ del maximal de una sucesión de operadores de convolución sobre \mathbb{R}^n ha sido introducido por Miguel de Guzmán y Teresa Carrillo, y consiste en reemplazar las funciones integrables por sumas finitas de deltas de Dirac concentradas en puntos diferentes de \mathbb{R}^n (ver [3] y [2]). Tratando de extender este método para ser aplicado al maximal de una sucesión de operadores integrales definidos sobre un espacio métrico de medida general (un contexto que incluya a la vez espacios continuos, discretos y mixtos), encontramos en [1] un resultado que muestra que dicha extensión no es posible en forma directa: existe una sucesión de operadores de convolución en $\ell^1(\mathbb{Z})$ cuyo operador maximal es de tipo débil $(1, 1)$ restringido, o equivalentemente de tipo débil $(1, 1)$ sobre sumas finitas de deltas de Dirac, pero no es de tipo débil $(1, 1)$. Sin embargo es posible obtener en el caso general una caracterización similar para el tipo débil $(1, 1)$ del operador maximal: en un espacio métrico de medida en el que la medida es absolutamente continua a alguna medida duplicante, el tipo débil $(1, 1)$ del operador maximal asociado a una sucesión de operadores integrales es equivalente al tipo débil $(1, 1)$ sobre combinaciones lineales de deltas de Dirac con coeficientes enteros positivos, es decir, al tipo débil $(1, 1)$ sobre sumas finitas de deltas de Dirac concentradas en puntos no necesariamente diferentes. Como corolario, para el caso de espacios métricos de medida sin puntos aislados se obtiene la extensión del resultado de M. de Guzmán y T. Carrillo.

Referencias

- [1] Mustafa Akcoglu, John Baxter, Alexandra Bellow, and Roger L. Jones. On restricted weak type $(1, 1)$; the discrete case. *Israel J. Math.*, 124:285–297, 2001.
- [2] M. T. Carrillo and M. de Guzmán. Maximal convolution operators and approximations. In *Functional analysis, holomorphy and approximation theory (Rio de Janeiro, 1980)*, volume 71 of *North-Holland Math. Stud.*, pages 117–129. North-Holland, Amsterdam, 1982.

- [3] Miguel de Guzmán. *Real variable methods in Fourier analysis*, volume 46 of *North-Holland Mathematics Studies*. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1981.

Autores: R. Crescimbeni ⁽¹⁾ - R. Macías ⁽²⁾ - T. Menarguez ⁽³⁾ - J.L. Torrea ⁽⁴⁾
- B. Viviani ⁽²⁾

Lugar: ⁽¹⁾ U.N. del Comahue - ⁽²⁾ IMAL - CONICET - UNL - ⁽³⁾ U. Politécnica de Madrid - ⁽⁴⁾ U. Autónoma de Madrid.

Expositor: Raquel Crescimbeni

The ρ -Variation as an operator
between Maximal Operators and Singular Integrals

The ρ -variation and the oscillation of the heat and Poisson semigroups of the Laplacian and Hermite operators (i.e Δ and $-\Delta + |x|^2$) are proved to be bounded from $L^p(\mathbb{R}^n, w(x)dx)$ into itself (from $L^1(\mathbb{R}^n, w(x)dx)$ into weak- $L^1(\mathbb{R}^n, w(x)dx)$ in the case $p = 1$) for $1 \leq p < \infty$ and w being a weight in the Muckenhoupt's A_p class.

In the case $p = \infty$ it is proved that these operators don't map L^∞ into itself. Even more, they map L^∞ into BMO but the range of the image is strictly smaller than the range of a general singular integral operator.

Autores: Aníbal Chicco Ruiz - Eleonor Harboure

Lugar: IMAL - UNL

Expositor: Aníbal Chicco Ruiz

Espacios BMO para expansiones de funciones de Laguerre

Consideramos el espacio de oscilación acotada BMO_{φ^α} en \mathbb{R}^+ , relacionado con las funciones de Laguerre $\{\varphi_n^\alpha\}_{n \in \mathbb{N}}$. Éstas son autofunciones de un operador diferencial L_α y están definidas por

$$\varphi_n^\alpha(x) = C_n L_n^\alpha(x^2) e^{-x^2/2} x^{\alpha+1/2}$$

donde $\{L_n^\alpha\}_{n \in \mathbb{N}}$ son los polinomios de Laguerre, para un parámetro $\alpha \geq -1/2$.

Este espacio BMO_{φ^α} es dual del espacio de Hardy $H_{\varphi^\alpha}^1$, estudiado por [Dz]. En ese trabajo se obtuvo que el operador maximal asociado al semigrupo de calor de Laguerre, definido por

$$W_\alpha^* f(x) = \sup_{t>0} |e^{-tL_\alpha} f(x)|,$$

satisface

$$W_\alpha^* : H_{\varphi^\alpha}^1 \hookrightarrow L^1.$$

En ésta comunicación se presentará, para $\alpha > -1/2$, la acotación

$$W_\alpha^* : BMO_{\varphi^\alpha} \hookrightarrow BMO_{\varphi^\alpha}.$$

Otros espacios BMO similares y otros operadores fueron considerados previamente, con técnicas análogas, en [DzGMTZ].

Referencias

- [Dz] J. Dziubanski, *Hardy Spaces for Laguerre Expansions*. Constructive Approximation, Volume 27, Number 3 / abril de 2008.
- [DzGMTZ] J. Dziubanski, G. Garrigós, M. T. Martínez Bravo, J. L. Torrea y J. Zienkiewicz, *BMO spaces related to Schrödinger operators with potentials satisfying a reverse Hölder inequality*, Math. Z. 249 (2005), 329-351.

Conferencia Invitada**Beatriz Viviani****IMAL- CONICET, Universidad Nacional del Litoral**

Desigualdades a valores vectoriales y acotación de operadores
del análisis armónico

Con el propósito de estudiar convergencia de operadores analizaremos la siguiente formulación débil del problema de dos pesos: “Dado un operador sublineal T , hallar condiciones sobre v (respectivamente u) tal que para $1 < p < \infty$, se verifica la desigualdad

$$\int |Tf(x)|^p u(x) dx \leq C \int |f(x)|^p v(x) dx$$

para algún u (respectivamente v)”.

El estudio de este problema se halla íntimamente relacionado con el Teorema de Factorización a través de L^p de Rubio de Francia, que involucra desigualdades vectoriales del operador T .

Usando el Teorema de Factorización se investigará la formulación débil del problema de dos pesos para los operadores maximal del calor asociados al Laplaciano, al operador de Ornstein Uhlenbeck y al operador de Hermite.

Se obtendrá como consecuencia, en cada caso, condiciones necesarias y suficientes sobre el peso v para la convergencia en casi todo punto del operador de calor a la función $f(x)$, para toda f en $L^p(v)$.

Autores: Ana Bernardis - Raquel Crescimbeni - Cecilia Ferrari Freire
Lugar: Universidad Nacional del Comahue - IMAL
Expositor: Cecilia Ferrari Freire

La Transformada de Hilbert doble en el sentido Cesàro

Dados $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ con $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ y $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, con $-1 < \alpha_1, \alpha_2 < 0$, definimos las truncaciones de la Transformada de Hilbert doble en el sentido Cesàro $H_\varepsilon^\alpha f(x_1, x_2)$ como

$$\int_{|x_1 - y_1| > \varepsilon_1} \int_{|x_2 - y_2| > \varepsilon_2} \frac{f(y_1, y_2)}{(x_1 - y_1)(x_2 - y_2)} \prod_{i=1}^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_i}{|x_i - y_i|}\right)^{\alpha_i} dy_2 dy_1.$$

Estudiar la existencia de la Transformada de Hilbert doble en el sentido Cesàro significa estudiar el límite de las truncaciones $H_\varepsilon^\alpha f(x_1, x_2)$ cuando ε_1 y ε_2 tienden a cero independientemente. Una herramienta para estudiar este límite consiste en estudiar el operador maximal asociado a dichas truncaciones, esto es, el operador

$$H_\alpha^* f(x_1, x_2) = \sup_{\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0} |H_\varepsilon^\alpha f(x_1, x_2)|.$$

En este trabajo presentamos acotaciones de este operador maximal. Concretamente, no es difícil probar que si $p > \frac{1}{1+\beta}$, donde $\beta = \min\{\alpha_1, \alpha_2\}$, el operador H_α^* es de tipo fuerte (p, p) . Los resultados en el extremo $p = \frac{1}{1+\beta}$ dependen de la relación entre α_1 y α_2 . Si $\alpha_1 < \alpha_2$ se prueba que H_α^* está acotado del espacio de Lorentz $L(\frac{1}{1+\beta}, 1)$ en el espacio $L(\frac{1}{1+\beta}, \infty)$, mientras que la acotación en el caso $\alpha_1 = \alpha_2$ involucra espacios de tipo Orlicz-Lorentz.

El estudio de las integrales singulares usuales (no múltiples) en el sentido Cesàro se puede encontrar en [BM].

Referencias

[BM] Bernardis, A. y Martín-Reyes, F., Singular Integrals in the Cesàro Sense. J. Math. Anal. Appl., Vol 6, Issue 2, 2000, 143-152.

Autores: B. Bongioanni - E. Harboure - O. Salinas

Lugar: Santa Fe

Expositor: B. Bongioanni

Acotaciones de transformadas de Riesz asociadas al operador de Schrödinger

Las clásicas transformadas de Riesz en \mathbb{R}^d se asocian al operador de Laplace con la fórmula

$$R_i = \frac{\partial}{\partial x_i} (-\Delta)^{-1/2}, \quad i = 1, 2, \dots, d.$$

Se sabe que estos operadores son acotados en L^p , para p finito, y en BMO (substituto del espacio L^∞ donde no hay acotación). Gracias a los trabajos de [3] y [4], se puede obtener acotación en espacios pesados mas generales $BMO^\beta(w)$.

Si al operador de Laplace le agregamos un potencial positivo V obtenemos un operador de Schrödinger

$$\mathcal{L} = -\Delta + V$$

En [5] se estudian acotaciones en L^p de los operadores de tipo Riesz

$$\mathcal{R}_i = \frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{L}^{-1/2}, \quad i = 1, 2, \dots, d, \quad (11)$$

cuando V satisface cierta desigualdad reverse-Hölder.

El substituto natural del L^∞ en este contexto no es el BMO usual, sino el espacio $BMO_{\mathcal{L}}$ ya estudiado en [1].

En este trabajo, obtenemos acotaciones en espacios $BMO_{\mathcal{L}}^\beta(w)$, definidos previamente en [2], de los operadores (11) y sus adjuntos.

Referencias

- [1] J. Dziubanski, G. Garrigós, T. Martínez, J. Torrea and J. Zinenkiewicz, BMO spaces related to Schrödinger operators with potentials satisfying a reverse Hölder inequality, *Math. Z.*, 249 no. 2 (2005), p. 329-356.
- [2] B. Bongioanni, H. Harboure, and O. Salinas. Weighted inequalities for negative powers Schrödinger operators. Preprint.
- [3] M. Morvidone. Weighted BMO_ϕ spaces and the Hilbert transform. *Rev. Un. Mat. Argentina*, 44(1):1-16, 2003.

- [4] B. Muckenhoupt and R. L. Wheeden. Weighted bounded mean oscillation and the Hilbert transform. *Studia Math.*, 54(3):221–237, 1975/76.
- [5] Z. Shen, L^p estimates for Schrödinger operators with certain potentials, *Annales de l'institut Fourier*, 45 no. 2 (1995), p. 513-546.

Autores: Hugo Aimar - Ivana Gómez - Bibiana Iaffei

Lugar: IMAL (CONICET - UNL)

Expositor: Ivana Gómez

Regularidad Besov espacio-tiempo de temperaturas en dominios cilíndricos con base Lipschitz

Se estudia la regularidad de Besov simultánea en las variables espaciales y temporales de soluciones de la ecuación del calor en términos de la integrabilidad L^p en el tiempo de la regularidad Besov espacial. Más precisamente, probaremos el siguiente resultado.

Sea D un dominio Lipschitz en \mathbb{R}^d y $T > 0$. Sea $\Omega = D \times (0, T)$. Para cada $0 < \lambda < 1$, cada $1 < p < \infty$ y cada $0 < \varepsilon < \lambda$, si u es una temperatura en Ω y pertenece a $L^p((0, T); B_\lambda^p(D))$, entonces u pertenece al espacio de Besov parabólico $B_{\frac{\lambda}{2}-\varepsilon}^p(\Omega)$.

En el enunciado precedente $B_\lambda^p(D)$ denota el espacio de Besov "elíptico" $B_{\lambda}^{p,p}(D)$ de las restricciones a D del clásico $B_{\lambda}^{p,q}(\mathbb{R}^d)$ cuando $q = p$. El espacio $B_{\frac{\lambda}{2}-\varepsilon}^p(\Omega)$ se obtiene por interpolación de $L^p(\Omega)$ y un espacio de tipo Sobolev no isotrópico definido por la norma

$$\|v\|_{W_k^p(\Omega)} = \sum_{\alpha \in A_k} \sum_{\beta \leq \alpha} \|\partial^\beta v\|_{L^p(\Omega)},$$

donde A_k denota el conjunto de los $\alpha = (\alpha'; \alpha_{d+1}) = (\alpha_1, \dots, \alpha_d; \alpha_{d+1})$ con $|\alpha'| + 2\alpha_{d+1} = 2k$ y $|\alpha'| = \sum_{i=1}^d \alpha_i$ para un entero positivo k dado, y donde escribimos como $\partial^{\alpha} v$ a una componente general del vector $(\nabla^{2,1} v)^k$ que se obtiene por iteración del operador diferencial $\nabla^{2,1} = (\nabla^2, \frac{\partial}{\partial t})$ k veces aplicado a una función real suave $v = v(x, t)$ definida sobre Ω .

La demostración sigue la línea que en el caso elíptico introducen Jerison y Kenig en [JK] usando la estimación obtenida en [AGI] para $\nabla^{(2,1)} u$ en términos de funciones maximales.

Referencias

- [AGI] Hugo Aimar, Ivana Gómez, and Bibiana Iaffei. *Parabolic mean values and maximal estimates for gradients of temperatures*, J. Funct. Anal., In press, 2008.

- [JK] David Jerison and Carlos E. Kenig, *The inhomogeneous Dirichlet problem in Lipschitz domains*, J. Funct. Anal. **130** (1995), no. 1, 161–219.

Autores: Hugo Aimar - Marilina Carena - Bibiana Iaffei

Lugar: IMAL(CONICET-UNL)

Expositor: Hugo Aimar

La desigualdad vectorial de Fefferman-Stein:
una aplicación en análisis fractal

En [1] C. Fefferman y E. Stein prueban una notable y abundantemente aplicada extensión del teorema maximal de Hardy-Littlewood: la acotación en espacios de Lebesgue del operador maximal de los promedios al caso de funciones con valores en espacios de sucesiones.

En [2] J. Hutchinson introduce la teoría fundamental de la construcción de los fractales autosimilares como límites de iteraciones de aplicaciones contractivas. A la construcción del conjunto atractor está asociada la construcción de una medida invariante sobre ese conjunto límite.

La unicidad esencial de esa medida límite contrasta con la diversidad cualitativa de las órbitas que la aproximan.

Desde la perspectiva del análisis armónico sobre fractales, puede resultar de interés discernir qué propiedades de la medida inicial permanecen de manera uniforme en toda la órbita de Hutchinson. Desde el punto de vista de la teoría de operadores una propiedad importante de la medida es la de ser de Muckenhoupt.

La desigualdad vectorial de Fefferman-Stein nos permite probar, al menos para algunos fractales clásicos, la permanencia de la propiedad de Muckenhoupt en las órbitas, si las contracciones que los determinan preservan la continuidad en un sentido preciso.

[1] C. Fefferman and E. M. Stein; "Some Maximal inequalities", American Journal of Mathematics, Vol. 93, No. 1 (1971), pp. 107-115.

[2] J. E. Hutchinson; "Fractals and self-similarity", Indiana University Math. Journal, Vol. 30, No 5 (1981), pp. 713-747.

Autores: Ricardo Durán - M. Sanmartino - M. Toschi

Lugar: UNLP - Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Marisa Toschi

Estimaciones a priori para la solución de potencias del Laplaciano en espacios con pesos.

Sea Ω un dominio acotado en \mathbb{R}^n con borde suave y sea u solución del siguiente problema de Dirichlet,

$$\begin{cases} (-\Delta)^m u = f & \text{en } \Omega \\ \left(\frac{\partial}{\partial \nu}\right)^j u = 0 & \text{en } \partial\Omega \quad 0 \leq j \leq m-1 \end{cases}$$

donde $f \in L_\omega^p(\Omega)$ siendo ω un peso en la clase $A_p(\mathbb{R}^n)$.

En este trabajo demostramos que existe una constante $C = C(\Omega, \omega)$ tal que

$$\|u\|_{W_\omega^{2m,p}(\Omega)} \leq C \|f\|_{L_\omega^p(\Omega)}.$$

Este resultado es una extensión natural del dado en [DST07], donde obtuvimos el resultado para el caso del laplaciano (o sea $m = 1$). El caso $m \geq 2$ es más complicado debido a que, en general, la función de Green no es positiva. En consecuencia, para extender los resultados de [DST07] fue necesario desarrollar ciertos detalles técnicos.

Referencias

- [DST07] Durán, R. G., Sanmartino, M. and Toschi, M. *Weighted a priori estimates for Poisson equation*. Aceptado para publicar en Indiana University Math. Journal. (2007)

Autores: Ezequiel Rela - Ursula Molter
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Ezequiel Rela

Conjuntos de Furstenberg h-dimensionales

Dado $\alpha \in (0, 1]$ decimos que un conjunto compacto E de \mathbb{R}^2 es de Furstenberg(α) si para cada dirección $e \in \mathbb{S}^1$ existe una recta R_e tal que

$$\dim_H(R_e \cap E) \geq \alpha. \quad (12)$$

Se sabe que si $\alpha \in [\frac{1}{2}, 1]$ entonces $\dim_H(E) \geq 2\alpha$ para cualquier conjunto E de Furstenberg(α). Este resultado es una consecuencia de la siguiente acotación para el operador maximal de Kakeya en \mathbb{R}^2 :

$$\|K_\delta\|_{L^2 \rightarrow L^2} \leq C\sqrt{\log(1/\delta)} \quad (13)$$

En este trabajo consideramos la noción de dimensión generalizada de Hausdorff para definir conjuntos de Furstenberg más generales asociados a una función de dimensión h . Más precisamente, diremos que E es un conjunto de Furstenberg(h) si en vez de la condición (1) se satisface que

$$\mu^g(R_e \cap E) \gtrsim 1 \quad \forall e \in \mathbb{S} \quad \forall g \prec h \quad (14)$$

donde μ^g es la medida de Hausdorff asociada a g y " \prec " es la relación de orden parcial entre las funciones de dimensión dada por

$$g \prec h \iff \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x)}{g(x)} = 0 \quad (15)$$

Los conjuntos de Furstenberg(α) resultan entonces de considerar como familia de funciones de dimensión sólo a $\mathcal{D} = \{h(x) = x^\alpha, \alpha \in (0, 1]\}$. Bajo ciertas hipótesis generales sobre h , haciendo un uso óptimo de la desigualdad (2), probamos un resultado análogo al caso de dimensión α . Además, esto nos permite probar una acotación más fina para la "dimensión exacta" de Hausdorff de la clase de conjuntos de Furstenberg(α).

Referencias

- [1] Wolff, Thomas. *Recent work connected with the Kakeya problem*, Prospects in mathematics (Princeton, NJ, 1996), Amer. Math. Soc., Providence, RI (1999), pp. 129–162.

Conferencia Invitada

Ricardo Durán

Depto. de Matemática - FCEyN - UBA

Desigualdades de tipo Korn y Poincaré
Motivaciones y relaciones entre ellas

El análisis variacional de ecuaciones diferenciales se basa fuertemente en resultados del análisis funcional y de la teoría de espacios de Sobolev. En particular, en las aplicaciones a problemas de la mecánica, juega un papel fundamental la desigualdad de Korn en sus distintas versiones. Por otra parte, esta desigualdad está estrechamente relacionada con otros resultados fundamentales en varias aplicaciones, por ejemplo con la existencia de inversa a derecha continua de la divergencia como operador de $H_0^1(\Omega)$ en $L^2(\Omega)/\mathbb{R}$ y con las desigualdades llamadas de Poincaré mejoradas.

En esta charla analizamos la relación entre estas desigualdades y las condiciones sobre el dominio para la validez de ellas.

Autores: Ricardo Durán, Fernando López García

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Fernando López García

Soluciones del operador divergencia en dominios con una cúspide

Un resultado de interés para el análisis teórico y numérico de las ecuaciones de Stokes es la existencia de una inversa a derecha para el operador de divergencia en espacios de Sobolev. Es sabido que para ciertos dominios con cúspides exteriores este resultado no es cierto.

En un trabajo anterior mostramos que para dominios planos Hölder α (dominios que pueden presentar cúspides exteriores) existe una inversa a derecha de la divergencia continua en espacios de Sobolev con peso, donde el peso es una potencia de la distancia al borde. Ahora, para el caso de dominios con una cúspide parece conveniente tomar como peso potencias de la distancia a la singularidad.

En esta charla mostraremos que para ciertos dominios en \mathbb{R}^n con sólo una cúspide el operador de divergencia admite una inversa en espacios de Sobolev con peso, donde el peso es una potencia de la distancia a la singularidad. Mostraremos también que esta potencia resulta óptima.

Autores: Irene Drelichman - Ricardo Durán
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Irene Drelichman

Desigualdades de Poincaré mejoradas con pesos

Los dominios de John acotados, que aparecen por primera vez en [3], forman una clase que contiene a los dominios acotados con bordes Lipschitz y están definidos por una propiedad geométrica que esencialmente permite que también contengan cúspides interiores.

Definiremos esta clase y contaremos cómo se pueden demostrar distintas desigualdades de Poincaré con pesos en estos dominios (que incluyen la desigualdad de Sobolev-Poincaré y las llamadas desigualdades de Poincaré mejoradas), haciendo una rápida revisión de los resultados del artículo [2] y otros anteriores allí citados. En particular, para un dominio de John acotado Ω , consideraremos la desigualdad

$$\inf_{a \in \mathbb{R}} \|f - a\|_{L^q(\Omega)} \leq C \|\nabla f(x) d(x)^\alpha\|_{L^p(\Omega)} \quad (16)$$

donde $f \in L^q(\Omega)$ es una función localmente Lipschitz, $d(x)$ es la distancia a la frontera de Ω , $\alpha \in [0, 1]$ y $1 \leq p \leq q \leq \frac{np}{n-p(1-\alpha)}$, y mencionaremos sus generalizaciones para normas con pesos que cumplen ciertas condiciones sobre cubos (generalizaciones de pesos de tipo A_p).

También comentaremos cómo se puede obtener una desigualdad reciente de Chua y Wheeden [1] similar a la desigualdad anterior pero con potencias de la distancia al borde en ambos lados, y cómo nuestro método permite extenderla a pesos más generales.

Referencias

- [1] S-K. Chua, R.L. Wheeden, *Self-improving properties of inequalities of Poincaré type on measure spaces and applications*. En prensa en J. Funct. Anal.
- [2] I. Drelichman, R. G. Durán, *Improved Poincaré inequalities with weights*. En prensa en J. Math. Anal. Appl.
- [3] F. John, *Rotation and strain*, Comm. Pure Appl. Math. 4, pp. 391-414, 1961.

Autores: J.J. Betancor - J. C. Fariña - L. Rodríguez-Mesa - Ricardo Testoni - J. L. Torrea

Lugar: Universidad de La Laguna - Universidad Nacional del Sur - Universidad Autónoma de Madrid

Expositor: Ricardo Testoni

Espacios de Sobolev ultrasféricos

Dado $\lambda > 0$, consideramos el operador diferencial de segundo orden

$$L_\lambda = -\frac{d^2}{d\theta^2} + \frac{\lambda(\lambda-1)}{\sin^2 \theta}.$$

El operador L_λ puede ser factorizado como $L_\lambda = D_\lambda^* D_\lambda + \lambda^2$, donde $D_\lambda = (\sin \theta)^\lambda \frac{d}{d\theta} (\sin \theta)^{-\lambda}$ es el “operador derivar” y D_λ^* es el operador adjunto formal de D_λ en $L^2((0, \pi), d\theta)$.

Asociado a L_λ existe un sistema ortonormal completo de autofunciones $\{\varphi_n^\lambda\}_{n \in \mathbb{N}}$. Los correspondientes autovalores son $(n + \lambda)^2$.

Dado $\beta > 0$, la potencia $-\beta$ del operador L_λ se define como

$$L_\lambda^{-\beta} f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n^\lambda(f)}{(n + \lambda)^{2\beta}} \varphi_n^\lambda,$$

donde $f \in L^2(0, \pi)$ y $a_n^\lambda(f) = \int_0^\pi f(\theta) \varphi_n^\lambda(\theta) d\theta$. Las potencias negativas pueden extenderse a operadores acotados $L_\lambda^{-\beta} : L^p(0, \pi) \rightarrow L^p(0, \pi)$.

Dados $m \in \mathbb{N}$ y $1 < p < \infty$, se define el **espacio potencial** $L_{\lambda, m}^p$ como la imagen del operador $L_\lambda^{-\frac{m}{2}} : L^p(0, \pi) \rightarrow L^p(0, \pi)$; esto es $f \in L_{\lambda, m}^p$ sí, y solo sí, existe $g \in L^p(0, \pi)$ tal que $f = L_\lambda^{-\frac{m}{2}} g$. El espacio potencial es un espacio de Banach con la norma inducida por la norma de $L^p(0, \pi)$, $\|f\|_{L_{\lambda, m}^p} = \|g\|_p$.

Se pueden definir, “de manera natural”, las **derivadas de orden** n como $D_\lambda^{(n)} = D_\lambda \circ \dots \circ D_\lambda = (\sin \theta)^\lambda \frac{d^n}{d\theta^n} (\sin \theta)^{-\lambda}$. Luego, dados $m \in \mathbb{N}$ y $1 < p < \infty$, se puede definir el **espacio de “Sobolev”** $\mathcal{W}_{\lambda, m}^p$ que consiste de las funciones $f \in L^p(0, \pi)$ tales que $D_\lambda^{(n)} f \in L^p(0, \pi)$, $n = 0, 1, \dots, m$. $\mathcal{W}_{\lambda, m}^p$ resulta un espacio de Banach con la norma

$$\|f\|_{\mathcal{W}_{\lambda, m}^p} = \sum_{n=0}^m \left\| D_\lambda^{(n)} f \right\|_p.$$

Si definimos el operador **derivada de orden** $n \in \mathbb{N}$ como

$$D_{\lambda,n} = D_{\lambda+n-1} \circ \cdots \circ D_{\lambda+1} \circ D_{\lambda} = (\sin \theta)^{\lambda+n} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \right)^n (\sin \theta)^{-\lambda}$$

entonces, dados $m \in \mathbb{N}$ y $1 < p < \infty$, podemos definir el **espacio de Sobolev** $W_{\lambda,m}^p$ que consiste de las funciones $f \in L^p(0, \pi)$ tales que $D_{\lambda,n}f \in L^p(0, \pi)$, $n = 0, 1, \dots, m$. $W_{\lambda,m}^p$ resulta un espacio de Banach con la norma

$$\|f\|_{W_{\lambda,m}^p} = \sum_{n=0}^m \|D_{\lambda,n}f\|_p.$$

Resultados: Para todo $m \in \mathbb{N}$ y $1 < p < \infty$ se tiene que $L_{\lambda,m}^p \equiv W_{\lambda,m}^p$ y $W_{\lambda,m}^p \subset \mathcal{W}_{\lambda,m}^p$. Si $0 < \lambda < 1 - \frac{1}{p}$ entonces $W_{\lambda,2}^p \neq \mathcal{W}_{\lambda,2}^p$.

Se obtiene la acotación en estos espacios de transformadas de Riesz y operadores maximales para la integral de Poisson.

Aplicaciones de la Matemática

Organiza:

Pablo Jacovkis

Autor: Beatriz Millán

Lugar: IMASL, San Luis - FFHA de la UNSJ

Incorporación iterada en el modelo de asignación bilateral

Existen en la literatura varios algoritmos para determinar matchings estables en el modelo de asignación bilateral. Uno de ellos es el de McVitie-Wilson donde los agentes realizan sus ofertas en un determinado orden. Demostramos en este trabajo la convergencia a un estable de este algoritmo usando la incorporación iterada de agentes al mercado. Distintos ordenes de incorporación conducen a diferentes matchings estables. Mostramos también una condición necesaria para que el orden de ingreso converja al óptimo.

Autores: Héctor H. Cuenya - Agustín G. Bonifacio

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Expositor: Agustín G. Bonifacio

Existencia de pares de equilibrio en espacios uniformemente convexos.

Es bien conocida la relación entre existencia de puntos fijos y existencia de puntos de equilibrio en juegos generalizados. Recientemente han aparecido trabajos sobre juegos generalizados restringidos y juegos generalizados libres (ver [KL] y [SV]) los cuales involucran el concepto de pares de equilibrio. La existencia de estos últimos está ligada a la existencia de mejores pares aproximativos los cuales extienden el concepto de punto fijo para una multifunción.

En este trabajo nosotros damos nuevos teoremas de existencia de mejores pares aproximativos en espacios uniformemente convexos. La técnica utilizada se basa en la aplicación de un teorema de punto fijo a una determinada multifunción factorizable de Kakutani. Este resultado permite relajar algunas hipótesis de compacidad requeridas en la literatura y permite obtener existencia de pares de equilibrio para juegos generalizados libres de una persona.

Referencias

- [1] W. K. Kim and K. H. Lee *Existence of best proximity pairs and equilibrium pairs* J. Math. Anal. Appl., (316) (2006), 433-446.
- [2] P.S. Srinivasan and P. Veeramani. *On existence of equilibrium pair for constrained generalized games* Fixed Point Theory and Appl. 1. (2004), 21-29.

Autores: Patricia Galdeano - Luis Guillermo Quintas

Lugar: San Luis

Expositor: Patricia Lucia Galdeano

Core de juegos de transferencia de información

En este trabajo se estudia un problema de decisión sobre el valor de la información en un modelo cooperativo. Hay un agente (el innovador), que tiene información relevante que puede vender a algunos potenciales compradores (los usuarios). Los usuarios pueden adquirir o no la información. Además los jugadores pueden cooperar entre sí formando coaliciones: Informadas, si el innovador pertenece a la coalición o No Informadas si el innovador no es parte de la coalición. La situación entera se modela como un juego cooperativo de $(n+1)$ jugadores. Se estudian las propiedades de la función característica de este juego, la cual satisface una versión débil de superaditividad, a saber 0-monotonicidad. Finalmente estudiamos el Core del juego, el cual resulta no vacío. Se da una caracterización del Core y se determina que el valor de Shapley es un punto del mismo.

Autores: Iris Auriol - Ezio Marchi

Lugar: San Luis

Expositor: Iris Auriol

Cores con pesos en juegos convexos

Shapley (1965) demuestra que un juego cooperativo convexo tiene core no vacío y que el centro de gravedad de los puntos extremos del core es el valor (de Shapley) del juego. Aquí generalizamos estos resultados para el core con pesos en juegos convexos imponiendo algunas restricciones a la matriz de pesos.

Autores: Néstor Aguilera⁽¹⁾ - Silvia Di Marco⁽²⁾ - Mariana Escalante⁽²⁾

Lugar: ⁽¹⁾Conicet - IMAL - UNL ⁽²⁾Conicet - UNR

Expositor: Silvia Di Marco

Valor de tipo Shapley sobre familias de coaliciones incompletas

Dado un conjunto $N = \{1, 2, \dots, n\}$ de jugadores en un juego cooperativo, $\mathcal{P}(N)$ es usualmente el conjunto de coaliciones permitidas entre los mismos. El valor de dichas coaliciones es medido por una función característica $v : \mathcal{P}(N) \mapsto \mathbb{R}$. En este contexto, una posible regla de reparto de la ganancia es el *valor de Shapley*, una función ϕ , $\phi(v) := (\phi_i(v))_{i \in N}$, la cual queda determinada por un conjunto de axiomas. Así, esta función nos da una regla *justa* de reparto de las ganancias entre los actores y a la vez resulta el único modo de repartir la ganancia si se quieren respetar ciertas condiciones.

Su definición está basada en el supuesto de que todos los subconjuntos de N son coaliciones admisibles, lo cual lleva a la necesidad de tener definida la función característica sobre $\mathcal{P}(N)$. Sin embargo, es posible que no todas las coaliciones puedan efectivamente formarse, por incompatibilidad entre los agentes, razones distancia entre los mismos, etc.

Nuestro objetivo es entonces extender el concepto de valor de Shapley a juegos cooperativos donde sólo son admisibles algunas coaliciones. Entre los antecedentes en el tema podemos citar a [1] y [2], en los cuales se consideran familias con estructuras particulares, geometrías convexas y familias regulares respectivamente.

Sea $\mathcal{K} \subsetneq \mathcal{P}(N)$ una familia de coaliciones tal que $\emptyset, N \in \mathcal{K}$. Los subconjuntos de jugadores en \mathcal{K} pueden ordenarse a través de la inclusión formando cadenas de \emptyset a N , de modo que entre dos elementos sucesivos de la cadena no puede intercalarse ningún otro de la familia. Una cadena con esas características será una cadena maximal. Así puede asociarse al problema un grafo dirigido G cuyos nodos son las coaliciones en \mathcal{K} y tenemos un arco (i, j) si $K_i \subset K_j$ y no hay coaliciones entre ellas en \mathcal{K} . En cada arco del digrafo se incorporan uno o más jugadores a cada coalición. En esos términos definimos

$$\phi_i(v) = \sum_{(K, K') \in \mathcal{A}_i} \frac{\Gamma(K, K')}{|K'| - |K|} (v(K') - v(K)).$$

donde \mathcal{A}_i es el conjunto de arcos donde se *agrega* el jugador i y, $\Gamma(K, K')$ es un coeficiente relacionado el peso que tendrá cada arco.

Procuramos encontrar un conjunto de axiomas *razonables* desde el punto

de vista económico, que determine un único juego de coeficientes Γ , y por lo tanto, la unicidad de la función ϕ .

Referencias

- [1] J.M. Bilbao, P.H. Edelman *The Shapley value on convex geometries*. *Discrete Applied Mathematics* **103** (2000), pp. 33–40
- [2] F. Lange, M. Grabisch, *The Shapley value for capacities and games on set systems*, preprint in www.bmf.hu/conferences/sisy2006/18_Lange.pdf.

Conferencia Invitada

Pablo Jacovkis

Facultad de Cs. Exactas y Naturales - UBA

Modelos integrados de cuencas fluviales

Un modelo integrado hidrológico, hidrodinámico y de operación de embalses es un modelo global de una cuenca fluvial en la que, dada la lluvia, podemos estimar el flujo de entrada a los diferentes cursos de agua de la cuenca, propagar el caudal aguas abajo por medio de ruteo de caudales y/o métodos numéricos de hidrodinámica y operar uno o más embalses para diferentes propósitos (suministro de agua, control de crecidas, hidroelectricidad, calidad de agua, recreación, navegación). Cada fase de la implementación del modelo tiene sus problemas propios: tratamiento numérico de las ecuaciones de balance hídrico, de las ecuaciones de propagación de caudales y de las ecuaciones hidrodinámicas, métodos de optimización o simulación de operación de embalses, ajuste de parámetros, tratamiento de series de datos pluviométricos por medio de diagramas de Voronoi y enfoques similares. Es necesario hacer algunas modificaciones cuando el modelo se usa para predicción. Esta conferencia presenta las principales ideas en el análisis y construcción de los submodelos usados como bloques para la preparación de un modelo global de este tipo, e indica cómo integrarlos en una herramienta unificada y útil.

Autor: Juan Carlos Cesco

Lugar: IMASL - UNSL

Hedonic games and matching problems

We consider the existence problem of stable matchings in the setting of many-to-one matching problems. Unlike other approaches which use algorithmic techniques to provide sufficient and necessary and sufficient conditions to guarantee the existence of stable matchings, we adopt a game theoretic point of view. We first associate, with each many-to-one matching problem, a hedonic game to take advantage of recent results guaranteeing the existence of core-partitions for that class of games, to build up our conditions. The main result states that a many-to-one matching problem, with no restrictions on individual preferences, has stable* matchings if and only if a related hedonic game is pivotally balanced. In the case that the preferences in the matching problem are substitutable, the notions of stability and stability* coincide.

Autor: Delfina Femenia

Lugar: San Juan

El modelo de asignación muchos a uno con restricción de capacidad

En 2006, fueron introducidos los *modelos de asignación uno a uno con restricción de cuota*. En este modelo se extendió el concepto de estabilidad y core, entre otros resultados, definiendo los conceptos de q -estables y q -core. Se demostró la existencia de los q -estables y del q -core, se diseñó un algoritmo para estudiar los matchings q -estables y se caracterizó el conjunto de q -estables.

En este trabajo se presenta una extensión a los modelos muchos a uno considerando esta restricción de cuota, en uno de los lados del modelo. Se extiende en una forma natural el concepto de q -estabilidad y se demuestra la existencia de los matching q -estables, bajo ciertas restricciones de las preferencias.

Autor: Mabel Marí

Lugar: San Juan

Extensión en el Modelo de Matching con restricción de capacidad

En este trabajo se considera un modelo de asignación especial, en el cual intervienen dos tipos de agentes complementarios (trabajadores del tipo I y trabajadores del tipo II) y una institución, la cual tiene preferencias sobre los posibles matchings (asignaciones). Esta institución tiene para contratar un conjunto de pares de trabajadores complementarios, y tiene una cuota q que es el número máximo de candidatos permitidos para contratar. Se estudia el efecto que se produce cuando la institución puede aumentar la cuota q . Se diseña un procedimiento para encontrar pares maximales y un algoritmo que construye un matching estable con una nueva cuota partiendo de un estable con la cuota anterior.

Autores: Alejandro Benítez Llambay - Pablo Benítez Llambay - Elvio A. Pilotta
Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Pablo Benítez Llambay

Algunos aspectos sobre el Problema de Weber y el Punto de Fermat

A principios del siglo XX, el economista Alfred Weber planteó un problema sobre localización de industrias. Teniendo en cuenta el costo del transporte, el problema consiste en hallar la ubicación óptima de una fábrica que debe abastecerse de materia prima proveniente de ciertos almacenes y cuya producción se comercializará en un cierto mercado. Esto es, dado un conjunto de puntos en el plano con pesos asociados, se desea obtener un punto que minimice la suma de las distancias pesadas. Este problema es una generalización del problema planteado por Fermat: "Dados tres puntos en el plano, hallar un punto tal que la suma de las distancias de éste a los otros tres sea mínima". En este trabajo, se presentará un análisis geométrico del problema y algunos resultados numéricos basados en el Algoritmo de Weiszfeld.

Autores: Diego Morán - Guillermo Durán - Abilio Lucena - Javier Marengo - Andrés Weintraub

Lugar: Universidad de Chile, Universidad de Buenos Aires, Universidad Federal de Rio de Janeiro, Universidad Nacional de General Sarmiento, Universidad de Chile

Expositor: Guillermo Durán

Planificación de la Producción en Agua-Mar de una empresa salmonera mediante Programación Matemática

La industria salmonera es una de las actividades económicas más importantes en Chile. Junto con Noruega, es uno de los dos países que lideran esta industria en volumen de producción a nivel mundial. La planificación y gestión en esta industria es de una alta complejidad, dada la naturaleza del producto final. Sin embargo, prácticamente no existían hasta la actualidad aplicaciones específicas de la Investigación Operativa a esta industria.

En el presente trabajo se proponen distintas formulaciones de programación lineal entera-mixta para resolver el problema de planificación de la producción en agua-mar de una empresa salmonera. Este problema consiste en planificar, a un horizonte de 4 años, los centros de engorda de salmones en agua-mar, de manera de cumplir con las metas de producción establecidas, y satisfaciendo ciertas restricciones biológicas y sanitarias que se deben tener en cuenta, en cada uno de los centros. Las preguntas fundamentales que responde la planificación son: ¿Cuándo sembrar salmones en cada jaula de cada centro? ¿Cuántos deben ser sembrados? ¿Cuándo se deben cosechar? ¿Cómo se logra cumplir con el plan de producción?

Para instancias de tamaño real, con uno de los modelos se logran tiempos razonables de ejecución gracias a una mejora en la formulación del mismo y al uso de un procedimiento auxiliar apropiado. Otra de las formulaciones, basada en conceptos de flujos en redes, también posee tiempos de ejecución razonables, aunque de mayor duración. Trabajando con éstos y otros modelos que están en estudio, mediante fortalecimiento de las formulaciones y creando heurísticas inspiradas en *Local Branching*, se ha logrado mejorar aún más los resultados obtenidos hasta el momento y se está en la etapa de transformar estos desarrollos en un producto final a ser utilizado por una empresa del sur de Chile para su planificación cotidiana.

Autores: Graciela Croceri - Graciela Sottosanto - Kurt Taretto - Mauricio Troviano

Lugar: Depto. de Matemática - Depto. de Electrotecnia

Expositor: Graciela Sottosanto

Determinación de parámetros físicos en celdas solares mediante técnicas de regularización

En este trabajo se presenta una aplicación de técnicas del análisis numérico para resolver el problema de la determinación de parámetros físicos de celdas solares.

El modelo matemático del problema físico para una celda de espesor total d responde a una ecuación integral de Fredholm de primera clase

$$\int_0^d g(z, \lambda) f_C(z) dz = IQE(\lambda),$$

donde λ es la longitud de onda de la luz y el núcleo $g(z, \lambda)$ que representa la tasa de generación de la celda y el lado derecho $IQE(\lambda)$, denominado eficiencia cuántica interna son conocidos. La función desconocida f_C , denominada probabilidad de colección involucra parámetros que son de fundamental importancia en el proceso de diseño y desarrollo de celdas solares.

A partir de datos simulados y usando un método de colocación se presenta una versión discretizada del modelo, el cual responde a un típico problema "mal puesto", por lo que se impone el uso de técnicas de regularización para su solución.

Técnicas de análisis numérico tales como regularización de Tikhonov, truncamiento de valores singulares y curva L son comparadas a fin de elegir adecuados parámetros para balancear la influencia de la regularización y los errores de perturbación.

Se presentan resultados numéricos obtenidos tanto para datos simulados como para conjuntos de datos experimentales que validan la utilización de técnicas de regularización para este problema.

Autores: Ana Rosso - Claudia Denner - Juan Cesco

Lugar: Río Cuarto

Expositor: Ana Rosso

Optimización de parámetros en una aproximación de la energía potencial

Cuando se modeliza el cálculo de la energía potencial de repulsión, $V_{ij}(\vec{R})$, usando la base de funciones compuesta por orbitales tipo Slater (STO) y tipo gaussianos (GTO), podemos escribir

$$\tilde{V}_{ij}(\vec{R}) = \kappa \int_0^\infty f_{ij}(w) j_0(w) dw$$

donde i corresponde a cada STO y j a cada GTO,

$$j_0(w) = \frac{\text{sen}(w)}{w}$$

es la función esférica de Bessel de orden cero y

$$f_{ij}(w) = \int_0^\infty I_{ij}(w, x) dx$$

Debido a la complejidad del integrando, se encontró un aproximante para $f_{ij}(w)$ expresando el cálculo como

$$\tilde{V}_{ij}(\vec{R}) \simeq \kappa \int_0^L C_0 \exp(-C_1 w^{2p}) j_0(w) dw$$

Se estudiaron cotas para calcular la integral impropia como una integral definida evitando la singularidad en cero. Además se analizaron distintas técnicas para determinar los parámetros C_0 , C_1 y p del aproximante.

Autores: Claudia Denner - Ana Rosso - Juan Cesco - Jorge Pérez

Lugar: Río Cuarto

Expositor: Claudia Denner

Un nuevo cálculo para la energía de repulsión
donde intervienen orbitales 1s tipo Slater y tipo Gaussianos

En el cálculo de la energía potencial de repulsión, $V(\vec{R})$, modelizada con funciones de orbitales tipo Slater (STO) y tipo gaussianos (GTO), podemos escribir

$$\tilde{V}(\vec{R}) = \int_0^\infty \int_0^\infty f(x, r) j_0(p(x)r) dx dr$$

donde j_0 es la función esférica de Bessel de orden cero.

En este trabajo se prueba la existencia de un único Q tal que

$$\tilde{V}(\vec{R}) = \int_0^\infty \int_0^\infty f(x, r) j_0(p(x)r) dx dr = \int_0^\infty \int_0^\infty f(x, r) j_0(Qr) dx dr$$

Con un cambio de variables adecuado se escribe

$$\tilde{V}(\vec{R}) = \int_0^\infty f^*(w, Q) j_0(w) dw$$

Para computar esta última integral se determina un aproximante para el único valor de Q a través de la construcción de una sucesión convergente.

Conferencia Invitada**Virginia N. Vera de Serio****Universidad Nacional de Cuyo, Fac. de Cs. Económicas, Instituto de Ciencias Básicas**

Estabilidad de la unicidad de solución en problemas de programación lineal semi-infinita.

Se considera problemas de programación lineal semi-infinita (LSIP) en \mathbf{R}^n de la forma

$$\Pi : \text{Inf } c'x \text{ s.t. } a_t'x \geq b_t, \quad t \in T,$$

donde T es un conjunto arbitrario de índices (posiblemente infinito), $a_t : T \rightarrow \mathbf{R}^n$, $b_t : T \rightarrow \mathbf{R}$ son funciones, y $x \in \mathbf{R}^n$. Se intenta identificar aquellos problemas que poseen una solución única (unicidad fuerte o simplemente unicidad) que es estable en el sentido de que es preservada por perturbaciones suficientemente pequeñas de los datos. El conjunto de índices T y la dimensión n se consideran fijas y se permiten perturbaciones del vector gradiente c , de a y de b ; se introduce una topología en el espacio de todos estos problemas (espacio de parámetros).

Nürnberg (1985, [2]) caracterizó la propiedad de estabilidad de la unicidad de solución en el caso de problemas LSIP continuos; más tarde en 1998, Helbig y Todorov ([1]) estudiaron el caso de problemas no necesariamente continuos pero con la condición de acotación del conjunto de los vectores gradientes de las restricciones. En este trabajo se analiza el caso en el cual este conjunto es no acotado, pero satisface la propiedad alternativa de que su distancia al origen es positiva, obteniendo condiciones para la estabilidad de la unicidad (unicidad fuerte) de la solución optimal.

Trabajo en colaboración con M.A. Goberna, M. Todorov.

Referencias

- [1] S. Helbig and M.I. Todorov, Unicity results for general linear semi-infinite optimization problems using a new concept of active constraints, *Appl. Math. Optim.* **38** (1998), 21-43.

- [2] G. Nürnberger, Unicity in semi-infinite optimization, in *Parametric Optimization and Approximation* (B. Brosowski, and F. Deutsch, eds.), Birkhäuser, Basel, 1985, pp. 231-247.

Autores: Mercedes Larriqueta - Virginia Vera de Serio

Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Facultad de Ciencias Económicas, UNCuyo

Expositor: Mercedes Larriqueta

Estabilidad del conjunto de puntos extremos del conjunto solución en LSIP

Dado un sistema de ecuaciones lineales $\sigma = \{a'_t x \geq b_t, t \in T\}$, interesa analizar propiedades de estabilidad del conjunto solución de dicho sistema y de algunos de sus subconjuntos distinguidos, como la frontera o el conjunto de puntos extremos del conjunto solución, debido a que los coeficientes del sistema suelen estar sujetos a perturbaciones. El interés especial que aparece por el estudio de la estabilidad del conjunto de puntos extremos del conjunto solución se debe a que cuando se resuelve un problema de programación lineal, si la función objetivo optimiza, lo hace en un punto extremo del conjunto solución.

La estabilidad del conjunto solución ha sido estudiada en profundidad por numerosos autores, desde la década del 70 ([9], [10], [1], [5], [6], [7],[8], [2]). Lo mismo sucede con la estabilidad de la frontera del conjunto solución (Goberna et al., 2003 [4]).

En estos casos se cuenta con caracterizaciones para la semicontinuidad inferior en el sentido de Berge para las correspondencias \mathcal{F} , que a cada sistema asigna el conjunto solución, y \mathcal{B} , que a cada sistema asigna la frontera del conjunto solución. Se ha estudiado también la estabilidad de la frontera del conjunto solución a través de la semicontinuidad Lipschitz de las mismas correspondencias y mediante el estudio de la regularidad métrica de la correspondencia \mathcal{N} que a cada punto del espacio \mathbb{R}^n asigna el conjunto $\{b \in \mathbb{R}^T / a'_t x \geq b_t, t \in T, y x \in bd F_b\}$. La estabilidad del conjunto de puntos extremos del conjunto solución es de una complejidad mayor. Ha sido estudiado el caso especial en que el sistema de ecuaciones lineales es finito (Davidson, 1996 [3]).

Para estudiar el caso en que el conjunto de índices es un conjunto T arbitrario (posiblemente infinito), se asume que los coeficientes pueden ser perturbados arbitrariamente manteniendo fijos el conjunto de índices T y la dimensión del espacio de variables (finita) y se mide el tamaño de las perturbaciones por medio de cierta pseudométrica: dados dos sistemas $\sigma = \{a'_t x \geq b_t, t \in T\}$ y $\sigma_1 = \{c'_t x \geq d_t, t \in T\}$,

$$d(\sigma, \sigma_1) = \sup_{t \in T} \| (a_t b_t) c_t d_t \|_{\infty}.$$

Se puede caracterizar la estabilidad del conjunto de puntos extremos, estableciendo la equivalencia entre la semicontinuidad inferior en el sentido de Berge de la correspondencia \mathcal{F} y la semicontinuidad inferior en el sentido de Berge de la correspondencia \mathcal{E} que a cada sistema asigna el conjunto de puntos extremos de su conjunto solución.

Se estudia la semicontinuidad Lipschitz de la correspondencia \mathcal{O} y la regularidad métrica para la correspondencia \mathcal{O} , que a cada punto del espacio \mathbb{R}^n asigna el conjunto $\{b \in \mathbb{R}^T / a'_t x \geq b_t, t \in T, y x \in ext F_b\}$.

Referencias

- [1] Brosowski, B. Parametric semi-infinite linear programming I. Continuity of the feasible set and the optimal value, *Math. Programming Study* **21** (1984), 18-42.
- [2] Cánovas, M.J., Dontchev, A.L., López, M.A. and Parra, J. Metric regularity of semi-infinite constraint systems. *Math. Program.* **104** (2-3)(2005), 329-346.
- [3] Davidson M.R. Stability of the extreme point set of a polyhedron, *J. Optim. Theory Appl.*, **90** 357-380, 1996.
- [4] Goberna, M.A., Larriqueta, M., Vera, V.N. On the stability of the boundary of the feasible set in linear optimization, *Set-Valued Analysis* **11** (2003), 203-223.
- [5] Goberna, M.A., López, M. A. and Todorov, M.I. Stability theory for linear inequality systems, *SIAM J. Matrix Anal.* **17** (1996), 730-743.
- [6] Jongen, H.Th. and Rückmann, J.-J. On stability and deformation in semi-infinite optimization, In: R. Reemtsen and J.-J. Rückmann (eds), *Semi-Infinite Programming*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998, pp. 29-67.
- [7] López, M.A., Mira, J.A. and Torregrosa, G. On the stability of infinite-dimensional linear inequality systems, *Numer. Funct. Anal. Optim.* **19** (1998), 1065-1077.
- [8] López, M.A. and Vera de Serio, V.N. Stability of the feasible set mapping in convex semi-infinite programming, In: M.A. Goberna and M.A. López (eds), *Semi-Infinite Programming. Recent Advances*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, pp. 101-120.
- [9] Robinson, S.M. Stability theory for systems of inequalities. Part I: Linear systems, *SIAM J. Numer. Anal.* **12** (1975), 754-769.
- [10] Tuy, H. Stability property of a system of inequalities *Math. Oper. Statist. Series Opt.* **8** 27-39, 1977.

Autores: Carlos Ismael Orozco - Raul Lazaro Frias - Claudio Ivan Barrios

Lugar: Salta- Capital

Expositor: Carlos Ismael Orozco

Un GA Híbrido para un Problema de Asignación

El análisis de los problemas de localización es un área fértil de investigación desde principios de siglo. Dentro de los problemas de localización se pueden identificar tres elementos esenciales. Los centros que denotan un conjunto de objetos que serán localizados para proporcionar un bien o servicio; los sectores, que se refieren al conjunto de usuarios que demandan esos bienes o servicios. Por último, la matriz de distancias entre ambos conjuntos de elementos.

En este trabajo estudiaremos en diferentes etapas, un determinado problema de asignación conocido como P-Centers. Dados dos conjuntos U de m elementos y V de n elementos, el Problema consiste en seleccionar del conjunto V p -elementos (centros) que actúen como contenedores de todos los elementos de U , de manera tal que todos sean asignados y se minimice la máxima distancia entre elemento u -ésimo y centro j -ésimo correspondiente. Entre otras aplicaciones del problema P-Centers podemos mencionar la determinación de la mejor ubicación posible de estaciones de bomberos en p -ciudades de manera de minimizar la máxima distancia entre estaciones de bomberos y ciudades asignadas a cada una de ellas.

Los principios de Genetic Algorithms (GA) fueron introducidos por Holland en 1975, basados en el proceso genético de organismos vivos. A lo largo de las generaciones, las poblaciones evolucionan en la naturaleza acorde con los principios de la selección natural y la supervivencia del más fuerte postulados por Darwin. Existen diferentes soluciones a problemas de optimización que han sido resueltos mediante GA entre otros, problemas de ruteo, de conjuntos, asignación, etc.

Proponemos un algoritmo basado en GA para el Problema de P-Centers, el cual incluye algoritmos semi-aleatorios y voraces (greedy) para la determinación de centros, como también operadores clásicos de cruzamiento y mutación basada en Variable Neighborhood Search (VNS).

El algoritmo híbrido propuesto fue evaluado con instancias de diferentes tamaños y complejidad pertenecientes a la librería TSPLib, obteniéndose resultados competitivos en términos de calidad de las soluciones y de tiempo computacional necesario para alcanzarlos.

Autores: María Laura Schuverdt - Roberto Andreani - José Mario Martínez

Lugar: UNLP

Expositor: María Laura Schuverdt

Un método de restricciones activas de segundo orden
para problemas con restricciones de caja

Problemas con restricciones de caja aparecen en un gran rango de aplicaciones, como por ejemplo en la discretización de desigualdades variacionales, de problemas de control o como subproblema de métodos de penalidad y de Lagrangiano aumentado. En algunas aplicaciones se hace necesario que la solución de estos problemas verifique no solo las condiciones de optimalidad de primer orden sino también las de segundo orden. En este trabajo proponemos un algoritmo de restricciones activas para resolver problemas de programación no lineal, suaves, con restricciones de caja que utilice, siempre que sea posible, información de segundo orden. La idea es definir un algoritmo que combine un método irrestricto con búsqueda lineal que incluya información sobre la concavidad de la función y que permita agregar restricciones al conjunto activo, junto con una técnica del tipo gradiente proyectado espectral para eliminar restricciones del conjunto de trabajo. Existen en la literatura técnicas de segundo orden para problemas irrestrictos y creemos que estas se pueden extender a problemas con restricciones de caja. Analizaremos las condiciones necesarias para probar la convergencia deseada.

Autores: Nélica Echebest - Raul Vignau

Lugar: UNLP

Expositor: Raul Vignau

Una extensión del método NEWUOA de optimización sin derivadas para la resolución de problemas no lineales con restricciones

En muchas aplicaciones el cálculo de los valores funcionales es computacionalmente costoso y las derivadas no están disponibles, ejemplos de ello provienen de Ing. Química o Economía, aunque la función objetivo como las restricciones del problema sean suficientemente suaves.

El método NEWUOA desarrollado por Powell [2] de optimización irrestricta sin derivadas, explota la información de suavidad de la función y genera un modelo polinomial que aproxima a la función en el entorno de un punto conveniente en el proceso iterativo, usando los valores funcionales acumulados en las iteraciones previas. El modelo cuadrático se adapta iterativamente usando solamente $2n+1$ puntos de interpolación y los restantes grados de libertad se fijan minimizando la norma Frobenius de la diferencia entre las matrices de los modelos consecutivos [1]. Se conocen implementaciones eficientes de esa metodología para problemas irrestrictos, aunque aún no se conocen experiencias en la aplicación de ese modelo cuadrático en el marco de problemas con restricciones generales. En un trabajo previo hemos presentado una modificación del software para permitir la resolución del modelo en una región de confianza con restricciones de cotas ("caja"), para facilitar el tratamiento de problemas con restricciones más generales. En este trabajo analizamos el comportamiento del modelo cuadrático de la función Lagrangeana de un problema con restricciones con el objetivo de posibilitar la extensión de la metodología de Powell a la resolución de problemas de programación no lineal con restricciones generales. Se presentarán los resultados numéricos de avance.

[1] Powell M.J.D (2004), Least Frobenius norm updating of quadratics models that satisfy interpolation conditions, *Math. Programming*, 100,183-215.

[2] Powell M.J.D, 2004, The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives. Technical Report DAMTP 2004/ NA08, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge CB3 0WA, England.

Autores: María Belén Arouxet - Nélide Echebest - Elvio A. Pilotta

Lugar: UNLP, UNCor

Expositor: María Belén Arouxet

Una versión modificada de NEWUOA usando gradiente espectral proyectado

Los métodos de optimización sin derivadas, como el Algoritmo NEWUOA [2], han sido diseñados para resolver problemas de optimización no lineales en donde las derivadas de la función objetivo no están disponibles. Formalmente, consideraremos un problema de minimización irrestricto donde la función objetivo es una función suave, de varias variables, no lineal y acotada inferiormente. Asumimos que la función objetivo y el gradiente no pueden ser calculados en ningún punto. NEWUOA [2] no minimiza la función objetivo directamente, si no que minimiza una interpolación cuadrática de ésta usando estrategias de regiones de confianza. En este trabajo se propone una modificación del método de Powell basada en el método del gradiente espectral proyectado [1]. Este último es un algoritmo desarrollado para problemas de programación cuadrática convexa de gran porte y muy usado cuando las proyecciones el conjunto factible son fáciles de calcular.

Se presentarán experimentos numéricos usando un conjunto de problemas test.

Referencias

- [1] E. Birgin, J. Martinez and M. Raydan. SPG: Software for convex-constrained optimization, 2001.
- [2] M.J.D. Powell. The NEWUOA software for unconstrained optimization without derivatives, 2004.

Autores: Romina Cardo - Álvaro Corvalán
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento
Expositor: Romina Cardo

FRAMES de WAVELETS versus WAVELETS ORTOGONALES en el análisis
Multifractal de Ausencias Cerebrales con Chirps

En los últimos años los métodos de análisis de fluctuación se han revelado como una interesante herramienta (ver [1] y [9]) que caracteriza series de tiempo de diversos orígenes, para analizar cuestiones de transferencia de energía que están ligadas al comportamiento multifractal (ver [3]). Estos métodos, sin embargo, se ven seriamente afectados por un lado cuando hay presencia de singularidades de rápida oscilación (chirps); y por otra parte, al estar formulados en términos de la transformada de Legendre (ver [4] y [10]), está fuera de su alcance caracterizar fenómenos con espectros no cóncavos que pueden aparecer naturalmente en señales donde se superponen procesos que tienen lugar a escalas diferentes. Si bien hay métodos basados en Wavelets Leaders (e.g. el método de WL de Jaffard 2004, [5], [6], [7], [8].) que pueden soslayar la primera dificultad mencionada, tampoco pueden detectar los mencionados espectros no-cóncavos. Por otro lado, el método del Gradient Modulus Wavelet Projection ([11] Turiel 2006, et al), puede proporcionar espectros no-cóncavos pero es sensible a los chirps. Además, en tales circunstancias, el difundido uso de familias de wavelets ortonormales no resulta suficientemente estable como para garantizar la invariancia en el tiempo en términos numéricos. En este trabajo presentaremos un método nuevo que denominamos Gradient Modulus Wavelet Frames Projection (GMWFLP) y que superaría todos los inconvenientes mencionados, ya que es estable respecto de las singularidades oscilantes, es capaz de caracterizar espectros no-cóncavos, y utiliza la redundancia (ver [2] Daubechies 1992) de las frames de wavelets (en lugar de bases ortonormales de las mismas) para garantizar una mayor estabilidad frente a las traslaciones en la variable temporal. Como ventaja adicional no requiere de condiciones restrictivas en la regularidad de la wavelet utilizada, y exhibiremos su eficacia en ausencias cerebrales con el agregado de chirps, ya que en futuros trabajos pretendemos estudiar métodos que reconozcan y eventualmente filtren chirps que naturalmente se encuentren en señales biológicas y para las cuales la presencia de los mismos no sea evidente a priori, con el objetivo de predecir crisis epilépticas.

REFERENCIAS:

- [1] Andersson, Patrik, Characterization of Pointwise Hölder Regularity, *Applied and Computational Analysis* (1997) Vol 4, 429-443, Article no. HA970219
- [2] Daubechies, Ingrid. *Ten Lectures on Wavelets*, (1992) by the Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Montpelier, Vermont.
- [3] Falconer, Kenneth, *Techniques in fractal geometry*, (1997) by John Wiley and Sons Ltd, West Sussex, England.
- [4] Frisch, Uriel and Parisi, Giorgio, Fully developed turbulence and intermittency, *Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi* (1985), Course 88, 84-88, North Holland.
- [5] Jaffard, Stephane, *Some Mathematical Results about the Multifractal Formalism for Functions. Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications*, Part V, 325-361, (1994) edited by Charles Chui, Laura Montefusco and Luigia Puccio, Academic Press Inc, San Diego, California, USA.
- [6] Jaffard, Stephane (1997). Multifractal formalism for functions, Parts I and II, *SIAM Journal of Mathematical Analysis* 28 (4), 944-998 July.
- [7] Jaffard, Stephane (2004). Wavelet techniques in multifractal analysis, fractal geometry and applications, *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, AMS, Providence, RI, 1-61.
- [8] Jaffard, Stephane, Lashermes, B., Abry, P. *Wavelet Leaders in multifractal Analysis* (preprint 2004), published in: *Wavelet Analysis and Applications*, T Qian, M. I; Vai, X. Yuesheng, Eds., Birkhäuser Verlag, 219-264, Basel, Switzerland, 2006.
- [9] Levy-Vehel, Jacques y Legrand, Pierrick, Hölderian regularity-based image interpolation, Informe: COMPLEX Team, INRIA Rocquencourt, 78153 Le Chesnay Cedex, France, 1-4.
- [10] Mallat, Stephane, *A wavelet tour of signal processing*, 2nd Edition, American Press, San Diego, USA, 1999.
- [11] Turiel, Antonio, Pérez-Vicente, Conrad, Grazzini, Jacopo, Numerical methods for the estimation of multifractal singularity spectra on sampled data: A comparative study (2006), *Journal of Computational Physics archive*, Vol 216, Issue 1 (July 2006), 362 - 390.

Autores: Germán Ariel Torres - Axel Osses - Laura Dawidowski - Ariela D'Angiola

Lugar: Córdoba

Expositor: Germán Ariel Torres

Mejoramiento de inventarios de emisión a través de observaciones

Se propone obtener emisiones mejoradas de monóxido de carbono usando observaciones disponibles provenientes de una red de monitoreo. La técnica propuesta consiste en minimizar una función que depende, principalmente, en dos matrices de covarianza, en principio desconocidas. La plataforma Polyphemus es configurada para el cálculo de las matrices de covarianza y la técnica BLUE es utilizada para obtener las emisiones de CO. Se propone también la utilización de una estrategia adjunta.

Autores: Javier Pavese - Guillermo Maimone

Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Javier Pavese

Modelación de la deriva para variables regionalizadas no estacionarias

La teoría geoestadística aborda el estudio y modelación de variables que se denominan regionalizadas, que podemos definir como fenómenos espaciales que poseen dos aspectos principales, uno a nivel local asociado a comportamientos impredecibles de la variable, y un segundo aspecto a nivel global que refleja la estructura característica del fenómeno. En el campo de la geoestadística se han desarrollado una serie de técnicas que tienen como objetivo describir cuantitativamente variables naturales distribuidas en el espacio, con el fin de realizar predicciones para lograr una buena descripción del medio natural en términos de arquitectura geológica, distribución espacial de heterogeneidades y zonas preferenciales de flujos entre otras, utilizando la información disponible (Cassiraga 1996) [1]. Una de las exigencias más fuerte de las técnicas clásicas de esta ciencia es que las variables sean intrínsecas o estacionarias, es decir que no presenten deriva, por lo que hacen de estos métodos poco convenientes para el pronóstico de variables como las topográficas, flujos subterráneos y todas aquellas que presenten un marcado gradiente regional.

El objetivo del trabajo es hallar un modelo matemático que capture la deriva presente en la variable nivel topográfico. A partir de este modelo encontrar, como diferencia entre la variable nivel topográfico y su valor correspondiente a la deriva, la variable residuos que es estacionaria y luego usando el método Kriging Ordinario interpolar para desarrollar una mapa topográfico tridimensional.

En trabajos previos, se había modelado la deriva mediante el método de mínimos cuadrados. En el trabajo presente se utilizó inicialmente un polinomio de segundo grado en tres variables genérico, calculando los coeficientes de cada término mediante el sistema de ecuaciones que se obtuvo aplicando el polinomio a cada juego de datos de campo. Analizando los coeficientes obtenidos, resultó más conveniente el adoptar una superficie de tipo paraboloides, que ajustó adecuadamente los datos originales.

Resultados y conclusiones:

En este trabajo se utilizó una muestra de 570 datos de la variable nivel topográfico de la zona central del Alto Valle del Río Negro, que abarca aproximadamente 8.000 ha. La deriva fue modelada utilizando los programas

computacionales Statistica (2001) y Matlab utilizando un modelo polinómico de segundo grado, que mejoró la captación de la deriva frente al método de mínimos cuadrados. Para la modelación de la variable residuos se utilizaron los programas computacionales GSLib (1998) y Surfer (2002).

Referencias:

[1] "Métodos Estadísticos para la Integración de Información". Cassiraga E. 1996. Departamento de Hidráulica y Medio Ambiente. Universidad Politécnica de Valencia, Publicación Técnica N^o 4. Ed. Enresa. España.

Autores: Marcela Fabio - Alejandro Viegner - Eduardo Serrano
Lugar: Universidad de San Martín - Universidad de Palermo- EST
Expositor: Marcela Fabio

Funciones Modales Intrínsecas Elementales

En el marco del procesamiento de señales el concepto de *frecuencia instantánea*, definida como la derivada de la fase variante en el tiempo, permite caracterizar fenómenos oscilantes o vibratorios, no estacionarios. Por ejemplo, *chirps* y patrones de voz, de sonidos musicales o naturales.

La *transformada de Hilbert* permite estimar estas frecuencias $\omega(t)$ en forma sencilla, bajo apropiadas hipótesis acerca de la señal $s(t)$:

$$\omega(t) = \frac{d\Theta}{dt}(t)$$

siendo $H[s]$ la transformada de s y $\Theta(t) = \arctan\left(\frac{H[s](t)}{s(t)}\right)$

Sin embargo la implementación numérica presenta dificultades, especialmente cuando localmente conviven en la señal componentes de diversas frecuencias.

La *transformada de Hilbert-Huang*, propuesta por éste último en recientes trabajos, proporciona una mejora en el método. La técnica se basa en la descomposición de la señal como superposición de *funciones modales intrínsecas* (IMF) que poseen la propiedad de la regularidad en la distribución de los ceros, los máximos y los mínimos de modo que, localmente, realizan patrones oscilantes casi-monocromáticos. Este esquema se denomina *empírico de descomposición* (EMD). Realizado el mismo, se aplica la transformada de Hilbert a cada componente.

Por otra parte, no existe en la propuesta del mencionado autor una caracterización precisa de la clase de las funciones IMF ni la definición explícita de funciones elementales o átomos en la clase.

En la presente comunicación analizamos las propiedades de *funciones elementales IMF* de la forma $f(t) = A(t)\cos(\varphi(t))$ donde la amplitud y fase varían con cierta regularidad. Se analiza también la relación entre el EMD y el análisis mediante wavelets.

Autor: Blanca I. Niel

Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur

Los caminos hamiltonianos euclidianos más largos en redes
de las raíces impares de la unidad

Sean las redes $\mathcal{N}(K_{n=2l+1}(\sqrt[n]{1}), (d_{ij})_{n \times n})$, donde $K_{n=2l+1}(\sqrt[n]{1})$ es el grafo completo con vértices en las $n = 2l + 1$ -raíces de la unidad y $D = (d_{ij})_{n \times n}$ es la matriz de las distancias euclídeas entre nodos. V_0, \dots, V_{n-1} denotan los puntos $e^{\pi i \sqrt[n]{1}}$, enumerados en sentido horario por los enteros módulo n , a partir del vértice $V_0 = (-1, 0)$ [4,1]. Además, para $0 \leq k \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ y $j \in Z_n$, $L_{k,j}^-$ representa al segmento que une V_j con V_{j+k} y $L_{k,j}^+$ une V_j con V_{j-k} .

Teorema I: En las redes $\mathcal{N}(K_{n=2l+1}(\sqrt[2l+1]{1}), (d_{i,j})_{n \times n})$ existen trayectorias cerradas, cíclicas, de orden $n = 2l + 1$ con longitudes de recorrido:

$$L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - p}^- + p L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1}^+ + (n - p - 1) L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}^\pm, \quad 1 \leq p \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1 \quad (17)$$

Obs. 1: En este *teorema* explicitamos la composición de las estructuras minimales formadas por segmentos $L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1}^-, L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1}^+, L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}^-$ y $L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}^+$ que prueban la existencia de trayectorias cerradas con las longitudes (17).

Teorema II: En las redes $\mathcal{N}(K_{n=2l+1}(\sqrt[2l+1]{1}), (d_{i,j})_{n \times n})$ existen exactamente $p+1$ trayectorias hamiltonianas cíclicas de orden $n = 2l + 1$ que realizan las longitudes de recorrido (17).

Obs. 2: En este *teorema* exhibimos las secuencias en que se disponen los segmentos para integrar las estructuras minimales que prueban la existencia de trayectorias hamiltonianas.

Nota: Las $p + 1$ trayectorias explicitadas en este trabajo son relevantes en sí mismas al resolver respectivamente las $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1$ formulaciones del problema de caminos hamiltonianos de máxima longitud [3,2]. En otras palabras, al eliminar el segmento $L_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - p}^-$ se obtienen los hamiltonianos euclidianos no cíclicos de máxima longitud en las $\mathcal{N}(K_{n=2l+1}(\sqrt[2l+1]{1}), (d_{i,j})_{n \times n})$.

Teorema III: En las redes $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), (d_{i,j})_{n \times n})$ el conjunto de las trayectorias reflexivas cíclicas de orden n , está formado por todos y cada uno de los caminos que hacen estacionaria la longitud $L_n(\alpha_i) = \sum_{i=1}^n \sqrt{2 - 2 \cos(\alpha_i - \alpha_{i-1})}$ con $\alpha_0 = \alpha_n = \pi$, respecto de las variaciones de los rayos geométricos[2].

Referencias

[1] Fekete, S. P., Meijer, H., Rohe, A. and Tietze, W. "Solving a "Hard

"Problem to Approximate an "Easy" One: Heuristics for Maximum Matchings and Maximum Traveling Salesman Problems". Journal of Experimental Algorithms. 7 (2002), article 11.

[2] Niel, B. I. "Geometry of the Euclidean Hamiltonian Suboptimal and Optimal Paths in the $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), D)$'s Networks." Actas del VIII Congreso Dr. Antonio A. R. Monteiro, U.N.S., ISSN 0327-9170, (2005), pg. 67-84.

[3] Niel, B. I. "The Longest non cyclic Traveling Salesman's Paths in the Networks built on the n -th roots of the Unity". Proc. of MSME'06, 2006.

[4] Niel, B. I. "On a General Method for Finding the Longest Traveling Salesman Paths in Specific Networks". Proc. of the XIV Congress of SIGEF, 2007, Univ. of Craiova and Univ. of Brasov, ISBN 978-973-742-843-1, pg. 490-503.

Autores: Daniel Cespedes - Soledad Miranda - Gonzalo Rodriguez de Olmos - José Luis Sola

Lugar: Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Exactas

Expositor: Gonzalo Rodriguez de Olmos

Problema de Asignación de Turnos a Enfermeros con Tabú Search

La asignación de turnos para una cantidad conocida de enfermeros dentro de los departamentos de un hospital es un problema de tipo NP-Hard. La complejidad de este problema ha motivado la utilización de métodos, algoritmos y metaheurísticas para tratar de encontrar "buenas" soluciones en un tiempo computacional razonable.

El problema de asignación de horarios estudiado corresponde a un trabajo previo realizado por Ender Ozcan, que consiste, básicamente, en asignar una serie de actividades o eventos en períodos de tiempo bajo ciertas restricciones de manera tal que se satisfagan lo mejor posible un conjunto de objetivos. La asignación de turnos a enfermeros es interesante tratar porque puede aplicarse a distintas organizaciones que trabajan con turnos rotativos como por ejemplo Policía, Compañías de Teléfono, Empresas de Transporte, Estaciones de Servicio, entre otras. Consiste en asignar lo mejor posible los turnos de cada día para cada enfermero bajo ciertas restricciones. Tanto las restricciones como otros criterios utilizados que determinan si un turno es mejor que otro, pueden variar según los requerimientos de cada institución. La metaheurística Tabu Search está basada en principios generales de la Inteligencia Artificial. Es una técnica que trata de guiar un procedimiento iterativo de búsqueda para evitar estancamiento en óptimos locales. El procedimiento trata de extraer información de lo sucedido y actuar en consecuencia, por lo cual podría decirse que existe un cierto 'aprendizaje' y que la búsqueda es 'inteligente'.

Proponemos una solución basada en Tabu Search para el problema de asignación de personal. Dicha solución consiste en la generación de un cronograma en el que se indican dentro de un período de tiempo determinado, los turnos para cada enfermero con la mejor asignación posible teniendo en cuenta las diferentes restricciones. Dicha generación se realizó en forma semi-aleatoria para facilitar el control de las restricciones y poder minimizar el valor de la función objetivo, la cual se obtiene sumando las penalidades obtenidas al no poder cumplir las restricciones previamente fijadas (por ejemplo, días preferidos de descanso por los enfermeros). La aplicación de este mecanismo nos brinda una solución inicial de la cual partimos para, a

través de movimientos e iteraciones, obtener mejoras y así poder ofrecer la mejor distribución de turnos para cada enfermero, minimizando el descuento general.

Las instancias utilizadas para probar la calidad de las soluciones obtenidas por nuestro algoritmo pertenecen al trabajo de Ozcan. Dichos resultados fueron satisfactorios en términos de minimización de restricciones insatisfechas como también del tiempo computacional empleado.

Autores: Gabriel A. Carrizo - Graciela A. Canziani - Pablo A. Lotito

Lugar: ECOSISTEMAS-PLADEMA, UNCPBA

Expositor: Gabriel A. Carrizo

Programación dinámica aplicada al manejo sustentable del suelo

En la historia de la agricultura hay muchos registros del uso de las rotaciones agrícolas para mejorar la fertilidad de los suelos y lograr que la producción pueda ser sostenida en el tiempo.

En este trabajo se propone la utilización un modelo de programación dinámica para el análisis de factores nutricionales del suelo y a partir de éste determinar rotaciones agrícolas que sean óptimas desde el punto de vista económico y sustentables desde el punto de vista agroecológico. Para este fin se analizan los indicadores de sustentabilidad propuestos por INTA, haciendo hincapié en los balances de Nitrógeno y Carbono.

Para cada año se propusieron distintas variantes de los cuatro cultivos principales en la pampa húmeda: Girasol, maíz, trigo y soja. Se utilizaron los modelos discretos para modelar la dinámica nitrógeno [1] y carbono [2] con un intervalo de tiempo de un año. En función a características de cada uno de ellos se establecieron intervalos discretizando de este modo la variable de estado. Luego se establecieron restricciones sobre los estados finales en pos de que las rotaciones a obtenerse sean sustentables. A partir de este modelo se resolvió utilizando un algoritmo para caminos más cortos en grafos.

Como resultado se obtienen dotaciones que reflejan algunas de las características deseadas observándose principalmente la necesidad de evaluar más factores nutricionales, climáticos y la consideración de prácticas ganaderas. Dentro de las mejoras a atender también corresponde destacar la consideración de modelos continuos y que consideren otros aspectos ecológicos involucrados (plagas, organizaciones espaciales, etc.)[3]

[1] Viglizzo, E. F.; Frank, F.; Bernardos, J.; Buschiazzo, D. E.; Cabo, S. 2006. A rapid method for assessing the environmental performance of commercial farms in the pampas of Argentina. *Environmental Monitoring and Assessment* 117: 109-134.

[2] Alvarez, R. 2006. Balance de carbono en suelos. Información técnica de trigo campaña 2006, Publicación Miscelánea N° 105. INTA.

[3] Seppelt, R. 2006. Global optimization, Scientific an engineering case studies. Capítulo 13: Agroecosystem management. Springer US.

Autores: Gustavo E. Muza - Victor R Figueroa - María Laura Chocobar - Hugo C Tolaba

Lugar: Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Exactas

Expositor: Gustavo Ernesto Muza

Una Solución al Problema de Asignación de Personal aplicando HBMO

Los Problemas de Asignación de Enfermeros (Nurse Rostering Problem) pertenecen a una subclase de problemas de Planificación de Turnos de Personal. El objetivo del Problema consiste en asignar personal a turnos en diferentes sectores de un hospital, de manera de cumplir con los requerimientos directivos como ser número de enfermeros mínimo por turno en cada sector, número mínimo de días trabajados por enfermero, restricciones relacionadas con la asignación de turnos según prioridad basada en rango del personal, entre otros como así también cumplir requerimientos del personal como ser días preferidos de descanso.

La resolución de este problema es importante debido a que puede aplicarse en cualquier organización que requiera la planificación de turnos del personal como ser Empresas de Transporte, Fuerzas de Seguridad, Call Centers, entre otros. A su vez, las propuestas de resolución son independientes de la cantidad de empleados, del número de sectores que posea la organización, etc.

La Meta-heurística HBMO se basa en el estudio del comportamiento genético de las abejas. Una colonia de abejas tiene generalmente una sola reina ponedora, varios zánganos y obreras. La única tarea de los zánganos es proporcionar a la reina algunos espermas; después del apareo, estos mueren. Los huevos fecundados son cuidados por las obreras. Las nuevas crías pueden convertirse en futuras reinas o zánganos.

Proponemos un algoritmo basado en HBMO para el Problema de Asignación de Enfermeros, el cual tiene las siguientes características:

- Obtención de la reina: se generan soluciones pseudo-aleatorias hasta que se alcanza alguna que cumpla con todas las restricciones del problema y dicha solución se transformará en reina; sino, será la solución menos infactible luego de una cierta cantidad de iteraciones.
- Obtención de los zánganos: son las mejores soluciones infactibles previas a la obtención de la reina.
- Mutación: antes de analizar un posible apareo, la reina es mutada. Esto se logra aumentando los días de descanso de ciertos enfermeros.

- Condición de apareo: se aplica las condiciones propuestas por Fathian et al.
- Cruzamiento: la nueva cría se forma por las mejores asignaciones de personal de la reina y ciertas asignaciones del zángano seleccionado para el apareo. Una vez apareado, el zángano muere (es eliminado).
- Reemplazo de zánganos: las mejores crías que no lograron ser reinas, reemplazarán a los zánganos muertos.

El algoritmo propuesto fue probado con instancias de Ozcan, alcanzándose en la mayoría de las pruebas los resultados óptimos conocidos con un bajo tiempo computacional.

Ecuaciones Diferenciales

Organizan:

Cristina Turner - Noemí Wolanski

Conferencia Invitada**Pablo De Nápoli****Depto. de Matemática - FCEyN - Universidad de Buenos Aires**

Soluciones radiales de un sistema elíptico hamiltoniano con pesos

El sistema elíptico con pesos:

$$\begin{cases} -\Delta u = |x|^{\alpha} v^{p-1} & \text{en } \Omega \\ -\Delta v = |x|^{\beta} u^{q-1} & \text{en } \Omega \end{cases} \quad (18)$$

con condición de Dirichlet, donde $s^p := \text{signo}(s)|s|^p$, y Ω es un abierto de \mathbb{R}^n , y su correspondiente versión en \mathbb{R}^n :

$$\begin{cases} (-\Delta + I)u = |x|^{\alpha} v^{p-1} & \text{en } \mathbb{R}^n \\ (-\Delta + I)v = |x|^{\beta} u^{q-1} & \text{en } \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (19)$$

han sido estudiados, por ejemplo, en [1], donde se prueba que (1) tiene infinitas soluciones no triviales en el caso sin pesos, $\alpha = \beta = 0$, bajo las hipótesis

$p, q > 1$ (superlinealidad)

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} > 1 - \frac{2}{N} \quad (\text{hipérbola crítica})$$

y también se estudia el sistema (19) en el caso sin pesos.

En [2], los autores extendieron estos resultados al problema con pesos para un dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, con $0 \in \Omega$, probando la existencia de muchas soluciones fuertes y al menos una solución positiva, bajo las siguientes condiciones:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} < 1, \quad \frac{N + \alpha}{p} + \frac{N + \beta}{q} > N - 2$$

y

$$q < \frac{2(N + \beta)}{N - 4}, \quad p < \frac{2(N + \alpha)}{N - 4} \quad \text{si } N \geq 5$$

Nosotros presentaremos un resultado que complementa los anteriores, demostrando la existencia de infinitas soluciones radiales con pesos tanto en el caso (18) (con Ω una bola de \mathbb{R}^n) como en el caso (19), bajo las hipótesis

$$p, q > 1$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} < 1$$
$$\frac{N + \alpha}{p} + \frac{N + \beta}{q} > N - 2$$

Un resultado fundamental para poder obtener este teorema es un teorema de inmersión con pesos para funciones radiales, que presentaremos brevemente.

También comentaremos cómo estos resultados pueden extenderse a un sistema hamiltoniano con pesos más general, con hipótesis adecuadas.

Trabajo en colaboración con Irene Drelichman, Ricardo Durán.
Universidad de Buenos Aires.

Referencias

- [1] T. Bartsch, D. G. de Figureiredo. Infinitely Many Solutions of Non-linear Elliptic Systems. *Progr. Nonlinear Differential Equations Appl.* 35, J. Escher, C. Simonett (eds.), Birkhauser, Basel 1998, pp. 51-67.
- [2] D. G. de Figureiredo, I. Peral, J. Rossi. The Critical Hyperbola for a Hamiltonian Elliptic System with Weights. *Annali di Matematica Pura ed Applicata* 187, (2008), pp. 531-545.

Conferencia Invitada
Vincenzo Vespri
University of Firenze, Italy

Large time behaviour of solutions to a class
of non-autonomous degenerate parabolic equations

We consider a class of non-autonomous degenerate parabolic equations and we study the asymptotic behaviour of the solutions proving that, even if the equation depends upon the time, several asymptotic properties, valid for the autonomous case, are preserved in this more general situation. To our knowledge, it is the first time that the asymptotic behaviour of solutions to non-autonomous equations is studied.

Conferencia Invitada
Fernando Menzaque
FaMAF-UNC

Mapa no lineal para fluidos de dos capas estratificado

Consideraremos ondas internas entre dos capas de fluidos incompresibles con densidades ligeramente distintas, [1], [2]. Las ecuaciones adimensionalizadas que describen el flujo son:

$$h_t + u h_x + h u_x = 0 \quad (20)$$

$$u_t + \frac{1-3h}{1-h} u u_x + \left((1-h) - \frac{1}{(1-h)^2} u^2 \right) h_x = 0. \quad (21)$$

La velocidad de la capa inferior está dada por $u_1 = \sqrt{g'H} u$, donde $g' = g \frac{\Delta \rho}{\rho_1}$ es la gravedad reducida y H es la distancia entre las dos capas rígidas. La altura de la capa inferior es $h_1 = H h$. Las variables u_2 y h_2 para la capa superior se obtienen de $H = h_1 + h_2$ y del volumen de flujo total $h_1 u_1 + h_2 u_2 = 0$.

Las ecuaciones (20, 21) forman un sistema mixto cuyas características son

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1-2h}{1-h} u \pm \sqrt{h \frac{(1-h)^2 - u^2}{1-h}},$$

luego son reales cuando

$$\frac{(1-h)^2}{u^2} > 1 \quad (22)$$

y complejas en caso contrario. La caracterización de la estabilidad identifica a los autovalores reales (sistema hiperbólico) con la estabilidad local. La cantidad

$$Ri = \frac{(1-h)^2}{u^2} \quad (23)$$

es el número de Richardson para flujos a dos capas, con lo cual el sistema es hiperbólico si $Ri > 1$. En [2] se probó que el dominio elíptico, $Ri < 1$ es inestable a las inestabilidades de corte y no se puede alcanzar desde un dominio originalmente hiperbólico. Aquí mostraremos este resultado desde otra perspectiva, mostrando una transformación no lineal entre el sistema de dos capas y las ecuaciones para el flujo de una sola capa. Para ello formularemos los sistemas en término de sus invariantes de Riemann.

Trabajo en colaboración con Cristina Turner.

Referencias

- [1] L. Chumakova, F. Menzaque, P. A. Milewski, R. R. Rosales, E. G. Tabak, C. V. Turner, "Nonlinear mappings and stability properties of two and three-layer flows", aceptado en *Studies in Applied Mathematics*, 2008.
- [2] P. A. Milewski, E. G. Tabak, C. V. Turner, R. R. Rosales, F. Menzaque, "Nonlinear stability of two-layer flow", *Comm. Math. Sci.*, **2**, 427–442, 2004.

Autores: Pablo De Nápoli - Julián Fernández Bonder - Analía Silva

Lugar: Universidad de Buenos Aires

Expositor: Analía Silva

Multiplicidad de soluciones para ecuaciones elípticas no lineales con exponente crítico.

Consideraremos el siguiente problema elíptico no lineal

$$\begin{cases} -\Delta_p u = |u|^{p^*-2}u + \lambda f(x, u) & \text{en } \Omega, \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega, \end{cases} \quad (24)$$

donde Ω es un dominio suave y acotado en \mathbb{R}^N , $\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2}\nabla u)$ es el p -laplaciano y $p^* := pN/(N-p)$. Recordar que p^* es el exponente crítico en la inmersión de Sobolev

$$W^{1,p}(\Omega) \hookrightarrow L^q(\Omega)$$

(la inmersión es compacta si $1 \leq q < p^*$ y es continua pero no compacta si $q = p^*$).

Entendemos como solución débil del problema a una función $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$ tal que

$$\int_{\Omega} |\nabla u|^{p-2}\nabla u \nabla v - |u|^{p^*-2}uv - \lambda f(x, u)v \, dx = 0 \quad \forall v \in W_0^{1,p}(\Omega).$$

El objetivo de este trabajo es ver que, bajo ciertas condiciones, existen por lo menos tres soluciones débiles no triviales del problema. Más aún, una solución es positiva, una es negativa y otra cambia de signo. Notar que no imponemos condiciones de imparidad sobre f y que estamos considerando el caso de exponente crítico.

Las técnicas que utilizaremos para atacar el problema son dos

1. Principio Variacional de Ekeland.
2. El principio de compacidad por concentración.

Autor: Francisco Nicolás

Lugar: La Plata

Una generalización al problema $\operatorname{div} \mathbf{u} = f$

Supongamos que $\Omega \in \mathbb{R}^n$ es un dominio acotado con borde Lipschitz. Es sabido que dada una función $f \in L_0^p(\Omega)$, $1 < p < \infty$, la ecuación

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = f$$

admite soluciones $\mathbf{u} \in W_0^{1,p}(\Omega)^n$ tales que

$$\|\mathbf{u}\|_{(W^{1,p})^n} \leq C(\Omega) \|f\|_{L^p}.$$

En este trabajo planteamos una generalización a este problema:

Sea $A : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$. Dada $f \in L_0^p(\Omega)$, consideramos la ecuación

$$\sum_{i,j} A_{i,j} \mathbf{u}_{x_j}^i - \int_{\Omega} \sum_{i,j} A_{i,j} \mathbf{u}_{x_j}^i = f,$$

Nos preguntamos qué condiciones debe tener A para asegurar que esta ecuación admite (para toda $f \in L_0^p(\Omega)$) soluciones $\mathbf{u} \in W_0^{1,p}(\Omega)$ tales que

$$\|\mathbf{u}\|_{(W^{1,p})^n} \leq C(\Omega, A) \|f\|_{L^p}.$$

Autor: Federico Nicolás Martínez
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Γ -series solutions for irregular \mathcal{A} -hypergeometric systems

Given a matrix $\mathcal{A} \in \mathbb{Z}^{n \times d}$ and $\beta \in \mathbb{C}^d$, the solutions of the following PDE system $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}^d(\beta)$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \partial_i(\phi) = \beta_j \phi \quad j = 1, \dots, d$$

$$\partial^{u^+} \phi = \partial^{u^-} \phi, \quad \forall u \in \ker(\mathcal{A}) \cap \mathbb{Z}$$

are called \mathcal{A} -hypergeometric functions (or GKZ-hypergeometric functions). These systems generalize the classical hypergeometric functions and were introduced by Gel'fand, Kapranow and Zelevinsky in the '80s, who proved that they are holonomic and their holonomic rank is the normalized volume $\mathcal{V}(\mathcal{A})$ of the convex hull of the columns of \mathcal{A} , under the hypothesis that a) the vector $(1, \dots, 1)$ is in the rowspan of \mathcal{A} and b) either the parameter β is generic or the ideal $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}^d(\beta)$ is Cohen-Macaulay. They also constructed Γ -series solutions which converge in open sets associated to different triangulations of the convex hull of the columns of \mathcal{A} . For non-generic β , Saito, Sturmfels and Takayama proved that there exists at least $\mathcal{V}(\mathcal{A})$ linearly independent solutions of $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}^d(\beta)$ in any such open set, obtaining solutions which involve logarithmic terms. On the other side, Adolphson proved that the systems are holonomic without the regularity hypothesis a), and showed that for generic parameters the holonomic rank equals in this case the normalized volume $\mathcal{V}(\mathcal{A}_0)$ of the convex hull of \mathcal{A} union the origin. Recently, O'Hara and Takayama showed how to construct Γ -series solutions converging on certain open sets U_w associated to particular weights $w \in \mathbb{R}^n$, for a matrix \mathcal{A} not satisfying a) (that is, non-regular) and β generic.

In this work we show how to construct $\mathcal{V}(\mathcal{A}_0)$ many solutions of $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}^d(\beta)$ converging in U_w with \mathcal{A} non-regular and arbitrary $\beta \in \mathbb{C}^d$. These solutions, like the ones obtained by Saito, Sturmfels and Takayama, have the form

$$x^v \sum \left(\sum c_u x^u \right) \log^v x.$$

This means that the behavior of the systems $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}^d(\beta)$ on these particular big open sets is similar to that of a regular system.

Conferencia Invitada**Griselda R. Itovich**

Departamento de Matemática, FaEA, Universidad Nacional del Comahue, Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica - IIIE (UNS-CONICET) y Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Universidad Nacional de Sur

Degeneraciones de Hopf en ecuaciones diferenciales con retardos

Sea dado un sistema de ecuaciones diferenciales con retardos (EDR) autónomo, esto es

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau_1), x(t - \tau_2), \dots, x(t - \tau_m), \lambda), \quad (25)$$

donde $x \in R^n$, $f : R^{n(m+1)} \times R \rightarrow R^n$, $f \in C^2$, $\tau_i \in R^+$. Un mecanismo conocido que hace aparecer una solución periódica es la bifurcación de Hopf. Para detectar una tal bifurcación, se considera la linealización de la ecuación (1) en torno de $x^* = x^*(t)$, una solución de equilibrio constante, dada por

$$\frac{d}{dt}y(t) = D_0(t)y(t) + \sum_{i=1}^m D_i(t)y(t - \tau_i) \quad (26)$$

donde, si se nota $f \equiv f(x^0, x^1, \dots, x^m, \lambda)$, $D_i(t) = \frac{\partial f}{\partial x^i} \Big|_{(x^*, x^*, \dots, x^*, \lambda)}$, $i = 0, \dots, m$, son matrices constantes. El sistema lineal (2) permite estudiar la estabilidad de la solución x^* a través de las raíces de la ecuación característica: $\det(rI - D_0 - \sum_{i=1}^m D_i \exp(-\tau_i r)) = 0$. Si todas ellas se encuentran en el semiplano izquierdo entonces x^* es asintóticamente estable. Una bifurcación de Hopf se asocia directamente con la existencia de un par de raíces complejas que cruzan el eje imaginario al hacer variar el parámetro λ . Los puntos de degeneraciones, que se encuentran donde falla alguna de las hipótesis del teorema de bifurcación de Hopf [1], dan lugar a fenómenos de mayor complejidad dinámica, como simultaneidad de soluciones periódicas o existencia de soluciones cuasiperiódicas, por mencionar algunos casos.

En las aplicaciones, la importancia del análisis de sistemas de EDR, puede ligarse con mecanismos de realimentación en sistemas y con el desarrollo actual de la teoría de control. Aplicando transformada de Laplace en la ecuación (1), la determinación de soluciones periódicas puede resolverse en el dominio de la frecuencia por medio de un resultado [2] derivado del teorema de bifurcación de Hopf [3]. De esta forma, es posible analizar degeneraciones de

Hopf y sus dinámicas asociadas. En particular, se han analizado las degeneraciones de codimensión 1 y los resultados hallados coinciden con los presentados por Golubitsky y Langford [4].

Trabajo en colaboración con Jorge L. Moiola y Andrea L. Bel.

Referencias

- [1] Hale, J. K. (1977). *Theory of Functional Differential Equations*, Springer-Verlag, Nueva York.
- [2] Moiola, J. L. y Chen, G. (1996). *Hopf Bifurcation Analysis: A Frequency Domain Approach*, World Scientific, Singapur.
- [3] Mees, A. I. y Chua, L. O. (1979). "The Hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **26**(4), 235-254.
- [4] Golubitsky, M. y Langford, W. F. (1981). "Classification and unfoldings of degenerate Hopf bifurcations," *Journal of Differential Equations* **41**, 375-415.

Autores: Carolina Capatto - Noemi Wolanski

Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Expositor: Carolina Capatto

Ecuaciones de Reacción Difusión con Retardo

Las ecuaciones de reacción difusión se han usado para modelar diversos problemas de química, física y biología. Muchos fenómenos dependen del estado en algún tiempo pasado o incluso de toda la historia por lo que se trabaja con ecuaciones diferenciales con retardo.

Por otro lado, resulta natural al modelar procesos difusivos, especialmente en el caso de modelos biológicos y biomédicos, considerar difusiones de amplio alcance. En este caso el término difusivo no es más un operador diferencial sino uno integral (con lo cual es un operador no local).

En esta charla consideraremos la siguiente ecuación diferencial no local con retardo

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) - J * u(x, t) + u(x, t) = f(x, u_t(x)) & x \in \mathbb{R}^N, t > 0 \\ u(x, s) = \phi(x, s) & x \in \mathbb{R}^N, -r \leq s \leq 0 \end{cases}$$

donde $J : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ es no negativa de integral uno, $J(z) = J(-z)$, y la convolución es en la variable espacial. Además, notamos $u_t(x)$ al elemento de $C([-r, 0], \mathbb{R})$ dado por $u_t(x)(s) = u(x, t + s)$ y,

$$f(x, \varphi) = g\left(\frac{1}{r} \int_{-r}^0 \varphi(x, s) ds\right),$$

donde $g \in C^1(\mathbb{R})$ con derivada acotada. Formularemos el problema como una ecuación diferencial abstracta y, mediante la teoría de semigrupos, probaremos existencia y unicidad de solución.

Conferencia Invitada**Pablo Amster****Depto. de Matemática, FCEyN, UBA**

Un problema periódico con oscilaciones rápidas en el término no-lineal

En este trabajo estudiamos la siguiente ecuación no lineal de segundo orden

$$u'' + g(u) = p(t) \quad 0 < t < T$$

bajo condiciones periódicas:

$$u(0) = u(T), \quad u'(0) = u'(T).$$

Una adaptación de un resultado clásico de Landesman y Lazer [LL] muestra que si g es acotada y con límites en infinito, entonces el problema tiene al menos una solución cuando

$$g(-\infty) < \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt < g(+\infty) \quad (\text{o viceversa}).$$

Este resultado puede extenderse usando teoría de grado: basta pedir, por ejemplo, que

$$g(-x) < \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt < g(x) \quad (\text{o viceversa}), \quad (27)$$

para todo x perteneciente a un intervalo apropiado $I \subset \mathbb{R}^+$, cuya longitud depende de T y de las normas $\|g\|_\infty$ y $\|p\|_{L^2}$. En particular, g no puede tener oscilaciones rápidas en torno al promedio de p .

En este trabajo probaremos la existencia de soluciones para un caso en donde g cumple sólo la primera de las desigualdades en (27), pero puede oscilar rápidamente sobre la semi-recta positiva. En otras palabras, los intervalos de \mathbb{R}^+ en donde g es mayor que el promedio de p pueden ser arbitrariamente pequeños, siempre que g tome allí valores suficientemente grandes.

[LL] E. Landesman and A. Lazer: Nonlinear perturbations of linear elliptic boundary value problems at resonance, J. Math. Mech. 19 (1970), 609-623.

Conferencia Invitada
Bruno Franchi
University of Bologna, Italy

Compensated compactness in Carnot Groups

We prove a compensated compactness theorem for differential forms of the intrinsic complex of a Carnot group. The proof relies on a L^s -Hodge decomposition for these forms. Because of the lack of homogeneity of the intrinsic exterior differential, Hodge decomposition is proved using the parametrix of a suitable 0-order Laplacian on forms.

Autores: Pablo Amster - Manuel Maurette
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Manuel Maurette

Una generalización de un Teorema de Nirenberg
 para un sistema periódico del tipo p -Laplaciano.

Estudiamos el siguiente sistema no lineal de ecuaciones de segundo orden para una función vectorial $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^N$ que satisface:

$$\phi(u')' = p(t) - g(u, u') \quad 0 < t < T$$

bajo condiciones periódicas:

$$u(0) = u(T), \quad u'(0) = u'(T)$$

en donde $\phi : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ es un homeomorfismo monótono del tipo p -Laplaciano y la no-linealidad g es continua y acotada. Esta situación se conoce en la literatura como un caso de resonancia.

Para el caso $\phi(x) = x$ y $g = cu' + \gamma(u)$, un resultado clásico de Nirenberg [2] permite asegurar la existencia de soluciones cuando γ tiene límites radiales $\gamma_v = \lim_{s \rightarrow +\infty} g(sv)$ uniformes para $v \in S^{N-1}$, suponiendo que $\gamma_v \neq \bar{p}$ (el promedio de p) para todo v , y que el grado de la aplicación $\frac{\gamma_v - \bar{p}}{|\gamma_v - \bar{p}|}$ es no nulo.

En [3], Ortega y Ward extienden este resultado, en el caso $\bar{p} = 0$, permitiendo que la no-linealidad se anule en el infinito (vanishing nonlinearity). Por otro lado, en [1] se generaliza el resultado de Nirenberg para un ϕ -Laplaciano y se reemplaza la condición de límite radial por una condición más débil.

En este trabajo presentamos una combinación de estos dos resultados, probando la existencia de soluciones para un ϕ -Laplaciano con una no-linealidad que pueden anularse en el infinito.

Referencias

- [1] P. Amster, P. De Nápoli, *Landesman-Lazer type conditions for a system of p -Laplacian like operators*. J. Math. Anal. Appl. 326(2007).1236-1242.

- [2] L. Nirenberg, *Generalized degree and nonlinear problems*, Contributions to nonlinear functional analysis, Ed. E. H. Zarantonello, Academic Press New York (1971), 1-9.
- [3] R. Ortega, J.R. Ward Jr, *A semilinear Elliptic System with vanishing nonlinearities*. Proceedings of the Fourth International Conference on Dynamical Systems and Differential Equations.(2002)688-693.

Conferencia Invitada

Sergio Polidoro

University of Modena and Reggio Emilia

Harnack inequalities and Gaussian estimates for hypoelliptic PDEs

Lower bounds for positive solutions of hypoelliptic equations can be proved by using repeatedly an invariant Harnack inequality. We show that sharp Gaussian estimates for the fundamental solution are obtained by solving an optimal control problem with quadratic cost. Upper bounds follow from the fact that the value function of the optimal control problem satisfies the relevant Hamilton-Jacobi equation.

Autores: Pablo Amster - Alberto Déboli
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN, UBA
Expositor: Alberto Déboli

Un resultado de existencia para un problema de electro-difusión

El siguiente problema de valores de contorno de segundo orden con condiciones de Neumann homogéneas

$$\begin{cases} y''(x) = f(x, y(x), y(0), y(1)) & \text{en } x \in (0, 1) \\ y'(0) = y'(1) = 0 \end{cases} \quad (28)$$

modeliza el proceso de difusión de dos iones con idénticas valencias a través de un líquido que fluye sobre una membrana si consideramos

$$f(x, y, y_0, y_1) = y \left\{ \lambda - \frac{y_0^2 - y^2}{2} + \left(l\lambda + \frac{y_0^2 - y_1^2}{2} \right) x - \left(l\lambda + \frac{y_0^2 - y_1^2}{2} \right) \right\} D \quad (29)$$

donde $y = y(x)$, $y_0 = y(0)$, $y_1 = y(1)$ y las constantes $l > 0$, $\lambda > 0$, $D \in (-1, 1)$ son parámetros físicos (tales como coeficiente de difusión.) La particularidad de este problema es que la no linealidad depende de los datos de Dirichlet de la solución.

Usando teoría de grado y el método de sub y super soluciones ordenadas Thompson demuestra en [1,2] existencia de al menos una solución positiva para $D > 0$ y bajo la hipótesis

$$\lambda \geq 2l \left(1 - \frac{1}{(1+l)^2} \right) D^2. \quad (30)$$

En este trabajo adaptamos el método de sub y super soluciones y probamos la existencia de al menos una solución del problema 28 para una función f arbitraria; en particular hallamos un par de sub y super soluciones ordenadas para establecer solución de (28), bajo la especificación (29) y eliminando la condición (30).

[1] Thompson B. H. Existencia for a Two-Point Boundary Value Problem Arising in Electrodiffusion. *Acta Mathematica Scientia* 8 (1988), 4, 373-387.

[2] Thompson B. H. Existencia for Two-Point Boundary Value Problems in Two Ion Electrodiffusion. *Journal of Mathematical analysis and Applications* 184 82-94 (1994)

Conferencia Invitada
Federico Tournier
IAM

Funciones alfa convexas

En la teoría de las funciones convexas hay una estimación muy importante hecha por A.D Alexandrov que dice: Sea u convexa en Ω , un conjunto abierto y convexo de \mathbb{R}^n y $u \in C(\bar{\Omega})$ siendo $u = 0$ en $\partial\Omega$ entonces,

$$|u(x)|^n \leq C \text{dist}(x, \partial\Omega) |Du(\Omega)| \quad (31)$$

donde

$$Du(\Omega) = \{p \in \mathbb{R}^n : \exists \bar{x} \in \Omega \text{ tal que } u(x) \geq u(\bar{x}) + p \cdot (x - \bar{x}) \quad \forall x \in \Omega\} \quad (32)$$

Esta estimación ha sido de gran utilidad para probar regularidad para las soluciones de la ecuación de Monge-Ampere $\det D^2u = f$.

En este trabajo consideramos funciones que satisfacen la siguiente propiedad: Dada $\bar{x} \in \Omega$, $\exists \bar{y} \in \mathbb{R}^n$ tal que

$u(x) \geq u(\bar{x}) + |\bar{x} - \bar{y}|^\alpha - |x - \bar{y}|^\alpha \quad \forall x \in \Omega$. En este contexto tenemos que reemplazar la cantidad $Du(\Omega)$ con la cantidad

$$F_u(\Omega) = \{\bar{y} \in \mathbb{R}^n : \exists \bar{x} \in \Omega \text{ tal que } u(x) \geq u(\bar{x}) + |\bar{x} - \bar{y}|^\alpha - |x - \bar{y}|^\alpha \quad \forall x \in \Omega\} \quad (33)$$

La cantidad $|u(x)|$ en la estimación de Alexandrov se reemplaza por $U(x) - u(x)$ donde U es la solución del problema homogéneo $|F(\Omega)| = 0$ con $U = 0$ en $\partial\Omega$. Trabajamos con las funciones $|x|^\alpha$ para $1 < \alpha \leq 2$. El caso $\alpha = 2$ es mucho más simple y sirve como guía para los otros casos. La razón es que para $\alpha = 2$, si $y_1, y_2 \in F_u(x)$ entonces el segmento $[y_1, y_2] \subseteq F_u(x)$. Esta propiedad no vale para otros α .

El teorema principal que se demuestra es el siguiente: Sea Ω un conjunto abierto y convexo de \mathbb{R}^n que satisface que para cada punto de la frontera hay una esfera que contiene a Ω pasando por ese punto. Sea U la solución del problema homogéneo mencionado arriba y $u \in C(\bar{\Omega})$, $u = 0$ en $\partial\Omega$ tal que $0 \leq u \leq U$ in Ω . Entonces

$$(U(x) - u(x))^n \leq C \text{dist}(x, \partial\Omega)^{\frac{\alpha-1}{2}} |F_u(\Omega)|. \quad (34)$$

donde la constante C depende solamente de α y Ω .

Trabajo en colaboración con Cristian Gutierrez.
 Temple University.

Conferencia Invitada
Uriel Kaufmann
FaMAF-UNC

Problemas elípticos o parabólicos periódicos con parte no lineal cóncava y convexa

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un dominio acotado, sean a, b dos funciones que pueden ser discontinuas y no acotadas, con $a \geq 0$ en $\Omega \times \mathbb{R}$ y $b > 0$ en un conjunto de medida positiva, y sea $0 < p < 1 < q$. Probamos que existe algún $0 < \Lambda < \infty$ tal que el problema parabólico periódico con condición Dirichlet homogénea

$$Lu = \lambda a(x, t)u^p + b(x, t)u^q \quad \text{en } \Omega \times \mathbb{R}$$

tiene solución positiva para todo $0 < \lambda < \Lambda$, y que no hay solución positiva si $\lambda > \Lambda$.

En algunos casos mostramos además la existencia de una solución minimal para todo $0 < \lambda < \Lambda$ y que la solución u_λ puede ser elegida de manera que $\lambda \rightarrow u_\lambda$ es diferenciable y creciente. Damos también cotas por arriba y por abajo para Λ . Todos los resultados son válidos para el correspondiente problema elíptico. En particular, se generalizan varios resultados de existencia y no existencia del conocido trabajo de Ambrosetti-Brezis-Cerami (J. Funct. Anal., 1994).

Trabajo en colaboración con Tomás Godoy.

Autores: Mahdi Bouckrouche - Domingo Tarzia

Lugar: Depto. Matemática - CONICET, FCE, Univ. Austral, Paraguay 1950, S2000FZF Rosario, Argentina.

Expositor: Domingo Tarzia

Problemas de control óptimo distribuidos
para sistemas gobernados por inecuaciones variacionales elípticas

Sea u_{g_i} la solución única de una inecuación variacional elíptica con segundo miembro g_i ($i = 1, 2$). Se estudia, en el caso general, una estimación del error entre $u_3(\mu) = \mu u_{g_1} + (1 - \mu)u_{g_2}$ y $u_4(\mu) = u_{\mu g_1 + (1-\mu)g_2}$ para $\mu \in [0, 1]$. Para un dado z_d , una constante $M > 0$, y funcionales de costos se establece la existencia de soluciones para una familia de problemas de control óptimo, con variable de control la energía interna g para cada coeficiente de transferencia de calor h . Usando propiedades de monotonía entre $u_3(\mu)$ y $u_4(\mu)$, se demuestra la unicidad de la solución para cada problema de la familia. Se demuestra la convergencia de los controles óptimos y de los estados asociados a esta familia de problemas de control óptimo gobernados por inecuaciones variacionales elípticas sin el uso del estado adjunto de los sistemas. Se analiza un caso cuyo sistema se encuentra gobernado por un problema de frontera libre de tipo complementario.

Autores: Eduardo A. Santillan Marcus - María Fernanda Natale

Lugar: Universidad Austral - Rosario, Argentina

Expositor: Eduardo A. Santillan Marcus

Estudio analítico de soluciones exactas de distribuciones de temperatura y humedad en un medio poroso

Se continúan y mejoran las ideas desarrolladas en K.N.Rai & S. Rai (Int. J. Eng. Sci 30:2 (1992) 247-256), hallando analíticamente la existencia de una solución explícita en un modelo de un proceso de solidificación que se lleva a cabo en un semi-espacio sólido poroso. Todo el análisis se presenta en forma adimensional.

Primero se estudia este problema con condición de temperatura constante en el borde fijo $Z = 0$, y luego se considera una condición de flujo de calor en $Z = 0$ del tipo $q_0/\sqrt{F_0}$ ($q_0 > 0$). En ambos casos se obtienen soluciones explícitas para las distribuciones de temperatura y humedad bajo ciertas condiciones sobre los datos iniciales del problema. Además se obtiene una equivalencia entre ambos problemas estudiados.

Palabras Claves: Cambio de fase; Medio Poroso; Problema de Stefan; Solidificación

Autores: M.C. Olguín⁽¹⁾ - M.C. Sanziel⁽²⁾

Lugar: ⁽¹⁾ Fac.de Cs.Exactas, Ingeniería y Agrimensura, UNR

⁽²⁾ Fac.de Cs.Exactas, Ingeniería y Agrimensura, CIUNR, UNR

Expositor: M.C. Olguín

Análisis de la monotonía de la solución de un problema de Stefan a dos fases con respecto a los coeficientes térmicos

Partiendo de una aplicación tecnológica (la utilización de sustancias de cambio de fase para el transporte de sustancias biológicas), se consideró un problema de Stefan unidimensional a una fase para el caso de la fusión de un material semi-infinito y se demostró [1] que tanto la temperatura de la sustancia, como la frontera libre, presentan un comportamiento monótono respecto del calor latente, el calor específico y la densidad de masa, no así respecto de la conductividad térmica del material considerado.

Continuando la línea de los trabajos anteriores, en el presente se estudia un problema de Stefan unidimensional a dos fases, para un cuerpo finito.

Se supone que existe un flujo transitorio de calor en cada uno de los bordes fijos de la región a estudiar y que los coeficientes térmicos del material no dependen de la temperatura.

Utilizando el principio de máximo para la ecuación del calor, así también como soluciones numéricas, se determina la existencia, o no, de comportamiento monótono de la frontera libre y de las temperaturas de ambas fases, cuando los coeficientes térmicos (conductividad térmica, calor específico, densidad de masa y calor latente) del material cambian.

REFERENCIAS

[1] M.C. Olguín-M.A. Medina - M.C. Sanziel - D.A. Tarzia, "Behavior of the solution of a Stefan problem by changing thermal coefficients of the substance", *Appl.Math.Comp.*, 190 (2007), 765-780.

Conferencia Invitada
Nicolas Saintier
Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Simetría y ecuaciones críticas

Ecuaciones críticas involucrando el operador bilaplaciano de la forma

$$\Delta_g^2 u + k\Delta_g u + hu = fu^{2^*-1} \quad (35)$$

sobre una variedad riemanniana compacta (M, g) han sido muy estudiadas en los últimos años debido a la importancia en geometría conforma del operador de Paneitz-Branson. Independientemente se sabe que la simetría (i.e. la invariación bajo la acción de un subgrupo del grupo de isometrías de (M, g)) permite mejorar las inyecciones de Sobolev: el exponente crítico de Sobolev aumenta cuando se considera funciones con simetrías.

En esta charla presentaremos algunos resultados sobre la influencia de la simetría en el estudio de (35). Daremos por ejemplo el valor del exponente crítico, el de la mejor constante de Sobolev y el comportamiento asintótico en $H^2(M)$ de una sucesión de soluciones de dicha ecuación.

Autor: Ariel Martin Salort

Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata

La ecuación de difusión-advección fraccionaria

En el trabajo se propone una introducción al cálculo fraccional, así como el análisis de la necesidad del mismo para modelar ciertos fenómenos físicos.

En segunda instancia se propone una revisión de las ecuaciones de difusión fraccionales unidimensionales más comunes en la literatura. Los casos con soluciones analíticas, así como los métodos para su determinación.

Luego se hace un estudio de métodos numéricos de resolución, especialmente diferencias finitas incluyendo los análisis de estabilidad y convergencia. La proyección de estos métodos para resolver problemas con condiciones de contorno arbitrarias, a coeficientes variables, e incluso no lineales. El estudio e interpretación de las funciones especiales que constituyen básicamente las soluciones analíticas, la función de Mittag-Leffler, la función de Wright, la función de Fox, etc., que a su vez servirán para validar los métodos numéricos, el conocimiento y manejo de las mismas como una poderosa herramienta analítica en el cálculo fraccional.

Brindar una atención especial a la ecuación de dispersión-advección fraccional (FADE), la cual simula bien los efectos de escala existentes en el transporte de solutos en medios porosos.

Además sobre cada uno de los métodos analizados se ha desarrollado software en lenguaje visual c++ que los implementa y en el cual se puede contrastar la solución exacta del problema (en el caso en que haya) con la solución numérica.

Entre ellas la ecuación diferencial fraccionaria en el tiempo, donde ${}^{RL}D_t^{1-\gamma}$ es la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville

$$u_t(x, t) = k_\gamma {}^{RL}D_t^{1-\gamma} u_{xx}(x, t). \quad (36)$$

La ecuación de difusión-advección fraccionaria en el espacio

$$u_t(x, t) = -v(x)u_x(x, t) + d(x) {}^{RL}D_x^\alpha u(x, t) \quad (37)$$

Y el problema de difusión-advección espacial con derivada fraccional simétrica, donde $\mathbf{D}_{|x|}^\alpha$ es la derivada fraccionaria espacial simétrica

$$u_t(x, t) = D \mathbf{D}_{|x|}^\alpha u(x, t) - vu_x(x, t)$$

Autores: Claudia B. Ruscitti - Oscar A. Barraza

Lugar: UNLP

Expositor: Claudia B. Ruscitti

Existencia y unicidad de las ecuaciones de Boussinesq en espacios de Banach abstractos

En este trabajo estudiamos la existencia y unicidad de soluciones globales en tiempo del sistema de ecuaciones de Boussinesq viscoso en espacios de Banach abstractos, adecuados a dichas ecuaciones. Además, mostramos el comportamiento asintótico de dichas soluciones.

Autores: O. Barraza - L. Langoni

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, UNLP

Expositor: L. Langoni

Decaimiento de las soluciones de un problema no lineal en forma divergencia

En esta comunicación estudiaremos el comportamiento asintótico de las soluciones no negativas del problema parabólico no lineal en forma divergencia

$$\begin{cases} u_t = \operatorname{div}(a(x, t)\nabla u) + u^p, & x \in \mathbb{R}^N, \quad t > 0, \\ u(0) = u_0, & x \in \mathbb{R}^N, \quad t = 0. \end{cases}$$

Bajo las hipótesis adecuadas sobre p y la función escalar $a(x, t)$ para garantizar la existencia de solución global en tiempo, obtendremos la tasa de decaimiento de dicha solución en norma $\|\cdot\|_{L^2}$.

Conferencia Invitada
Cristian Gutierrez
Temple University

Problemas en óptica geométrica y ecuaciones no lineales

Se busca una superficie de separación entre dos medios con distintos índices de refracción n_1 y n_2 que refracta la luz (o radiación) emitida desde un punto de manera prescripta. El problema se convierte en un problema de transporte óptimo con respecto a un costo que depende de n_1/n_2 . La superficie satisface una ecuación de tipo Monge-Ampere.

Física Matemática

Organizan:

Javier Fernández - Jorge Solomín

Conferencia invitada
Hernán Cendra
Universidad Nacional del Sur - Bahía Blanca

Sistemas de Dirac y Aplicaciones

Las estructuras de Dirac fueron introducidas en tiempos relativamente recientes por Dorfman, Courant y Weinstein. Eliminando la condición de integrabilidad resultan las estructuras de casi-Dirac. Se mostrará como estas estructuras son útiles para estudiar de modo unificado cuestiones de mecánica, circuitos y control, incluyendo la simetría, reducción, ligaduras.

Autor: Germán Zorba

Lugar: UNLP

Un ejemplo de mecánica no holónoma disipativa

Las estructuras de Dirac son una generalización de la geometría presimpléctica y de Poisson, que permiten situar en el mismo marco teórico sistemas con lagrangianos degenerados y con vínculos no-holónomos, como sistemas mecánicos con ligaduras y circuitos eléctricos L-C (Yoshimura-Marsden 2006).

Dada una ecuación diferencial implícita, escrita en términos de una estructura de Dirac, puede aplicarse un algoritmo de restricciones similar al de Gotay-Nester para obtener ecuaciones explícitas (Cendra-Etchehoury-Marsden 2008).

La mayor parte de estas ideas puede generalizarse, removiendo la hipótesis de antisimetría, presente en la definición estándar de estructuras de Dirac. Así pueden trabajarse con las mismas técnicas sistemas en los que hay disipación de energía.

A modo de ejemplo, estudiaremos la dinámica de un neumático al que se le permite una deformación elástica en el punto de contacto con la superficie sobre la que rueda. Un planteo variacional de este problema muestra que se trata de un sistema disipativo (Cendra-de León-Ibort-Martín de Diego 2004).

Escribimos las ecuaciones cinemáticas y variacionales de este sistema como una estructura de Dirac generalizada. Utilizaremos este planteo y las ideas del algoritmo de restricciones para simplificar las ecuaciones y obtener ecuaciones explícitas.

Autores: Adolfo Ordóñez - Daniela Emmanuele

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Adolfo Ramón Ordóñez

Estructuras matemáticas relacionadas con la inversión temporal

Se establecen sutiles diferencias entre diversas nociones relacionadas con la inversión temporal, precisándolas matemáticamente.

Se muestra que, para conseguir una noción general y bien definida de “asimetría (o simetría) temporal”, es necesario fijar primero un nuevo tipo de estructura matemática, consistente en una “estructura de reversibilidad temporal”.

Se generaliza la noción de “asimetría (o simetría) temporal” de los sistemas físicos hasta abarcar una amplia clase de sistemas dinámicos puramente matemáticos

Autores: V. Y. González - G. Gasaneo - L. U. Ancarani - S. R. Simondi.

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Université Paul Verlaine, Universidad Nacional de Cuyo.

Expositor: V. Y. Gonzalez

Derivadas con respecto a los parámetros de los polinomios de la carga y de la función de Gauss.

Esta comunicación es una continuación del trabajo presentado el año anterior "Los polinomios de la carga en la ecuación de Schrodinger" [1].

Es sabido que al expandir la solución de la ecuación de Schrodinger Radial Coulombiana (ESRC) en término de funciones de Laguerre se obtiene una relación entre los coeficientes del desarrollo y una familia de polinómios. Si se considera la carga del sistema (Z) como autovalor y la energía (E) y el momento angular (l) como constantes obtenemos que los coeficientes se pueden escribir en función de los polinómios cuasi-ortogonales [3]:

$$p_n^{x(E),l}(Z) = A(n) {}_2F_1 \left(-n, (l+1) + \frac{aZ}{2\sqrt{x^2-1}}; 2l+2, 1 - \frac{x - \sqrt{x^2-1}}{x + \sqrt{x^2-1}} \right)$$

donde $A(n) = \frac{(2l+2)_n}{n!(x-\sqrt{x^2-1})^n}$, ${}_2F_1(a, b; c; y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k (b)_k}{(c)_k} \frac{y^k}{k!}$ es la función hipergeométrica de Gauss [2], y $(a)_k = a(a+1)\dots(a+k-1)$ es el símbolo de Pochhammer, $a, b \in \mathbb{R}$ y $c \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \leq 0$,

En esta charla presentaremos un estudio de las derivadas n -ésimas los polinómios de la carga con respecto a la variable Z y a los parámetros l y x . Notemos que Z , l y x se encuentra en los parámetro de la función de Gauss. Como no existen en la literatura expresiones cerradas para las derivadas de los parámetros a , b y c de la función hipergeométrica; previamente desarrollaremos una modalidad de resolución para estas en término de las funciones tipo Kampé de Fériet. Y posteriormente, aplicaremos los resultados hallados al estudio de las derivadas n -ésimas de dichos polinómios.

Referencias:

[1] V. Y. Gonzalez, A. L. Frapiccini, G. Gasaneo, "Los polinómios de la carga en la ecuación de Schrodinger", UMA 2007.

[2] A. Erdelyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi, *Higher Transcendental Functions* Vol I, McGraw-Hill, New York (1953).

[3] A. L. Frapiccini, V. Y. Gonzalez, J. M. Randazzo, F. D. Colavecchia, G. Gasaneo, *Int. J. Quantum Chem.*, vol 107, 832-844, 2007.

Autores: Alejandro Mesón - Fernando Vericat

Lugar: IFLYSIB (CCT CONICET-UNLP-CICPBA) y GAMEFI (UNLP)

Expositor: Alejandro Mesón

Estados de Gibbs con soporte en configuraciones periódicas especiales

En trabajos previos hemos introducido sistemas de redes modelados mediante grafos \mathcal{G} pesados y dirigidos cuyos vértices son, en el lenguaje de Mecánica Estadística, los spines y cuya matriz de adyacencia viene dada por las reglas de transición. La energía libre por partícula es definida a partir de la función de partición Z_n obtenida sumando sobre todos los ciclos de longitud n en \mathcal{G} . De esta manera se definieron conjuntos de Gibbs de volumen finito n como $\frac{\exp(-H_n)}{Z_n}$, donde H_n es el Hamiltoniano del sistema. En esta comunicación consideramos también modelos de redes pero definidos a partir de esquemas iterados $\Phi = \{\varphi_{j,i} : A(i,j) = 1\}$ de modo que el peso para la interacción entre los spines i y j está dado por $\log \|D\varphi_{i,j}(\cdot)\|$. A partir de estos objetos se obtiene un espacio simbólico Σ_A y un potencial de interacción de pares $\phi : \Sigma_A \rightarrow \mathbf{R}$. Los conjuntos de Gibbs de volumen n para el potencial ϕ se obtienen sumando sobre secuencias periódicas en Σ_A , las que corresponden en este caso a los ciclos del grafo. El soporte de las distribuciones de Gibbs aquí consideradas no es el conjunto total de configuraciones periódicas, sino un subconjunto particular de éstas. Probamos, para cierta clase de sistemas, que los estados de Gibbs así obtenidos son estados de equilibrio, y que la correspondiente energía libre es la misma que si se considerara el conjunto total de configuraciones periódicas. Se comentará brevemente una aplicación a wavelets.

Conferencia invitada
Marcela Zuccalli
Universidad Nacional de La Plata

Sistemas Mecánicos Discretos

Un sistema de este tipo consiste de una variedad diferencial Q , el espacio de estados, y una función $L_d: Q \times Q \rightarrow R$, el Lagrangiano discreto. Al igual que en mecánica clásica, las trayectorias de estos sistemas se pueden determinar mediante un principio variacional. Vamos a analizar algunas propiedades geométricas interesantes de los sistemas mecánicos discretos con simetrías y de los sistemas mecánicos en presencia de fuerzas y con vínculos. Por último, los sistemas mecánicos discretos aparecen como aproximación de los sistemas continuos considerados por la mecánica clásica. Las trayectorias de estos sistemas discretos permiten definir integradores de los sistemas continuos correspondientes. Comentaremos algunas de las propiedades de estos integradores.

Autores: Javier Fernández - Cora Tori - Marcela Zuccalli

Lugar: Instituto Balseiro - U.N.L.P. - U.N.L.P.

Expositor: Javier Fernández

Reducción de Sistemas Mecánicos Discretos con Simetrías Horizontales

Un sistema mecánico discreto es un sistema dinámico con tiempo discreto en un espacio continuo. La dinámica de los sistemas discretos se deriva, al igual que la de los continuos, de principios variacionales.

Los sistemas mecánicos discretos aparecen, por ejemplo, como resultado de una discretización de un sistema mecánico continuo. En este sentido son de interés porque proveen integradores numéricos para la evolución de estos últimos. El integrador está dado por la trayectoria del sistema discreto y se construye a partir de las Ecuaciones de Lagrange-D'Alembert Discretas asociadas al Principio de Lagrange-D'Alembert Discreto. Los integradores así construidos son llamados variacionales y son estudiados con interés ya que gozan de muy buena estabilidad para tiempos largos. Esta estabilidad está relacionada con la preservación de estructuras geométricas del sistema.

En este trabajo presentamos un proceso de reducción para sistemas mecánicos discretos con vínculos no holónomos que presentan simetrías horizontales. Estos sistemas son aquellos en los que los generadores de (un subgrupo de) simetría son compatibles con los vínculos. Nos limitaremos a estudiar el caso en el que el grupo de simetría es abeliano.

Bibliografía.

1. Melvin Leok, "Foundations of computational geometric mechanics", Ph.D. thesis, California Institute of Technology, 2004.
2. Jerrold Marsden, Melvin Leok and Alan Weinstein, "A discrete theory of connections on principal bundles", math.DG/0508338, 2005.
3. Jorge Cortés Monforte, "Geometric, Control and Numerical Aspects of Nonholonomic Systems", Lecture Notes in Mathematics 1793, Springer.

Geometría

Organiza:

María Laura Barberis

Autores: Yamile Godoy - Marcos Salvai
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Yamile Godoy

Geodésicas magnéticas de la variedad de rectas orientadas del espacio euclídeo de dimensión tres

Sea (M, J) una variedad pseudo-riemanniana Kähler (como es usual, consideramos la geometría riemanniana como un caso particular de la pseudo-riemanniana). Se dice que una curva γ en M es una geodésica magnética de M si satisface la ecuación $\nabla_{\gamma'}\gamma' = J(\gamma')$. Adachi et al. [1] hallaron una expresión para tales curvas en espacios simétricos hermitianos compactos. Nosotros, en primer lugar, proveemos una prueba alternativa de la validez de dicha expresión, derivándola (en un caso ligeramente más general) de las ecuaciones de O'Neill para la derivada covariante en el contexto de submersiones pseudo-riemannianas [3]. En segundo lugar, la aplicamos a la variedad \mathcal{L} de las rectas orientadas de \mathbb{R}^3 , munida de la estructura pseudo-hermitiana canónica, de signatura $(2,2)$ [2,4]. Notar que una curva en \mathcal{L} determina una superficie reglada en \mathbb{R}^3 ; por ejemplo, es conocido que las geodésicas de \mathcal{L} describen planos o helicoides. Mostramos que la superficie de \mathbb{R}^3 asociada a una geodésica magnética de \mathcal{L} es un cono o bien la superficie reglada descrita por el campo binormal de una hélice en \mathbb{R}^3 .

Referencias

- [1] T. Adachi, S. Maeda, S. Udagawa, *Simpleness and closedness of circles in compact Hermitian symmetric spaces*, Tsukuba J. Math. **24** (2000) 1–13.
- [2] B. Guilfoyle and W. Klingenberg, *An indefinite Kähler metric on the space of oriented lines*, J. London Math. Soc. **72** (2005) 497–509.
- [3] B. O'Neill, *Submersions and geodesics*, Duke Math. J. **34** (1967) 363–373.
- [4] M. Salvai, *On the geometry of the space of oriented lines of Euclidean space*, Manuscr. Math. **118** (2005) 181–189.

Conferencia Invitada**Cristian U. Sánchez****Fa.M.A.F - UNC y CIEM - CONICET**

Secciones normales en hipersuperficies isoparamétricas de grado 4.

Un *Sistema de Clifford* [1] es una $(m + 1)$ -upla $\{P_0, \dots, P_m\}$ de endomorfismos simétricos de \mathbb{R}^{2r} satisfaciendo

$$P_i P_j + P_j P_i = 2\delta_{i,j} Id_{\mathbb{R}^{2r}}.$$

Si el Sistema de Clifford satisface que $m_1 = m$ y $m_2 = r - (m + 1)$ son positivos entonces la función

$$F(Y) = \|Y\|^4 - 2 \sum_{i=0}^m \langle P_i Y, Y \rangle^2, \quad Y \in \mathbb{R}^{2r}$$

es una función isoparamétrica definiendo una familia isoparamétrica con $g = 4$ y multiplicidades (m_1, m_2) contenida en la esfera unitaria de \mathbb{R}^{2r} .

En este trabajo se estudian los “polinomios de secciones normales” asociados a estas familias cuya forma resulta ser

$$\mathbb{P}(X) = 48 \sum_{i=0}^m \langle P_i(E), X \rangle \langle P_i(X), X \rangle,$$

donde E es el punto de $M = F^{-1}(0)$ donde se toman las secciones y $X \in T_E(M)$.

Las familias son homogéneas (que es nuestro caso de interés) para $(m_1, m_2) = (1, k), (2, 2k - 1), (4, 4k - 1)$ y $(9, 6)$. Los polinomios son muy diferentes en los distintos casos.

[1] Ferus D., Karcher H. & Münzner. *Cliffordalgebren und neue isoparametrische Hyperflächen*, *Math. Z.* **177** (1981), 479-502.

Conferencia Invitada
Javier Fernández
Instituto Balseiro, Bariloche

El problema de Kodaira

Toda variedad proyectiva suave da lugar a una variedad de tipo Kahler cuya clase de Kahler es entera. De hecho, esta es una equivalencia entre ambos tipos de variedades. Un resultado de 1960 de K. Kodaira dice que toda superficie compacta de tipo Kahler puede ser deformada a una variedad proyectiva suave. El Problema de Kodaira consiste en extender este resultado a dimensiones mayores.

En esta charla discutiremos trabajos de C. Voisin que, entre otras cosas, dan una respuesta negativa a este Problema en casi todos los casos.

Autores: V. del Barco - G. Ovando - F. Vittone - M. Subils

Lugar: Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Francisco Vittone

Sobre la geometría del espacio tiempo homogéneo

Presentamos dos modelos para el espacio tiempo. Se trata de variedades homogéneas que se obtienen a partir del grupo oscilador G de dimensión cuatro. El grupo de Lie G es soluble y simplemente conexo y admite un subgrupo discreto H tal que G/H es un cociente compacto. Dado que G admite una métrica lorentziana bi-invariante, obtenemos en G/H una métrica lorentziana G -invariante. En este marco, mostramos explícitamente algunos aspectos topológicos y geométricos de estas variedades.

Autor: Guillermo Henry

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires

Tensores Naturales sobre Variedades y Fibraciones

Los Tensores Naturales de tipo $(0,2)$ sobre el fibrado tangente fueron introducidos por Kowalski y Sekizawa en 1988 [3]. En 1998, Calvo y Keilhauer [1], definieron y caracterizaron, utilizando sólo técnicas de la geometría Riemanniana, los Tensores Naturales de tipo $(0,2)$ sobre el fibrado tangente de una variedad Riemanniana. Ejemplos de estos tensores son las conocidas métricas de Sasaki y de Cheeger-Gromoll. Más tarde, siguiendo la línea propuesta en [1], el concepto de Tensor Natural fue extendido al fibrado de bases de una variedad dotada de una conexión afín [2]. El objetivo principal de este trabajo es generalizar la noción de Tensor Natural a fibraciones y variedades en general. Con este fin, motivados por algunos ejemplos, introducimos el concepto de Super espacio, y estudiamos sus propiedades.

Referencias

- [1] M.C. Calvo and G.R. Keilhauer; *Tensor Field of Type $(0,2)$ on the Tangent Bundle of a Riemannian Manifold*, Geometriae Dedicata 71:209-219 (1998).
- [2] G.R. Keilhauer; *Tensor Field of Type $(0,2)$ on Linear Frame bundles and Cotangent Bundles*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, vol. 103:51-64 (2000).
- [3] O. Kowalski and M. Sekisawa; *Natural Transformation of Riemannian Metrics on Manifolds to Metrics on Tangent Bundles- a Classification*. Bull Tokyo Gakugei. Univ. 4, 1-29 (1988).

Autores: A. Andrada - M.L. Barberis - I. Dotti
Lugar: CIEM-FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: M.L. Barberis

Fibración holomorfa asociada a una nilvariedad compleja abeliana

Una estructura compleja abeliana en un álgebra de Lie real \mathfrak{g} es un endomorfismo J de \mathfrak{g} que satisface

$$J^2 = -I, \quad [Jx, Jy] = [x, y], \quad \forall x, y \in \mathfrak{g}. \quad (38)$$

Si G es un grupo de Lie con álgebra de Lie \mathfrak{g} , estas condiciones implican la integrabilidad de J en G , es decir, (G, J) es una variedad compleja tal que las traslaciones a izquierda son difeomorfismos holomorfos de G . Si $\Gamma \subset G$ es un subgrupo discreto co-compacto arbitrario de G , entonces diremos que la nilvariedad $\Gamma \backslash G$ con la estructura compleja inducida por J es una nilvariedad compleja abeliana.

Una descomposición $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_+ \oplus \mathfrak{g}_-$, donde \mathfrak{g}_\pm son subálgebras de Lie de \mathfrak{g} , da origen a una estructura producto E definiendo $E|_{\mathfrak{g}_\pm} = \pm \text{Id}$. Una estructura compleja-producto en \mathfrak{g} es un par $\{J, E\}$ formado por una estructura producto E y una estructura compleja J tales que $JE = -EJ$.

Las estructuras complejas abelianas en álgebras de Lie fueron consideradas por primera vez en [BDM] y han sido estudiadas posteriormente en [BD]. La motivación proviene de las propiedades que poseen las variedades complejas obtenidas al considerar esta clase de estructuras. Por ejemplo, en [AD] se da un método para construir estructuras simplécticas en \mathbb{R}^{4n} a partir de estructuras complejas-producto abelianas.

El objetivo de este trabajo es mejorar los resultados de [BD]. Demostramos que toda nilvariedad con una estructura compleja abeliana admite una fibración holomorfa sobre un toro, con fibra dada por una nilvariedad con una estructura producto-compleja abeliana. Exhibimos una familia de ejemplos como aplicación de este resultado.

Referencias

- [AD] A. Andrada, I. Dotti, *Double products and hypersymplectic structures on \mathbb{R}^{4n}* , Communications in Math. Physics, **262** (2006), 1–16.
- [BDM] M. L. Barberis, I. G. Dotti, R. J. Miatello, *On certain locally homogeneous Clifford manifolds*, Ann. Glob. Anal. Geom. **13** (1995), 289–301.

- [BD] M. L. Barberis, I. Dotti, *Abelian complex structures on solvable Lie algebras*, J. Lie Theory **14** (2004), 25–34.

Autores: Francisco Alberto Formica - Juan Carlos Bressan

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Universidad de Buenos Aires

Expositor: Francisco Alberto Formica

Estructuras de convexidad con topologías intrínsecas

Esta presentación corresponde al área de Convexidad

Generalizada y Visibilidad. Trabajaremos con estructuras de convexidad definidas por distintos sistemas axiomáticos en los que se pueden considerar diferentes topologías. Consideraremos sistemas axiomáticos para la convexidad con topologías compatibles con la estructura convexa, es decir, que cumplan la condición de que la cápsula convexa de un

conjunto finito sea cerrada. Estos espacios son llamados *espacios de convexidad topológicos* y están estudiados en [4]. Cuando la topología definida en estos espacios está generada directamente por la estructura de convexidad, se dice que es una *topología intrínseca*. En [1] y [2] se estudia, en un espacio de convexidad llamado *geometría lineal densa extensible y completa* caracterizado axiomáticamente por Coppel [3], una topología intrínseca localmente convexa que verifica dos axiomas geométrico-topológicos. Estos axiomas expresan propiedades análogas a las que satisfacen las homotecias, y permiten extender a ese contexto axiomático, resultados de los conjuntos convexos válidos en espacios vectoriales topológicos.

En esta comunicación presentaremos algunas relaciones entre resultados estudiados en [1] y [2] con otros válidos en los

espacios de Bryant-Webster (B-W) tal como aparecen en [4]. Para ello estudiamos las equivalencias entre axiomas de Coppel y de B-W. En particular, consideraremos sobre un conjunto X , una geometría lineal densa, extensible y completa dada por una *función segmento*. Por otra parte, consideraremos otro espacio Y cuya función segmento satisface los axiomas de Bryant-Webster. A cada uno de ellos le asociaremos dos topologías intrínsecas, una de las cuales es localmente convexa. Estas topologías están definidas a partir del concepto de punto interno: dado $x \in A \subseteq X$, diremos que x es *punto interno* de A si para todo $y \in X \setminus \{x\}$ existe $z \in (x, y)$, tal que $[x, z] \subseteq A$. Con $[a, b]$ denotamos la función segmento aplicada al par a, b , mientras que si $a \neq b$, (a, b) denota $[a, b] \setminus \{a, b\}$. Efectuamos un paralelo entre los resultados obtenidos con cada una de las dos topologías, estudiando en ambos espacios propiedades de separación de

convexos mediante hiperplanos y algunas propiedades de la visibilidad.

Referencias

[1] J. C. Bressan: Axiomas topológicos en una geometría lineal densa y extensible, *Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires*, T. XL (2006), 231-238.

[2] J. C. Bressan: Axiomas topológicos y separación en una geometría lineal densa, extensible y completa, *Anales de la Academia* - Hide quoted text -

Nacional de Ciencias de Buenos Aires, Tomo XLI, 2007, en prensa.

[3] W. A. Coppel: *Foundations of convex geometry*, Cambridge University Press, 1998.

[4] M. Van de Vel: *Theory of convex structures*, North-Holland, Amsterdam, 1993.

Conferencia Invitada**María J. Druetta****FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba**

Espacios D'Atri de tipo de Iwasawa

Una variedad riemanniana completa M se dice que es un espacio de D'Atri si localmente las simetrías geodésicas preservan el elemento de volumen, salvo signo. Equivalentemente,

$$\det A_v(t) = \det A_{-v}(t) \text{ para todo } v \in SM \text{ y } t > 0 (t \sim 0),$$

donde $A_v(t)$ es el tensor de Lagrange asociado a la geodésica $\gamma_v(t)$ determinado por la condición $A_v(0) = 0$, $A'_v(0) = \text{Id}$, que está definido por la ecuación $A''_v(t) + R_{\gamma_v(t)} \circ A_v(t) = 0$ con $A'_v(t)^{-1} \circ A_v(t)$ un operador simétrico en $T_{\gamma_v(t)}M$.

Consideramos el caso de espacio homogéneos de tipo de Iwasawa M y rango algebraico arbitrario. Esto es, M está representado por un grupo de Lie soluble S con métrica invariante a izquierda cuya álgebra de Lie, asociada \mathfrak{s} se expresa como $\mathfrak{s} = \mathfrak{n} \oplus \mathfrak{a}$, $\mathfrak{a} \perp \mathfrak{n} = [\mathfrak{s}, \mathfrak{s}]$ una subálgebra abeliana que satisface:

- (i) $\text{ad}_H|_{\mathfrak{n}}$ es simétrico y no nulo para todo $H \in \mathfrak{a}$.
- (ii) $\text{ad}_H|_{\mathfrak{n}}$ tiene todos sus autovalores positivos para algún $H \in \mathfrak{a}$.

Por definición, $\dim \mathfrak{a}$ es el rango algebraico de M .

La propiedad de ser un espacio D'Atri implica que para todo vector unitario $X \in \mathfrak{s}$ la función $\det A_X(t)$ es invariante por el flujo geodésico. Este hecho y la propiedad de expresar una geodésica γ_X en S como $\gamma_X(t) = (dL_{\gamma_X(t)})_e(\tilde{x}(t))$ donde $\tilde{x}(t)$ es una curva unívocamente determinada en $\mathfrak{s} = T_e S$, e la identidad del grupo S , nos permite mostrar que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{x}(t) = H$ para algún $H \in \mathfrak{a}$. Tenemos así

Teorema. Si S un espacio D'Atri de tipo de Iwasawa, entonces para cada vector unitario $X \in \mathfrak{s}$ existe $H \in \mathfrak{a}$ con la propiedad

$$\det A_X(t) = \det A_H(t) \text{ para todo } t > 0.$$

Corolario: Todo espacio D'Atri de tipo de Iwasawa y rango uno es armónico. Por un resultado de Heber J., On harmonic and asymptotically harmonic homogeneous spaces, GAFA 16, 2006 (869-890), se obtiene la caracterización de los espacios D'Atri de tipo de Iwasawa y rango uno:

Un espacio D'Atri de tipo de Iwasawa y rango uno es, salvo un escalar en la métrica, un espacio de Damek-Ricci.

Autor: Romina Arroyo

Lugar: FaMAF - UNC

Clasificación de nilradicales Einstein filiformes de dimensión ocho

Una variedad Riemanniana (M, g) es llamada *Einstein* si el tensor de Ricci satisface $\text{ric}(g) = cg$, para algún $c \in \mathbb{R}$. Un problema que aún sigue abierto en el caso homogéneo es la llamada *Conjetura de Alekseevskii*. Dicha conjetura dice que todo espacio homogéneo Einstein con curvatura escalar negativa (i.e. $c < 0$) es una *solvariedad*: un grupo de Lie simplemente conexo soluble munido de una métrica Riemanniana invariante a izquierda. El objetivo de este trabajo es clasificar las solvariedades Einstein de dimensión nueve cuyo nilradical es filiforme (i.e. $(n - 1)$ -pasos si la dimensión es n).

Conferencia Invitada
Cynthia Will
Universidad Nacional Córdoba

Una curva de álgebras que no son nilradicales Einstein

Los únicos ejemplos conocidos de espacios no compactos homogéneos Einstein son solvariedades standard (ciertos grupos de Lie solubles munidos de una métrica invariante a izquierda). Más aún, de acuerdo a la llamada conjetura de Aleksevskii, estos podrían ser todos. La clasificación de estos espacios es equivalente a la de los llamados *nilradicales Einstein*, es decir álgebras de Lie nilpotentes que son los nilradicales de una solvariedad Einstein. Hasta hace muy poco, la única obstrucción que se conocía para que un álgebra de Lie nilpotente fuera un nilradical Einstein era que debía ser graduada. Recientemente se han mostrado los primeros ejemplos de álgebras de Lie graduadas que no pueden ser nilradicales Einstein, aunque hasta ahora sólo una cantidad finita en cada dimensión. En este trabajo mostramos dos curvas de álgebras de Lie 2-pasos nilpotentes de dimensión 9, no isomorfas dos a dos mostrando que no pueden ser los nilradicales de ninguna solvariedad Einstein.

Autores: Víctor González - Mabel Rodríguez

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Instituto del Desarrollo Humano. Bs As.

Expositor: Víctor González

Una caracterización de ciertos conjuntos finitamente estrellados
a partir de subconjuntos convexos

Esta presentación corresponde al área de Convexidad Generalizada y Visibilidad Afín. En particular, trabajamos con conjuntos *finitamente estrellados* (fe), que son una generalización de *estrellados* que a su vez extienden el concepto de *convexos*. Peterson en [1] trató de caracterizar los fe a partir de ciertos subconjuntos no convexos, sus estrellas, intentando obtener un teorema de tipo Krasnoselskii. Concluyó que tal resultado no existe en general. Por otro lado, Breen en [2] estableció un teorema de tipo Krasnoselskii en \mathbb{R}^3 para fe abiertos logrando así una caracterización de éstos vía subconjuntos no convexos. Rodríguez y Toranzos en [3] enfocaron el estudio de los fe cerrados, a través de elementos de visibilidad, conos asociados al conjunto, componentes convexas, etc. y caracterizaron la estructura de estos conjuntos. En nuestro trabajo intentamos obtener una caracterización de fe no estrellados cerrados, a través de subconjuntos convexos, considerando aquellos que son maximales: las *componentes convexas*.

A continuación, definiciones, notación y algunos resultados encontrados:

Un conjunto $S \subset \mathbb{R}^n$ es fe si para cualquier conjunto finito $F \subset S$ existe un punto $p \in S$ tal que $F \subset st(p, S)$, donde $st(p, S) := \{x \in S/[p, x] \subset S\}$ es la estrella de p en S .

En [3] se probó que un conjunto cerrado plano S es fe si y sólo si S admite una familia cobertora de componentes convexas que tiene la propiedad de la intersección finita (pif) y quedó planteado como problema abierto la generalización de este resultado a \mathbb{R}^n . Nuestro estudio aborda dicho problema y obtenemos soluciones parciales.

R1. *Sea $S \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto cerrado. Si S admite una familia cobertora de componentes convexas que tiene pif, entonces S es fe.*

R2. *Sea $S \subset \mathbb{R}^n$ un conjunto fe cerrado que cumpla alguna de las dos condiciones siguientes. Entonces existe una familia cobertora de componentes convexas que tiene pif.*

a) *todos los puntos de su borde admiten estrella convexa.*

b) *existe K componente convexa de S única para algún $b \in K$ (es decir K es la única componente convexa que contiene a b) tal que $K = b + R(K)$. (Con*

$R(K)$ denotamos el *cono de recesión de K*).

Presentaremos además varios resultados sobre fe que obtuvimos en la búsqueda de esta caracterización, que amplían el estudio de fe .

Referencias:

[1] Peterson, B.; *Is there a Krasnoselskii theorem for finitely starlike sets?*, Convexity and Related Combinatorial Geometry, Marcel Dekker, New York, (1982), 81-84.

[2] Breen, M.; *A Krasnoselskii theorem for open finitely starlike sets in \mathbb{R}^3* , Geo. Dedicata 37, Nro 3, 287-294 (1991).

[3] Rodríguez, M., Toranzos, F.; *Structure of closed finitely starshaped sets*, Proceedings of the American Mathematical Society, (2000), Vol. 128, Nro. 5, 1433-1441.

Autores: Carlos Olmos - Silvio Reggiani

Lugar: FaMAF - UNC

Expositor: Silvio Reggiani

Variedades Riemannianas Reductivas

Una variedad riemanniana homogénea $M = G/H$, en donde G es un subgrupo de Lie del grupo total de isometrías, se dice reductiva si el álgebra de Lie de G admite una descomposición de la forma

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m},$$

en donde \mathfrak{h} es el álgebra de Lie de H y \mathfrak{m} es un subespacio de \mathfrak{g} , $\text{Ad}(H)$ -invariante. Esta descomposición induce en M una conexión canónica. Una clase muy importante dentro de las variedades reductivas es la de las llamadas variedades naturalmente reductivas, en este caso la conexión canónica es métrica pero tiene, en general, torsión. Las transformaciones afines de la conexión canónica resultan isometrías de M . En este trabajo obtenemos geoméricamente el grupo de transformaciones afines de la conexión canónica y a partir de éste, (la componente conexa de) el grupo total de isometrías de una variedad naturalmente reductiva. Entre las técnicas utilizadas se destaca el *Torsion Holonomy Theorem*, el cual generaliza el Teorema de Simons para sistemas holonómicos.

Conferencia Invitada
Roberto J. Miatello
FaMAF, CORDOBA

Variedades isospectrales con anillos de cohomología no isomorfos

Es conocida desde hace tiempo la existencia de variedades isospectrales en funciones y no en p -formas para algún $p > 0$. Dieron tales ejemplos, entre otros, A. Ikeda ([Ik]) en espacios lentes, C. Gordon ([Go]) en nilvariedades, Gordon-Wilson en familias continuas de nilvariedades y Miatello-Rossetti ([MR]) en variedades planas que tienen distintos números de Betti, β_p , para $0 < p < n$ (en particular éstas son no homeomorfas entre sí). En todos estos pares los anillos de cohomología real son diferentes.

El objetivo de la presente comunicación es exhibir pares de variedades riemannianas planas M, M' que son *fuertemente isospectrales*, es decir, isospectrales no sólo en funciones sino también en p -formas para todo $0 \leq p \leq n$ —por lo tanto M y M' tienen los mismos números de Betti— pero que, sin embargo, tienen anillos de cohomología real no isomorfos.

La familia que consideramos es una generalización de una familia dada en [MR], que posee grupo de holonomía $F \simeq \mathbb{Z}_2^3$ y dimensión $n \geq 7$. Hacemos uso de la descripción de la cohomología vía F -invariantes de la acción de holonomía dada por H. Hiller para determinar explícitamente generadores y relaciones de los respectivos anillos de cohomología, que resultan ser muy diferentes entre sí.

En el caso $n = 8$ se obtiene además un par isospectral M, M' tal que M es Kähler y M' no lo es, respondiendo una pregunta de M. Berger ([Be]); además damos pares isospectrales con $n = 16$ tal que ambas M, M' son Kähler, pero que aun tienen anillos de cohomología diferentes.

Referencias

- [Be] Berger M., *A Panoramic View of Differential Geometry*, Springer Verlag, 2002.
- [Go] Gordon, C., *Riemannian manifolds isospectral on functions but not on 1-forms*, Journal of Differential Geometry **24** (1986), 79–96.
- [Ik] Ikeda, A., *Riemannian manifolds p -isospectral but not $(p + 1)$ -isospectral*, Perspectives in Math. **8** (1988), 159–184.

- [MR] Miatello R., Rossetti J.P. *Comparison of twisted Laplace p -spectra for flat manifolds with diagonal holonomy*, Ann. Global Anal. Geom. **21** (2002), 341-376.

Lógica y Computabilidad

Organizan:

Sergio Celani - José Patricio Díaz Varela

Conferencia Invitada
Marta Sagastume
Universidad Nacional de La Plata

Interpolación y conectivos intuicionistas

Es conocido el hecho de que los conectivos que se consideran apropiados para la lógica intuicionista pueden definirse semánticamente en base a los modelos de Kripke. De manera equivalente, ellos se definen como operaciones entre álgebras de Heyting de conjuntos crecientes de un conjunto ordenado, o, más precisamente, como endomorfismos del clasificador de subobjetos de un topos apropiado (ver (1)). Este clasificador hace el papel del conjunto de valores de verdad en la lógica clásica. Por otra parte, es una herramienta útil en la lógica intuicionista el teorema de interpolación de Craig: Sean α y β fórmulas cuyos conjuntos de variables son X e Y respectivamente. Si $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ entonces existe γ cuyo conjunto de variables es $X \cap Y$ tal que $\vdash \alpha \rightarrow \gamma$ y $\vdash \gamma \rightarrow \beta$. Esta propiedad puede traducirse diciendo que un cierto diagrama de pushout entre álgebras de Heyting libres (generadas por los conjuntos X , Y y $X \cap Y$) tiene una determinada propiedad (de interpolación). En 1983, Pitts (ver (2)) demostraron que todo diagrama de pushout en la categoría de álgebras de Heyting tiene dicha propiedad. En base a dicha demostración, es posible probar que algunos cálculos intuicionistas enriquecidos con conectivos tienen propiedades de interpolación, en general más débiles que la original de Craig, como se ve, por ejemplo, en (3).

1) Caicedo, X. *Investigaciones acerca de los conectivos intuicionistas*. Revista de la Acad. Colomb. de Cs. Ex., Fís. y Nat., **19**, (1995), pp. 705-716

2) A.M. Pitts, *Amalgamation and interpolation in the category of Heyting algebras*, J. Pure Appl. Algebra 29 (1983) 155-165.

3) A.Galli, G.E.Reyes, M.Sagastume, *Strong Amalgamation, Beck-Chevalley for equivalence relations and Interpolation in Algebraic Logic*, Fuzzy Sets and Sys., 138 (2003) 3-23.

Conferencia Invitada
Miguel Campercholi
FaMAF, Córdoba

Funciones Algebraicas

Sea \mathbf{A} un álgebra, y sean $t_i(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m), s_i(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_m)$, $i = 1, \dots, k$, términos tales que el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} t_1(\bar{x}, \bar{z}) &= s_1(\bar{x}, \bar{z}) \\ &\vdots \\ t_k(\bar{x}, \bar{z}) &= s_k(\bar{x}, \bar{z}) \end{aligned}$$

tiene una única solución $\bar{b} \in A^m$ para cada $\bar{a} \in A^n$. Un sistema con estas propiedades define implícitamente m funciones $f_1, \dots, f_m : A^n \rightarrow A$, donde $(f_1(\bar{a}), \dots, f_m(\bar{a}))$ es el único $\bar{b} \in A^m$ que cumple

$$t_i(\bar{a}, \bar{b}) = s_i(\bar{a}, \bar{b}), \quad i = 1, \dots, k.$$

Una función $f : A^n \rightarrow A$ será *algebraica* en \mathbf{A} si es posible definirla implícitamente por un sistema de ecuaciones en la manera arriba descrita. Las funciones algebraicas en \mathbf{A} son cerradas bajo composición, i.e., forman un clon, el cual denotamos por $Cl_{alg}(\mathbf{A})$. Es claro que $Cl_{alg}(\mathbf{A}) \supseteq Cl(\mathbf{A})$ el clon generado por las operaciones fundamentales de \mathbf{A} junto con las proyecciones.

Dada una variedad \mathcal{V} , el problema de caracterizar los clones de funciones algebraicas para miembros de \mathcal{V} está estrechamente vinculado a la axiomatizabilidad por sentencias de tipo $\forall \exists ! (\wedge p = q)$ relativa a \mathcal{V} . En nuestra comunicación explicaremos dicha conexión y la emplearemos para caracterizar las funciones algebraicas de todos los miembros de algunas variedades conocidas.

Por ejemplo, para la variedad de los reticulados distributivos acotados tenemos el siguiente

Teorema Sea \mathbf{L} un reticulado distributivo acotado. Entonces se da una de las siguientes:

(a) si \mathbf{L} es complementado entonces $Cl_{alg}(\mathbf{L})$ es el clon formado por los términos booleanos de \mathbf{L} .

(b) si \mathbf{L} no es complementado entonces $Cl_{o_{alg}}(\mathbf{L}) = Clo(\mathbf{L})$, i.e., todo función algebraica en \mathbf{L} es un término.

Trabajo en colaboración con Diego Vaggione.
Universidad Nacional de Córdoba.

Autores: A. V. Figallo - N. Oliva - A. Ziliani

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Universidad Nacional de San Juan

Expositor: A. Ziliani

Algebras de De Morgan pseudo-complementadas 4-valuadas modales libres

Recordemos que una álgebra de De Morgan distributiva pseudo-complementada 4-valuada se dice modal ([1], [2], [3]) si satisface la identidad adicional $(x \vee \sim x) \wedge (x \vee x^*) = x \vee \sim x$.

En esta nota estudiamos las álgebras de De Morgan pseudo-complementadas 4-valuadas modales libres. En particular, obtenemos una fórmula para calcular el cardinal de la libre finitamente generada en función del número de generadores libres.

- [1] A. V. Figallo and P. Landini, *Notes on 4-valued modal algebras*, Preprints del Instituto de Ciencias Básicas, U. N. de San Juan, 1, 1(1996), 29–40.
- [2] A. V. Figallo, N. Oliva and A. Ziliani, *A note on pm-algebras*, Noticiero de la Unión Matemática Argentina, LIV Reunión de Comunicaciones Científicas, (2004), 52.
- [3] A. V. Figallo, N. Oliva and A. Ziliani, *On the congruences in modal pseudocomplemented De Morgan algebras*. XIII SLALM, Oaxaca, Méjico, 2006.

Autores: A. V. Figallo - C. Sanza

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Universidad Nacional de San Juan

Expositor: C. Sanza

El álgebra de Lindenbaum-Tarski del cálculo proposicional de Lukasiewicz
 3×3 -valuado con negación

En esta nota estudiamos las álgebras de Lukasiewicz 3×3 -valuadas con negación ([1], [2], [3]), las cuales son la contrapartida algebraica del cálculo proposicional de Lukasiewicz 3×3 -valuado con negación (o $\mathcal{NS}_{3 \times 3}$ -cálculo). Este cálculo proposicional está formulado en términos de los conectivos binarios \rightarrow (implicación), \rightarrow (implicación débil), \wedge (conjunción), \vee (disyunción), y los conectivos unarios \sim (negación) y $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}$ que hemos denominado operadores de Moisil generalizados de orden 3 (ver al respecto [4]). En particular, hemos determinado una fórmula para hallar el cardinal del álgebra de Lindenbaum-Tarski del $\mathcal{NS}_{3 \times 3}$ -cálculo finitamente generada en términos del número de generadores.

- [1] C. Sanza, *Notes on $n \times m$ -valued-Lukasiewicz algebras with negation*, L. J. of the IGPL, 6, 12(2004), 499–507.
- [2] C. Sanza, *$n \times m$ -valued-Lukasiewicz algebras with negation*, Rep. Math. Logic 40(2006), 83–106.
- [3] C. Sanza, *On $n \times m$ -valued-Lukasiewicz algebras with negation*, to appear in Centr. Eur. J. Math., Vol. 6, 3(September, 2008).
- [4] A. V. Figallo and C. Sanza, *A propositional calculus for $n \times m$ -valued Lukasiewicz algebras with negation*, XIV Latin - American Symposium on Mathematical Logic. Abstracts of Contributed Talks, Paraty - Brasil, 2008.

Autor: Cynthia Disenfeld

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad de Buenos Aires

La equivalencia entre FO(IFP) y la clase B

En teoría de la complejidad, un lenguaje \mathcal{L} pertenece a la clase de complejidad temporal **PTIME** si y sólo si existe una máquina de Turing determinística que decide la pertenencia de una cadena w al lenguaje en tiempo $t(n)$, donde t es una función polinomial y n es la longitud de w . En esta clase nos concentraremos en este trabajo.

Con el pasar de los años se encontraron otros modelos alternativos para capturar las clases de complejidad, por ejemplo mediante álgebras de funciones o por la expresividad de diferentes lógicas sobre modelos finitos.

Para **PTIME**, entre otras, existen la caracterización algebraica de Bellantoni-Cook llamada clase **B** y la caracterización de R. Fagin a través de la lógica de *Primer orden con Punto Fijo Inflacionario* (**FO(IFP)**) sobre modelos finitos.

Para mostrar la equivalencia de **PTIME** con **FO(IFP)**, R. Fagin presenta en primer lugar una codificación que a cada estructura (finita) del vocabulario fijado τ con k símbolos de relación y l símbolos de constante, le asigna una $(k + l + 1)$ -upla de números binarios, es decir, un número binario para codificar cada relación, cada constante y el universo. La función de codificación está dada por $bin(\mathcal{A}) : \tau\text{-estructuras} \rightarrow \{0, 1\}^{*k+l+1}$. Denotaremos \mathcal{L}_τ^φ al conjunto de las codificaciones de τ -estructuras que satisfacen φ (Notar que \mathcal{L}_τ^φ es un conjunto de $(k + l + 1)$ -uplas de números binarios).

Para ver **FO(IFP)** \subseteq **PTIME**, dada la clase de τ -estructuras determinada por φ (una fórmula bien formada en **FO(IFP)**), R. Fagin construye la máquina de Turing que decide si la codificación de una τ -estructura \mathcal{A} pertenece a \mathcal{L}_τ^φ en tiempo $t(|bin(\mathcal{A})|)$, donde t es una función polinomial.

Para ver **PTIME** \subseteq **FO(IFP)**, se construye una fórmula φ en **FO(IFP)** tal que una máquina de Turing $\mathcal{M} \in \mathbf{PTIME}$ acepta la codificación de una τ -estructura \mathcal{A} si y solo si $\mathcal{A} \models \varphi$.

Por otro lado, en 1964, A. Cobham dio una caracterización algebraica de la clase **PTIME**. Esta caracterización tiene como desventaja que a la definición habitual del operador de recursión se le debe añadir una condición adicional sobre el tamaño de la salida de la función. En 1992, S. Bellantoni y S. Cook presentan un álgebra de funciones que también caracteriza **PTIME** y no requiere probar acotaciones para el tamaño de la salida de las funciones. A esta clase de funciones se le llama *clase B*. S. Bellantoni y S. Cook demuestran la

equivalencia entre **B** y **PTIME** de manera indirecta al probar la equivalencia entre las funciones de la clase **B** y el álgebra de funciones definida por A. Cobham.

Esto permite entonces establecer el siguiente cuadro de equivalencias:

B $\overset{\text{equivalencia de}}{\underset{\text{álgebras de funciones}}{\equiv}}$ clase de Cobham $\overset{\text{máquinas de}}{\underset{\text{Turing}}{\equiv}}$ **PTIME** $\overset{\text{máquinas de}}{\underset{\text{Turing}}{\equiv}}$ **FO(IFP)**

En este trabajo se mostrará directamente la equivalencia entre **B** y **FO(IFP)** sin utilizar máquinas de Turing ni el álgebra de funciones de Cobham, por medio de una asignación directa que permite representar cada función en **B** a través de una fórmula en **FO(IFP)** y viceversa.

Autor: Hernán J. San Martín

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Álgebras de Heyting con anticipador y su teoría de representación

Las ecuaciones

(A1) $a(x) \rightarrow x = x$;

(A2) $a(y \rightarrow x) \leq y$, para cada $y \in H$;

definen unívocamente una operación unaria a (en general no compatible) sobre las álgebras de Heyting. Esta operación es llamada *anticipador* en [1]. De manera equivalente, podemos definir al anticipador como

$$a(x) = \min\{y \in H : y \rightarrow x = x\}$$

Por ejemplo, el anticipador existe en todas las álgebras de Heyting finitas y no existe en el intervalo real $[0, 1]$. En particular, si un álgebra de Heyting admite anticipador entonces admite sucesor (función definida en [2]). En estas álgebras se verifica la ecuación

$$S(x) = a(x) \vee x,$$

en donde S es la función sucesor.

Denotaremos como **AHA** a la categoría cuyos objetos son las álgebras de Heyting con anticipador y cuyos morfismos son los homomorfismos de álgebras de Heyting que conmutan con el anticipador. En este trabajo presentaremos algunos ejemplos y propiedades de la función anticipador, y daremos una descripción de la categoría de representaciones topológicas de **AHA** a través de la dualidad de Priestley.

Referencias:

[1] Lloyd Humberstone. *The Pleasures of Anticipation: Enriching Intuitionistic Logic*, Journal of Philosophical Logic 30: 395 - 438 (2001).

[2] Xavier Caicedo and Roberto Cignoli. *An Algebraic Approach to Intuitionistic Connectives*, Journal of Symbolic Logic, 66, N°4, 1620 - 1636 (2001).

Autores: Daniela Montangie - Sergio Celani - Leonardo Cabrer
Lugar: Universidad Nacional del Comahue, Universidad Nacional del Centro
Expositor: Daniela Montangie

Una representación topológica para las álgebras de Hilbert.

En [2] se prueba que existe una dualidad para las álgebras de Hilbert finitas. En este trabajo extendemos dicha dualidad al caso general. En [1] se prueba que para toda álgebra de Hilbert A existe un conjunto ordenado $\langle X, \leq \rangle$ tal que A es isomorfa a una subálgebra del reducto implicativo del álgebra de Heyting $\mathcal{P}_i(X)$ de todos los subconjuntos crecientes de X . Basándonos en este resultado y en algunos mostrados en [3] para álgebras de Tarski, definimos la noción de espacios de Hilbert. Probamos que existe una equivalencia dual entre la categoría de estos espacios cuyos morfismos son llamados H-morfismos y la categoría cuyos objetos son las álgebras de Hilbert y cuyos morfismos son los semi-homomorfismos entre álgebras de Hilbert. Posteriormente extendemos esta dualidad y probamos que existe una dualidad entre la categoría de los espacios de Hilbert con funcional H-morfismos y la categoría de las álgebras de Hilbert donde los morfismos son los homomorfismos entre álgebras de Hilbert.

Referencias

- [1] S. A. Celani, A note on homomorphism of Hilbert algebras. *Int. Journal of Math. and Mathematical Sc.* Vol. 29, No. 1 (2002), pp. 55-61.
- [2] S. A. Celani and L.M. Cabrer, Duality for finite Hilbert algebras. *Discrete Mathematics*, 305 (2005), pp. 74-99
- [3] S. A. Celani and L.M. Cabrer, Topological Duality for Tarski algebras. *Algebra Universalis*, 58 (2008), pp. 73-94

Conferencia Invitada
Ignacio Viglizzo
Universidad Nacional del Sur

Coálgebras: aplicaciones, lenguajes y dualidad

Una coálgebra para un endofunctor F es un objeto X junto con un morfismo $c : X \rightarrow FX$. Presentaremos algunas aplicaciones de la teoría de coálgebras: conjuntos no bien fundados, estructuras de datos infinitas en ciencias de la computación y lógica modal. Veremos distintas generalizaciones de la lógica modal a través de lenguajes derivados de ciertos funtores y concluiremos mostrando algunas conexiones con la lógica algebraica.

Conferencia Invitada**Matías Menni****Universidad Nacional de La Plata**

Categorías de reticulados involutivos centrados y la relación con sus conos

Motivados en gran medida por [3] y [1] estudiamos en [2] mecanismos para agregarle una negación involutiva a distintos tipos de reticulados. La relación entre una categoría de reticulados involutivos centrados y la variedad de sus conos admite una formulación clara, precisa y útil en términos de adjunciones. Presentaremos esta formulación, discutiremos algunas de sus propiedades y, a través de ejemplos, mostraremos de qué manera suele ser útil en la práctica.

Referencias

- [1] M. Busaniche and R. Cignoli. Constructive logic with strong negation as a substructural logic. Manuscript, 2007.
- [2] J. L. Castiglioni, M. Menni, and M. Sagastume. On some categories of involutive centered residuated lattices. Submitted, 2008.
- [3] J. A. Kalman. Lattices with involution. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 87:485–491, 1958.

Autores: Diego Castaño - J. Patricio Díaz Varela

Lugar: UNS - Bahía Blanca

Expositor: Diego Castaño

Permutabilidad de Congruencias en Álgebras de Implicación

Las álgebras de implicación son los $\{\rightarrow, 1\}$ -subreductos de las álgebras de Boole. La teoría general de estas álgebras fue desarrollada por Abbott en [1, 2] (ver también [4]). Él mostró que existe una correspondencia biunívoca entre la clase de las álgebras de implicación y la clase de las álgebras semi-booleanas, es decir, la clase de semirreticulados superiores tales que todo filtro principal es un álgebra de Boole.

Un *álgebra de implicación* es un álgebra $\mathbf{A} = \langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ de tipo $\langle 2, 0 \rangle$ que satisface las ecuaciones:

1. $x \rightarrow x = 1$
2. $(x \rightarrow y) \rightarrow x = x$,
3. $(x \rightarrow y) \rightarrow y = (y \rightarrow x) \rightarrow x$,
4. $x \rightarrow (y \rightarrow z) = y \rightarrow (x \rightarrow z)$.

Introduciremos primero algunas propiedades básicas de las álgebras de implicación y fijaremos la notación a emplear. Luego daremos una caracterización de la permutabilidad de dos congruencias sobre un álgebra de implicación. Posteriormente simplificaremos las condiciones halladas para el caso en que el álgebra es finita. Finalmente, daremos algunas aplicaciones de los resultados anteriores. En particular, caracterizaremos las álgebras de implicación con la propiedad de permutabilidad de congruencias, daremos una nueva demostración de una caracterización de las congruencias factor dada en [3] y, por último, en el álgebra de implicación libre con un número finito de generadores hallaremos las congruencias que permutan con todas las congruencias del álgebra.

Referencias

- [1] J. C. Abbott. Implicational algebras. *Bull. Math. Soc. Sci. Math. R. S. Roumanie*, 11 (59):3–23 (1968), 1967.
- [2] J. C. Abbott. Semi-boolean algebras. *Mat. Vesnik*, 4 (19):177–198, 1967.
- [3] J. Patricio Díaz Varela and Antoni Torrens. Decomposability of free Tarski algebras. *Algebra Universalis*, 50(1):1–5, 2003.

- [4] Helena Rasiowa. *An algebraic approach to non-classical logics*. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1974. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, Vol. 78.

Autor: Sergio Arturo Celani

Lugar: Depto. de Matemáticas- Universidad Nacional del Centro- CONICET

Semiretículos distributivos pseudocomplementados

Un semiretículo pseudocomplementado es un álgebra $\langle A, \wedge, *, 0, 1 \rangle$ tal que $\langle A, \wedge, 0, 1 \rangle$ es un semiretículo acotado y $*$ es una operación unaria tal que

$$a \wedge b = 0 \text{ si } a \leq b^*,$$

para todo $a, b \in A$. Un semiretículo acotado $\langle A, \wedge, 0, 1 \rangle$ es *distributivo* si para todo $a, b, c \in A$ tal que

$$a \wedge b \leq c$$

existen elementos $a_1, b_1 \in A$ tales que

$$a \leq a_1, \quad b \leq b_1 \quad \text{y} \quad c = a_1 \wedge b_1.$$

En [1] se probó que existe una dualidad topológica entre la categoría de las *DS*-álgebras y la categoría de los *DS*-espacios. Una característica de esta dualidad es que los homomorfismos entre *DS*-álgebras son duales a ciertas relaciones definidas entre *DS*-espacios. Una *DS**-álgebra es un *semiretículo pseudocomplementado, acotado y distributivo*. En este trabajo vamos a presentar una dualidad topológica para las *DS**-álgebras, para lo cual vamos a extender la dualidad para los semiretículos distributivos dada en [1]. También vamos a introducir la subclase de las *DS**-álgebras A que cumplen la propiedad

$$[a^*] \cap [a^{**}] = \{1\},$$

para todo $a \in A$. Llamamos a estas álgebras *semiretículos distributivos de Stone* ya que son una generalización de las álgebras de Stone. Se demuestran algunas caracterizaciones de estas álgebras y se prueba una dualidad topológica.

Referencias

- [1] S. A. Celani, Topological Representation of Distributive Semilattices, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, Vol. 8, (2003), pp.41-51.

Autor: Juan Manuel Cornejo

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca

Variedad generada por cadenas de semi - Heyting

La variedad \mathcal{SH} de las álgebras de semi-Heyting fue introducida en [1] como una abstracción de la variedad \mathcal{H} de las álgebras de Heyting y conserva varias de las propiedades significativas de \mathcal{H} . Así por ejemplo, es aritmética, toda álgebra $\mathbf{A} \in \mathcal{SH}$ es pseudocomplementada y las congruencias sobre \mathbf{A} están determinadas por filtros.

Un álgebra de semi-Heyting es un álgebra de la forma $\mathbb{L} = \langle L, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ tal que $\langle L, \vee, \wedge, 0, 1 \rangle$ es un reticulado distributivo con 0 y 1 y satisface las siguientes identidades:

- (a) $x \wedge (x \rightarrow y) \approx x \wedge y$,
- (b) $x \wedge (y \rightarrow z) \approx x \wedge [(x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)]$,
- (c) $x \rightarrow x \approx 1$.

En el presente trabajo se estudia la variedad generada por las cadenas de semi-Heyting. Se encuentra una base ecuacional para dicha variedad, se dan bases ecuacionales para distintas subvariedades de la misma y se determina el número de álgebras de Heyting no isomorfas que pueden definirse sobre una cadena finita.

[1] H.P. Sankappanavar, *Semi-Heyting Algebras: An Abstraction From Heyting Algebras*. Actas del IX Congreso A. Monteiro, Bahía Blanca, 2007.

Autores: Valeria Castaño - Marcela Muñoz Santis

Lugar: Universidad Nacional del Comahue

Expositor: Valeria Castaño

Dualidad topológica para las álgebras SDH1

En [2], Sankappanavar caracterizó las álgebras subdirectamente irreducibles de la variedad \mathcal{DH} de la álgebras de De Morgan Heyting, e introdujo la subvariedad SDH_1 de aquellas álgebras de \mathcal{DH} que satisfacen la identidad $x^{l*} = x^{2(l*)}$. Más aún, H. P. Sankappanavar indicó una manera de encontrar las álgebras de SDH_1 subdirectamente irreducible finitas.

En este trabajo damos una dualidad topológica tipo Priestley para las álgebras de SDH_1 , y utilizando esta representación, demostramos que las álgebras de SDH_1 subdirectamente irreducibles son precisamente las álgebras de De Morgan Heyting que tienen un único ultrafiltro, resultado que generaliza para el caso infinito lo establecido por H. P. Sankappanavar en [2].

Finalmente, basándonos en los resultados de A. Monteiro de [1] y la caracterización de las álgebras subdirectamente irreducibles encontrada, probamos que la variedad SDH_1 está generada por sus miembros finitos.

Referencias

- [1] MONTEIRO, A.; *Sur les Algèbres de Heyting Symétriques*; Portugaliae Mathematica, Vol. 39; (1980).
- [2] SANKAPPANAVAR, H. P.; *Heyting algebras with a dual lattice endomorphism*; Zeitschrift 33 (1987), 565-573
- [3] PRIESTLEY, H. A.; *Representation of distributive lattices by means of ordered Stone spaces*; Bull. London Math. Soc. 2 (1970), 186,190.
- [4] PRIESTLEY, H. A.; *Ordered sets and duality for distributive lattices*; Ann. Discrete Math. 23(1984), 39-60.

Autor: Fernanda López Martinolich

Lugar: Dpto. de Matemática. Fa. de Economía. Universidad Nacional del Comahue.

Existencia de solución en un sistema de ecuaciones
en la variedad de las álgebras de Post cíclicas

En este trabajo mostramos cómo la aplicación de herramientas del álgebra conmutativa, nos permiten determinar la existencia de soluciones de un sistema de ecuaciones dado en la variedad de las álgebras de Post cíclicas. Para ello utilizamos la interpretación existente entre esta última variedad y la variedad de los cuerpos finitos, bases de Gröbner y algoritmos programados en Maple.

Conferencia Invitada

Ricardo O. Rodríguez

Depto. de Computación, Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Lógicas modales multivaluadas

Las lógicas modales, genéricamente, se identifican con la extensión de una lógica cualquiera con operadores veritativos funcionales (aquellos donde de el valor de verdad de una fórmula compleja sólo depende del valor de verdad de las partes más simples) para incluir operadores que no lo son.

Históricamente las lógicas modales se alimentan de tres tradiciones: la sintáctica, la algebraica y la semántica. La primera es la más antigua y corresponde al estudio y construcción de diferentes cálculos que capturen las distintas intuiciones (interpretaciones) detrás de un operador modal cuyo precursor fue Lewis en 1912. La segunda tradición tuvo nacimiento en la escuela del intuicionismo matemático con Lukasiewicz al introducir las álgebras trivalentes allá por los años 30. La última tuvo su desarrollo a partir de los trabajos de Kripke que definió la semántica general que lleva su nombre.

Como objeto de estudio, las lógicas modales pueden abordarse de tres maneras: el estudio de la llamada teoría de completitud, donde se estudian diversos sistemas modales tanto sintáctica como semánticamente; la llamada teoría de correspondencia, que analiza cuando una clase de modelos (marcos) puede ser caracterizado por una fórmula de primer orden; y finalmente la teoría de la dualidad que establece la relación entre la segunda y tercera tradición mencionada mas arriba y que resulta muy importante porque permite trasvasar resultados de una a otra área.

Recientemente se ha despertado mucho interés por el estudio de las lógicas modales multivaluadas (o sea aquellas donde la interpretación de las fórmulas no es sobre un álgebra de Boole como en el caso clásico o de Heyting en el caso intuicionista).

En esta charla daremos un somero panorama del problema de extender o generalizar a interpretaciones multivaluadas los enfoques clásicos, haciendo una introducción a cada uno de estos abordajes y señalando los resultados conocidos y los problemas que permanecen abiertos.

Autor: Aldo V. Figallo

Lugar: Universidad nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan

Operadores de Moisil débiles sobre un álgebra de Lukasiewicz residuada
(n+1)-valuada

En este trabajo estudiamos la variedad de las $pRL_{(n+1)}$ -álgebras $\langle A, \rightarrow, \nabla, 1 \rangle$, $n \geq 2$, donde los reductos $\langle A, \rightarrow, 1 \rangle$ son álgebras de Lukasiewicz residuadas (n+1)-valuadas (ver [1]) y $\nabla : A \rightarrow A$ es un *operador de Moisil débil* sobre A , es decir satisface las propiedades:

$$(P1) \quad x \rightarrow \nabla y = \nabla(x \rightarrow y),$$

$$(P2) \quad \nabla(\nabla x \rightarrow \nabla y) = \nabla x \rightarrow \nabla y,$$

$$(P3) \quad (x \rightarrow y) \rightarrow_{n-1} x = (\nabla x \rightarrow \nabla y) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow_{n-2} x).$$

Las $pRL_{(n+1)}$ -álgebras son una generalización natural de las álgebras introducidas en [2].

En primer lugar detallamos un método para construir un operador operador de Moisil débil sobre un álgebra de Lukasiewicz residuadas (n+1)-valuada A , posteriormente indicamos una descripción de las congruencias y las álgebras subdirectamente irreducibles. También hemos obtenido una fórmula para obtener el cardinal de las álgebras libres finitamente generadas en términos del número de generadores.

[1] J. Berman and W. Blok, *Free-Lukasiewicz and hoop residuation algebras*, *Studia Logica*, 77 (2004), 153–180.

[2] A. V. Figallo. *I_3 - ∇ algebras*. *Rev. Colombiana Mat.* 17, 3-4 (1983), 105–116.

Autores: Carlos Gallardo - Alicia Ziliani

Lugar: Universidad Nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan.

Expositor: Carlos Gallardo

Sobre las m -álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n

En [2] se definieron a m -álgebras de Lukasiewicz generalizadas de orden n como álgebras $\langle A, \vee, \wedge, f, D_1, \dots, D_{n-1}, 0, 1 \rangle$ de tipo $(2, 2, 1, 1, \dots, 1, 0, 0)$, donde los reductos $\langle A, \vee, \wedge, f, 0, 1 \rangle$ son álgebras de Ockham ([1]) que satisfacen la identidad $f^{2m}(x) = x$, y los operadores unarios D_i verifican las siguientes propiedades:

- $D_i(x \wedge \bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(y)) = D_i(x) \wedge D_i(\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(y))$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $D_i(x) \wedge D_j(x) = D_j(x)$, $1 \leq i \leq j \leq n-1$,
- $D_i(x) \vee f(D_i(x)) = 1$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $D_i(f(\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(x))) = f(D_{n-i}(\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(x)))$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $D_i(D_j(x)) = D_j(x)$, $1 \leq i, j \leq n-1$,
- $x \vee D_1(x) = D_1(x)$,
- $D_i(x) = D_i(\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(x))$, $1 \leq i \leq n-1$,
- $(x \wedge f(x)) \vee y \vee f(y) = y \vee f(y)$,
- $\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(x) \leq \bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(y) \vee f(D_i(\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(y))) \vee D_{i+1}(\bigvee_{p=0}^{m-1} f^{2p}(x))$,
 $1 \leq i \leq n-2$.

En esta nota presentamos una nueva descripción de las congruencias en las m -álgebras de las Lukasiewicz generalizadas de orden n .

Referencias

- [1] A. Urquhart, *Distributive lattices with a dual homomorphic operation*, *Studia Logica* 38 (1979), 201-209.
- [2] J. Vaz De Carvalho and T. Almada, *A generalization of the Lukasiewicz algebras*, *Studia Logica* 69 (2001), 329-338.

Autor: Ariel Arbiser

Lugar: Dpto. de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Consistencia a través de variables positivas

Se dan nuevas pruebas de consistencia puramente sintácticas para distintas variantes de λ -cálculo tipado. De ese modo se obtiene también la consistencia de las lógicas asociadas a estos cálculos (a través del isomorfismo de Curry-Howard), por ejemplo la lógica intuicionista (generalizable luego a la lógica proposicional clásica).

Nos basamos en deducción natural con juicios de la forma $\Gamma \vdash \sigma$ (o $\Gamma \vdash M : \sigma$) donde Γ es un conjunto de fórmulas bien formadas (o variables con su tipo), σ es una fórmula (o tipo) y M es una prueba (o término).

Para el caso del cálculo simplemente tipado λ^{\rightarrow} , así como para $\lambda^{\cap^{-}}$ (sistema de tipos que incorpora sub tipado dado por una relación de orden parcial \leq), se define el conjunto de *variables positivas* de un tipo como sigue:

$$\begin{aligned} PV(\mathbf{t}) &= \emptyset && \mathbf{t} \text{ un tipo básico} \\ PV(\alpha) &= \{\alpha\} && \alpha \text{ una variable de tipo} \\ PV(\sigma \rightarrow \tau) &= PV(\tau) \setminus PV(\sigma) \\ PV(\sigma \cap \tau) &= PV(\sigma) \cup PV(\tau) && \text{(sólo para el caso de } \lambda^{\cap^{-})} \end{aligned}$$

y se define $PV(\Gamma) = \bigcup_{x:\sigma \in \Gamma} PV(\sigma)$.

Para λ^{\rightarrow} y $\lambda^{\cap^{-}}$ se prueba que $\Gamma \vdash M : \sigma$ implica $PV(\sigma) \subseteq PV(\Gamma)$, y para el segundo además que $\sigma \leq \tau$ implica $PV(\tau) \subseteq PV(\sigma)$. Como consecuencia, las fórmulas que contengan alguna variable positiva no serán derivables del vacío, lo que prueba la consistencia.

La ventaja principal de esta técnica es que no requiere la demostración de tres teoremas del λ -cálculo asociado: 1) la caracterización sintáctica de las formas normales, 2) la preservación de los tipos tras la reducción y 3) la normalización fuerte de los términos tipables (es decir que éstos no admiten secuencias de reducción infinitas). La tercera de estas propiedades por lo general es no trivial, o incluso podría no valer.

El mecanismo no se puede extender a la lógica de primer orden, ni al sistema de tipos de alto orden λ^2 (de Girard y Reynolds, que agrega reglas de \forall -introducción y \forall -eliminación), por razones vinculadas al segundo teorema de incompletitud de Gödel. Sin embargo, en un sistema estrictamente intermedio entre λ^{\rightarrow} y λ^2 , en el cual no vale la regla de \forall -introducción, la aplicación es posible. Actualmente estamos estudiando una adaptación de la técnica a otras formulaciones del λ -cálculo.

Referencias

- [1] H. P. Barendregt. Lambda Calculi with Types. Handbook of Logic in Computer Science, Vol II, Chap 2. Clarendon Press, Oxford, 1992.
- [2] M. H. B. Sørensen, P. Urzyczyn. Lectures on the Curry-Howard isomorphism. University of Copenhagen and University of Warsaw, 1998.

Autores: A. V. Figallo - I. Pascual - A. Ziliani

Lugar: Universidad Nacional del Sur . Universidad Nacional de San Juan

Expositor: Inés Pascual

Retículos distributivos monádicos fuertes

En este trabajo introducimos y analizamos a los retículos distributivos monádicos ([1]) que satisfacen la identidad $\forall (x \vee \forall y) = \forall x \vee \forall y$. A tales álgebras las denominamos retículos distributivos monádicos fuertes. Hemos obtenido, entre otros resultados dos dualidades topológicas que extienden a las dualidades que antes determinamos para los retículos distributivos monádicos en [1] y [2]. A partir de estas dualidades hemos caracterizado las congruencias y los retículos distributivos monádicos fuertes subdirectamente irreducibles.

- [1] A. V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani, *Monadic distributive lattices*, Logic J. of the IGPL, 15 (2007), 535–551 (2006).
- [2] A. V. Figallo, I. Pascual, A. Ziliani, *Monadic Distributive Lattices and Monadic Augmented Frames*, Annals of the CLE 30 Years, XV Latin-American Symposium on Mathematical Logic. Paraty, Brasil, 2008.

Autores: A. V. Figallo - M. A. Jimenez

Lugar: Universidad Nacional del Sur. Universidad Nacional de San Juan

Expositor: María A. Jimenez

Congruencias principales en los M_3 -retículos

En esta nota estudiamos las congruencias principales en los M_3 -retículos ([1]), por medio de una dualidad topológica que obtuvimos para estas álgebras (ver [2]). Entre otros resultados, probamos que las congruencias principales son booleanas y determinamos los ideales que las definen.

Referencias

- [1] A. V. Figallo. Los M_3 -reticulados. Rev. Colombiana de Matemática, 21 (1987), 95-106.
- [2] M. A. Jiménez. Dualidad de Priestley para los M_3 -retículos. Actas del VII Congreso Dr. Antonio A. R. Monteiro. Vol 1, 22, 2003.

Teoría de Lie

Organiza:

Paulo Tirao

Conferencia Invitada
Esther Galina
Universidad Nacional de Córdoba

Una nueva prueba de la conjetura de Kirillov

Sea $G = GL(n, \mathbb{K})$, $\mathbb{K} = \mathbb{R}, \mathbb{C}$ y P el subgrupo de G que deja invariante al vector $(0, \dots, 1)$. En este trabajo damos otra demostración de la Conjetura de Kirillov que establece que la restricción a P de toda representación unitaria irreducible de G es irreducible. Barush demostró este resultado en 2003 usando un análogo al Teorema de Regularidad de Harish-Chandra y técnicas similares [B]. Nuestra demostración utiliza herramientas de la teoría de D -módulos, como las las utilizadas en [GL] y [L].

Trabajo en colaboración con Yves Laurent.
Institut Fourier, Grenoble.

[B] E. M. Barush, *A proof of Kirillov's conjecture*, Annals of Mathematics **158** (2003), 207–252.

[GL] E. Galina, Y. Laurent, *D-modules and characters of semisimple Lie groups*, Duke Mathematical Journal **123**, Number 2 (2004), 265–309.

[L] Y. Laurent, *b-functions and integrable solutions of holonomic D-module*, Astérisque **296** (2004), 145–165.

Autores: Alfredo Brega - Leandro Cagliero - Juan Tirao
Lugar: Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Alfredo Brega

El álgebra B y sus W -invariantes

Sea G_o un grupo de Lie real semisimple, conexo, no compacto y con centro finito, y sea K_o un subgrupo compacto maximal de G_o . Denotamos con \mathfrak{g} y \mathfrak{k} las complejificaciones de las álgebras de Lie de G_o y K_o . Sean $U(\mathfrak{g})$ el álgebra universal de \mathfrak{g} y $U(\mathfrak{g})^K$ el centralizador de K_o en $U(\mathfrak{g})$.

Sea $P : U(\mathfrak{g}) \rightarrow U(\mathfrak{k}) \otimes U(\mathfrak{a})$ la proyección correspondiente a la suma directa $U(\mathfrak{g}) = (U(\mathfrak{k}) \otimes U(\mathfrak{a})) \oplus U(\mathfrak{g})\mathfrak{n}$, asociada a una descomposición de Iwasawa $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{a} \oplus \mathfrak{n}$ adaptada a \mathfrak{k} . Si M_o es el centralizador de A_o en K_o y $U(\mathfrak{k})^M$ es el centralizador de M_o en $U(\mathfrak{k})$, uno tiene la siguiente sucesión exacta

$$0 \rightarrow U(\mathfrak{g})^K \xrightarrow{P} U(\mathfrak{k})^M \otimes U(\mathfrak{a}).$$

Además, P resulta un anti-homomorfismo de álgebras si en $U(\mathfrak{k})^M \otimes U(\mathfrak{a})$ consideramos la estructura producto tensorial de álgebras. El problema que nos interesa es el de caracterizar la imagen de P , la cual todavía se desconoce en general. Por mayor información referimos al lector a los siguientes trabajos [2], [3] y [1].

Para determinar la imagen $P(U(\mathfrak{g})^K)$, Tirao introduce en [3] una subálgebra B de $U(\mathfrak{k})^M \otimes U(\mathfrak{a})$ la cual está definida por ecuaciones lineales en $U(\mathfrak{k})$ que se derivan de ciertas inmersiones de módulos de Verma y prueba que $P(U(\mathfrak{g})^K) = B^{W_\rho}$, cuando G_o es localmente isomorfo a $SO(n, 1)$ ó $SU(n, 1)$. Donde, W es el grupo de Weyl del par $(\mathfrak{g}, \mathfrak{a})$, ρ es la mitad de la suma de las raíces positivas de \mathfrak{g} , y B^{W_ρ} es la subálgebra de todos los elementos en B que son invariantes por la acción producto tensorial de la acción de W en $U(\mathfrak{k})^M$ y la acción trasladada de W on $U(\mathfrak{a})$. En esta oportunidad mostraremos que si $\text{rango}(G_o) = \text{rango}(K_o)$ (es decir, G_o es localmente isomorfo a $SO(2n, 1)$ ó $SU(n, 1)$) se tiene que $B^{W_\rho} = B$.

Referencias

- [1] A. Brega, L. Cagliero y J. Tirao, The image of the Lepowsky homomorphism for the split rank one symplectic group, *J. Algebra*, accepted.

- [2] B. Kostant y J. Tirao, On the structure of certain subalgebras of a universal enveloping algebra, *Trans. Amer. Math. Soc.* **218** (1976), 133-154.
- [3] J. Tirao, On the centralizer of K in the universal enveloping algebra of $SO(n, 1)$ and $SU(n, 1)$, *Manuscripta math.* **85** (1994), 119-139.

Autores: Juan Alfredo Tirao - Ignacio Nahuel Zurrián

Lugar: UNC - FaMAF

Expositor: Ignacio Nahuel Zurrián

Funciones esféricas matriciales asociadas a la esfera tridimensional

El objetivo de este trabajo es determinar explícitamente las funciones esféricas irreducibles de cualquier K-tipo asociadas al par

$$(G, K) = (SO(4), SO(3))$$

Esto se logra asociando a cada función esférica una función a valores matriciales definida en la esfera tridimensional y que queda determinada por su restricción H a un meridiano. Las entradas matriciales de H son soluciones de dos sistemas acoplados de ecuaciones diferenciales. Mediante una adecuada conjugación que involucra los polinomios de Hahn, se puede desacoplar uno de estos sistemas y expresar las entradas de H en términos de soluciones polinomiales de funciones hipergeométricas de Gauss ${}_2F_1$. Entre estas soluciones se reconocen aquellas que además son soluciones del otro sistema, determinando así una correspondencia entre las funciones esféricas y ciertos autovectores de matrices tridiagonales.

Autores: Leandro Cagliero - Nadina Rojas
Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
Expositor: Nadina Rojas

Representaciones fieles de álgebras de Lie nilpotentes de dimensión finita

Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie de dimensión finita sobre un cuerpo k de característica cero y sea

$$\mu(\mathfrak{g}) = \min\{\dim V : (\pi, V) \text{ es una representación fiel de } \mathfrak{g}\}.$$

Por el Teorema de Ado, sabemos que el invariante $\mu(\mathfrak{g})$ es finito. Sin embargo, dada un álgebra de Lie concreta, o una familia de álgebras de Lie, es en general un problema difícil obtener el valor o una cota para μ .

En la clase álgebras de Lie nilpotentes se sabe, por ejemplo, que si \mathfrak{g} es filiforme, entonces $\mu(\mathfrak{g}) \geq \dim \mathfrak{g}$; que si \mathfrak{g} es k -pasos con $k = 2, 3$ entonces $\mu(\mathfrak{g}) \leq \dim \mathfrak{g} + 1$ y que existen álgebras de Lie \mathfrak{g} tales que $\mu(\mathfrak{g}) > \dim \mathfrak{g} + 1$.

En este trabajo construimos representaciones fieles de álgebras de Lie k -pasos nilpotente. En particular para $k = 2$ obtenemos el siguiente resultado:

Sea \mathfrak{z} el centro de \mathfrak{g} y \mathfrak{v} un complemento directo de \mathfrak{z} en \mathfrak{g} , es decir $\mathfrak{g} = \mathfrak{v} \oplus \mathfrak{z}$ entonces

$$\mu(\mathfrak{g}) \leq \min\{a + b \dim \mathfrak{v} : ab \geq \dim \mathfrak{z}\}.$$

En particular si $a = \dim \mathfrak{z}$ y $b = 1$ obtenemos que $\mu(\mathfrak{g}) \leq \dim \mathfrak{g}$, lo cual mejora la cota ya conocida.

Conferencia Invitada
Fernando Levstein
Fa.M.A.F.

Cómo construir los octoniones a partir de las raíces de G_2

Se debe a Cartan la realización del grupo de Lie simple excepcional G_2 como grupo de automorfismos del álgebra de octoniones. En esta comunicación mostraremos una forma de desandar el camino, es decir, construir los octoniones a partir de G_2 . Concretamente veremos cómo definir subconjuntos de las raíces de G_2 de tal manera que definiendo una multiplicación entre ellos basada en la diferencia simétrica de conjuntos, se obtenga la tabla de multiplicar de una base del álgebra de octoniones.

Trabajo en colaboración con A. Kaplan.
Universidad Nacional de Córdoba

Conferencia Invitada
Sebastián Simondi
ICB-Universidad Nacional de Cuyo

La ecuación hipergeométrica matricial generalizada

En este trabajo generalizamos la ecuación hipergeométrica matricial de Gauss

$$z(1-z)F''(z) + (C - z(A+B+1))F'(z) - ABF(z) = 0,$$

introducida por J. Tirao en *The matrix valued hypergeometric equation*, PNAS (2003), donde A , B y C son matrices complejas en $\mathbb{C}^{r \times r}$ y F denota una función compleja con valores en \mathbb{C}^r . Para ello extendemos naturalmente el número de parámetros de la ecuación hipergeométrica matricial, de manera análoga a lo hecho en el caso escalar a finales del siglo diecinueve. Introducimos las correspondientes funciones hipergeométricas matriciales generalizadas ${}_mF_n$ y determinamos conjuntos fundamentales de soluciones de la ecuación diferencial alrededor de sus puntos singulares regulares expresados en términos de dichas funciones. Además hallamos condiciones suficientes para la convergencia absoluta de las ${}_{n+1}F_n$ en el disco unidad $|z| = 1$.

Trabajo en colaboración con P. Román.
CIEM - FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

Autores: Carina Boyallian - Vanesa Meinardi

Lugar: FaMAF

Expositor: Vanesa Meinardi

Representaciones de peso máximo cuasifinitas de la subálgebra de Lie de tipo ortogonal de los operadores diferenciales matriciales sobre el círculo

Para calcular las representaciones irreducibles de crecimiento finito del álgebra conforme infinita de tipo ortogonal, que es una subálgebra de gc_N , el análogo conforme del álgebra lineal general, es necesario conocer las representaciones cuasifinitas de su álgebra de anulación. Esta corresponde a la subálgebra de Lie de tipo ortogonal de los operadores diferenciales matriciales sobre el círculo. Más precisamente, en este trabajo, estudiamos la estructura de las subálgebras parabólicas y caracterizamos en términos de cuasipolinomios las representaciones irreducibles de peso máximo cuasifinitas de esta subálgebra –

Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Jesus Alonso Ochoa Arango, Alejandro Tiraboschi

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, FaMAF

Expositor: Jesús Alonso Ochoa Arango

Sobre la estructura de los grupoides dobles de Lie delgados

En arXiv:math/0602497v2 Andruskiewitsch and Natale dieron una descripción general de un grupoide doble discreto que satisface la condición de llenado en términos de factorizaciones de grupoides y 2-ciclos de grupoides. En esta charla expondremos algunos resultados obtenidos en el proyecto de llevar la anterior descripción al caso diferenciable. Mas exactamente, probaremos que si en un diagrama de grupoides de Lie (\mathcal{D}, j, i) las aplicaciones i y j son transversales en las identidades, entonces podemos asociarle de forma natural un grupoide doble de Lie *delgado* $\square(\mathcal{D}, j, i)$. De otro lado, mostraremos una descripción alternativa del grupoide diagonal asociado a un grupoide doble de Lie delgado $(\mathcal{B}; \mathcal{V}, \mathcal{H}; \mathcal{P})$ en términos de una acción del grupoide *core* $\mathbf{E}(\mathcal{B})$ sobre la variedad $\mathcal{V}_b \times_l \mathcal{H}$, donde b y l denotan la aplicación *final* y *origen* de los grupoides \mathcal{V} y \mathcal{H} respectivamente. Demostraremos que si dicha acción es propia, entonces podemos construir un diagrama de grupoides de Lie asociado al grupoide doble original.

Autores: Nicolás Andruskiewitsch - Jesús Ochoa Arango - Alejandro Tiraboschi

Lugar: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Alejandro Tiraboschi

Grupoides de Lie dobles delgados localmente triviales

Si H y P son dos grupoides localmente triviales sobre P , se determinará una equivalencia de categorías entre la categoría de los grupoides de Lie dobles delgados localmente triviales del tipo $(B; V, H; P)$ y (V, H) -factorizaciones de grupoides (D, i, j) .

Biomatemática

Organiza:

Inés Pacharoni

Conferencia Invitada**Andrés Barrea****FaMAF - UNC****Detección de tumores via termografía**

La temperatura del cuerpo humano está controlada por la circulación sanguínea, la actividad metabólica y por el intercambio que se da entre la piel y el medio ambiente. Cualquier anomalía en el tejido humano, como puede ser la presencia de un tumor, altera los valores usuales de temperatura sobre la piel debido al incremento de actividad metabólica y circulación sanguínea. Por lo tanto, la detección de un perfil de temperatura anormal sobre la piel puede indicar la presencia interna de un tumor. El objetivo de este trabajo es predecir, a través del conocimiento del perfil de temperatura sobre la piel, la localización y tamaño del tumor, asumiendo que este tiene una forma esférica. Estos parámetros se obtienen por medio de la resolución de un problema inverso.

Para modelar la transferencia de calor en el cuerpo humano se consideró la ecuación de Penne's:

$$\lambda_e \nabla^2 T_e(x) + k[T_b - T_e(x)] + Q_{me} = 0 \quad x \in \mathbb{R}^2$$

donde $e = 1, 2$ corresponde a los subdominios de tejido sano y tumor respectivamente, λ_e es la conductividad térmica, $k_e = G_{b_e} c_b$ es el coeficiente de perfusión, G_{b_e} es la tasa de perfusión sanguínea, c_b es el calor específico de la sangre, T_b es la temperatura de la sangre y Q_{me} es la fuente de calor metabólico.

Para resolver este problema elíptico, con condiciones de borde mixtas, utilizamos un esquema de diferencias finitas (DF). La resolución mediante DF establece la relación entre la localización del tumor y su tamaño con el perfil de temperatura sobre la piel, todo esto bajo el modelo idealizado de transferencia de calor humano (problema directo). Luego un algoritmo de optimización fue utilizado para estimar los parámetros correspondientes al tumor (centro y radio). La función objetivo relaciona los datos clínicos obtenidos mediante termografía o simulación, con los datos obtenidos por DF dado un cierto conjunto de parámetros. La función está definida por:

$$E(x, y, R) = \|T_{obs} - T_{num}(x, y, R)\|_{2, \infty}$$

donde T_{obs} es la temperatura observada y T_{num} es la temperatura sobre la piel estimada mediante DF considerando los parámetros (x, y, R) que corresponden al centro (x, y) y radio del tumor.

Trabajo en colaboración con J. P. Agnelli y C. Turner.
Universidad Nacional de Córdoba.

Autores: Juan Carlos Rosales - Hyun Mo Yang

Lugar: Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta. Dpto de Matemática. IMECC, EPIFISMA Universidad Estadual de Campinas

Expositor: Juan Carlos Rosales

Discriminación espacial de casos urbanos y rurales de Leishmaniasis Tegumentar Americana 2005-2006, posibles patrones de propagación en Hipólito Yrigoyen, Salta, Argentina.

La discriminación de los casos Leishmaniasis Tegumentar Americana (LTA) en urbanos y rurales en la localidad de Hipólito Yrigoyen, Salta, Argentina, durante el período 2005-2006, en una escena compuesta de NDVI (Normal Difference Vegetation Index), indican el potencial riesgo de adquirir la enfermedad en la localidad misma. Mediante matrices simples de casos por regiones demarcadas sobre una imagen de HY, se interpolaron estos valores para obtener curvas de nivel con el objeto de visualizar patrones de propagación de la enfermedad. La incidencia encontrada en el período fue de 26,21/10000 habitantes y 18,23/10000 habitantes, los datos fueron proporcionados por el PEDIS (Programa de Enfermedades Dermatológicas de Interés Sanitario) y el hospital local Eva Perón. Estos resultados sugieren la realización de nuevas campañas de prevención para acrecentar el conocimiento de la enfermedad y descartar la creencia en los habitantes de que el riesgo se presenta solamente cuando incursionan en la selva subtropical o en los cañaverales, que rodean la localidad, ya sea por actividades laborales o de caza y pesca en la cercanías del río Bermejo. Con respecto a la distribución espacial, observamos que la misma en el año 2005 ha presentado un foco importante en el SE, correspondiente a viviendas precarias que no pertenecen a planes de urbanización municipal ni provincial y uno menos importante en el NO de HY, los cuales se desplazaron hacia el SO y Centro de la localidad respectivamente en el 2006.

Palabras claves: Modelización. Leishmaniasis Tegumentar Americana. Incidencia. NDVI.

Autores: Marcos E. Gaudio - Cristina V. Turner

Lugar: Córdoba

Expositor: Marcos Enrique Gaudio

Un intento de describir la naturaleza fractal de un tumor

Los modelos matemáticos conocidos para representar los tumores cerebrales (por ej. gliomas) se basan por lo general en una ecuación del tipo reacción-difusión:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla c) + \rho c \quad (39)$$

donde $c = c(x, t)$ es la concentración de células tumorales $D = D(x, t)$ es el coeficiente de difusión (generalmente es una matriz) y ρ es la tasa de crecimiento exponencial del tumor (ver por ej. [1], [2] y [3]). Además se debe cumplir que:

$$\nabla c(x, t) \cdot \hat{n} = 0 \quad \text{para } x \in \partial\Omega, \quad (40)$$

donde \hat{n} es la normal a la superficie del cráneo, representado por $\Omega \subset \mathbf{R}^3$.

Los métodos de diagnóstico sólo permiten detectar densidades de células cancerígenas que se encuentren por arriba de cierto valor umbral de concentración c^* (actualmente de unas 40000 células por cm^3). Generalmente se modeliza todo con un esquema de frontera libre, en el que el borde del tumor ∂_{tumor} es la superficie de nivel de todos los x tales que $c(x, t) = c^*$.

Es bien conocido que el principal problema de este modelo matemático se encuentra en no poder contemplar el fenómeno de la *recurrencia*: si se extirpa o se trata el tumor sólo dentro de la región donde $c(x, t) \geq c^*$, siempre ocurre que muchas células cancerosas quedan más allá de ∂_{tumor} , por lo que luego del tratamiento, el tumor se regenera nuevamente.

Nunca un tumor tiene un borde bien definido, sino que -al igual que en muchos procesos biológicos- presenta por lo general cierta estructura del tipo fractal en su superficie. En esta charla mostraré con simulaciones numéricas cómo construir un coeficiente de difusión $D(x, t)$ que reproduzca ese complejo aspecto.

REFERENCIAS:

- [1] K. Swanson, C. Bridge, J. Murray y E. Alvord. *Virtual and real brain tumors: using mathematical modeling to quantify glioma growth and invasion*, Journal of the Neurological Sciences (2003).

- [2] K. Swanson, E. Alvord y J. Murray. *Virtual Resection of gliomas: Effect of Extent of Resection on Recurrence*, Mathematical and Computer Modelling (2003).
- [3] S. Jbabdi, E. Mandonnet, H. Duffau, L. Capelle, K. Swanson, M. Péligrini-Issac y H. Benali. *Simulation of Anisotropic Growth of Low-Grade Gliomas Using Diffusion Tensor Imaging*, Magnetic Resonance in Medicine (2005)

Autores: Verónica Simoy - G.A. Canziani - G. J. Fernandez
Expositor: Verónica Simoy, email: canziani@exa.unicen.edu.ar

Contrucción de un modelo basado en el individuo para obtener la tasa de natalidad de poblaciones de Rhea americana

En este trabajo se persigue obtener uno de los parámetros de la ecuación de Shape-Lotka mediante la cual se modelará la dinámica poblacional del ñandú (Rhea americana). El modelo está definido por:

$$\rho(a, t) = \begin{cases} L(a) B(t-a) & 0 \leq a \leq t \\ \pi(\alpha-t, a) \varphi(a-t) & t < a \end{cases}$$

donde

$$B(t) = \int_0^{\infty} \beta(a) \rho(a, t) da \quad (\text{C.B.})$$

representa la función de nacimientos, $\beta(a)$ la tasa de natalidad, $\rho(a, t)$ la cantidad de individuos de edad a en t , $L(a)$ la probabilidad de que un individuo sobreviva hasta la edad a , $\pi(\alpha, a)$ probabilidad de que un individuo de edad α sobreviva a la edad a y $\varphi(a-t)$ la cantidad de individuos de edad $a-t$ en el tiempo inicial.

Los parámetros a determinarse son dos: la fertilidad (β) y la supervivencia (L) dado que $\pi(\alpha, a)$ y $B(t)$ se deducen de éstos.

En este trabajo se busca obtener la fertilidad a partir de la construcción de un modelo basado en el individuo. Con tal fin se realizó un balance energético, ya que a partir de éste, se puede determinar si un individuo ha acumulado la energía necesaria para poder reproducirse y, si es así, estimar con cuántos pichones contribuirá a la población.

Para que un individuo pueda reproducirse es necesario que durante la época no reproductiva haya podido almacenar la energía necesaria para poder afrontar los gastos que le genera la reproducción. Entonces es necesario conocer la cantidad y las características del alimento ingerido por cada individuo para determinar la energía metabolizable que éste le está proporcionando. Los costos energéticos diarios del ñandú se estiman a partir de las actividades que desarrolla y del costo asociada a las mismas. Las variables que se consideraron en la construcción del modelo fueron el peso del individuo, la cantidad de alimento que consume y su contenido energético. Además se trabajó con observaciones de comportamiento en las distintas estaciones –post

reproductiva, no reproductiva y reproductiva-, el costo que tiene cada actividad, y el costo asociado a la reproducción, así como aspectos específicos de la especie en cuanto a su biología reproductiva (época de mayor nidificación, tamaño de puesta, cantidad de huevos por hembra, etc.).

Conferencia Invitada

Diana Kelmansky

Instituto de Cálculo, Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, dkelmansky@gmail.com

Tratamiento de datos genómicos:
un desafío para matemáticos y estadísticos

En los últimos 10 años se han desarrollado de técnicas experimentales que permiten determinar simultáneamente la presencia o ausencia de miles de secuencias diferentes de ADN en un cromosoma como así también evaluar el nivel de expresión de miles de genes en diferentes tejidos. Se trata de experimentos que utilizan microarreglos. Han dado lugar a una nueva área de investigación: "genómica". Por su dimensión, los datos que se obtienen requieren para su tratamiento el uso de sistemas informáticos específicos y para su análisis y modelización un trabajo interdisciplinario entre biólogos, matemáticos, físicos y estadísticos.

Describiremos dichos experimentos desde el punto de vista de un no biólogo y definiremos los nuevos términos y conceptos con los que se enfrenta un matemático al incursionar en esta explosiva área del conocimiento.

En particular, se presentarán las transformaciones que habitualmente se utilizan y discutimos el enfoque de modelización que permite explicar y corregir dos problemas presentes en este tipo de datos: la dependencia de la variabilidad con los niveles de intensidad y las estructuras no atribuibles a la biología que se observan en los gráficos MA.

Autores: Verónica Pastor - S. Andrés - I.M. Irurzun - E. Mola

Lugar: Instituto de Investigaciones Físicoquímicas Teóricas y Aplicadas (INIFTA-CCT La Plata - CONICET - UNLP)

Expositor: Verónica Pastor

Análisis dinámico de series de variabilidad del ritmo cardíaco

Los sistemas dinámicos constan de estados que vienen definidos por una serie de variables dependientes del tiempo (variables de estado) y por una serie de leyes (una dinámica) que expresan las variaciones de las variables a lo largo del tiempo. La representación de los sistemas dinámicos se lleva a cabo en un espacio de fases (espacio euclídeo abstracto) en el que cada punto define un estado y cada trayectoria una evolución del sistema.

En los sistemas dinámicos reales las variables de estado o las leyes dinámicas no siempre son conocidas; sin embargo su evolución en el espacio de fases puede reconstruirse a partir de un único observable físico. El método de reconstrucción por medio de las coordenadas de retraso está basado en el Teorema de Saunders y Takens y requiere de una serie temporal formada por los valores sucesivos de un dado observable físico.

El problema de la ausencia de datos es de gran importancia en el análisis de las series temporales ya que, en muchos casos no se pueden volver a tomar los datos. En ciertos casos las series están formadas por promedios de valores muestrales.

En esta comunicación se muestran los resultados de la reconstrucción de series temporales de electrocardiogramas, provistas por la Base de Datos del Grupo de Sistemas Complejos y de la base pública del Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Se realizan dos tipos de cálculo con estas series. Dada una serie de longitud M , uno de los cálculos consiste en tomar un dato cada N ; obteniendo así una nueva serie de M/N datos. La otra operación $\frac{1}{2}n$ consiste en promediar cada N datos obteniendo nuevamente una serie de M/N datos pero que contiene la información de todos.

Se analiza el efecto de estas operaciones sobre la dimensión de encaje de las series y se relaciona con el comportamiento dinámico del sistema.

Conferencia Invitada**Gabriel Soto****Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco**

Plasticidad temporal y permanente en la corteza auditiva primaria

Hace más de cincuenta años que existe evidencia que estímulos sensoriales que producen cambios de comportamiento producen cambios en la arquitectura de la corteza auditiva primaria (ACx). Dichos cambios pueden ser de corto plazo, e.g. *discriminación de tonos* [1], y de largo plazo, e.g. *condicionamiento negativo* [2]. Estas modificaciones en los circuitos neuronales están asociados al *almacenamiento de memoria* en el sistema nervioso central. Para poder investigar qué procesos fisiológicos inducen estos cambios en la estructura de la red neuronal, desarrollamos un modelo computacional de las capas III y IV de la corteza auditiva primaria. En esta charla, presentaremos algunos resultados obtenidos a partir del modelo computacional, sobre el papel que juegan la *neuromodulación* y la *plasticidad sináptica* como potenciales procesos que intervienen en los cambios estructurales, de corto y largo plazo respectivamente [3, 4].

Referencias

- [1] Fritz, J., Shamma, S., Elhilali, M., Klein, D. *Rapid task-related plasticity of spectrotemporal receptive fields in primary auditory cortex*. Nature Neurosci, 6, 1216-1223, 2004.
- [2] N. M. Weinberger. *Specific long-term memory traces in primary auditory cortex*. Nat. Rev. Neurosci, 5:279-290, 2004.
- [3] Soto, G. Kopell, N. Sen, K. *A computational model for long term plasticity in primary auditory cortex*, Abstract 35th Society for Neuroscience, Washington DC 2005.
- [4] G.R. Soto, N. Kopell, and K. Sen. *Network architecture, receptive fields and neuromodulation: computational and functional implications of cholinergic modulation primary auditory cortex* J. Neurophysiology, 96(6):2972-83, 2006.

Estadística y Probabilidades

Organizan:

Graciela Boente Boente - Pablo Groisman

Conferencia Invitada
Inés Armendáriz
Universidad de San Andrés

Fluctuaciones en el perfil de las medidas de equilibrio
para procesos de alcance nulo

En este artículo probamos una versión fuerte de la equivalencia de ensembles para las medidas invariantes de procesos de alcance nulo condicionados a una densidad de partículas supercrítica. Es sabido que en este caso hay un único sitio donde se acumula un número macroscópicamente grande de las partículas del sistema. Mostramos entonces que en el límite termodinámico la distribución de partículas en los sitios restantes es igual a la medida gran canónica a densidad crítica. Se derivan como corolarios teoremas límites para los estadísticos de orden de las componentes y para las fluctuaciones en la distribución de las partículas fuera del condensado. Los resultados se siguen de un estudio detallado de la forma en que se producen los grandes desvíos en la suma de una cantidad de variables con distribución subexponencial. Este resultado completa el trabajo de Großkinsky, Schütz y Spohn, en el cual muestran convergencia para las marginales de dimensión finita.

Trabajo en colaboración con Michail Loulakis.

Conferencia Invitada
Julián Fernández Bonder
Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

El ruido blanco espacio-temporal elimina las soluciones globales en ecuaciones de reacción-difusión

Probaremos que si se perturba la ecuación de reacción-difusión $u_t = u_{xx} + (u^+)^p$, ($p > 1$), con ruido blanco espacio-temporal las soluciones de la ecuación explotan con probabilidad uno para todo dato inicial, a diferencia del modelo determinístico en donde existe una solución estacionaria positiva.

Conferencia Invitada

Sebastian P. Grynberg

Depto. de Matemática, Fac. de Ingeniería, UBA

Simulación de eventos poco probables

Cuando se necesita muestrear eventos poco probables los métodos ingenuos (del tipo aceptación-rechazo) resultan inadecuados debido a que la cantidad de ensayos necesarios hasta conseguir un éxito es inversamente proporcional a la probabilidad del evento que se desea observar. El problema se percibe inmediatamente cuando se quiere muestrear una distribución Gaussiana limitada a tomar valores sobre un intervalo acotado lejos de su media.

El Gibbs Sampler es un caso particular de los métodos MCMC para simular asintóticamente distribuciones de probabilidad en espacios de dimensión finita. El objeto de esta charla es mostrar como simular en forma perfecta (es decir, no asintótica) distribuciones finito dimensionales de ciertas medidas de Gibbs en espacios compactos: las muestras perfectas de la distribución objetivo se obtendrán construyendo una versión estacionaria del Gibbs Sampler asociado.

Conferencia Invitada
Matthieu Jonckheere
CWI Netherlands

Stability of two-dimensional birth and death processes
with state dependent jump rates

We examine the stochastic stability of state dependent birth and death processes under various assumptions on the jump rates. A first class of models deals with interfering processors having service rates depending on the number of users present of each of the classes and subject to static or dynamic load balancing. We derive Lyapunov functions that are connected to the solutions of one dimensional Poisson equation. We then characterize the optimal static load balancing. The Lyapunov function found for the static load balancing is used to derive the exact stability condition of an interesting class of dynamic load balancing policies. We show that for certain properties of the state-dependent service rates, simple dynamic load balancing schemes improve the stability condition. A second class of models deals with 0-homogenous service rates for which a geometric characterization of the stability region can be found.

Autor: Guillermo Amaral

Lugar: Depto. de Computación, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Simulación de modelos de percolación anisotrópicas con enlaces eventualmente abiertos a distancia unitaria y a distancia fija k arbitrario

Desde el artículo fundacional de Broadbent y Hammersley [1957] la percolación se convirtió en un tema muy atractivo para los científicos: fenómenos muy fáciles de describir, ofrecían y ofrecen dificultades matemáticas considerables (Grimmett [1999]). De hecho, en la mayoría de las situaciones hasta ahora planteadas, ciertos parámetros (la probabilidad crítica, por ejemplo) sólo pueden aproximarse mediante simulación computacional.

En este trabajo se describe la preparación, diseño, implementación y simulaciones numéricas de fenómenos de percolación para los cuales aún no se conoce solución teórica, y que no han sido suficientemente estudiados numéricamente como la percolación anisotrópica (las probabilidades de que los enlaces están abiertos no son todas iguales sino que dependen de la dirección de cada enlace), la percolación truncada o finita de largo alcance (truncated or finite long range percolation) y una combinación de ambas.

Mediante estas simulaciones se estima la probabilidad crítica de percolación anisotrópica en dos y tres dimensiones para el caso en que haya probabilidad de enlaces abiertos para sitios primeros vecinos y agregando, además, "macroenlaces" que conectan sitios a distancia exactamente k , con k entero mayor que uno. En particular, la probabilidad de percolación a medida que k aumenta, cuando las probabilidades de primeros vecinos y vecinos a distancia k se mantienen fijas.

Referencias

1. Broadbent, S. R. y Hammersley, J. M. (1957), Percolation processes I. Crystals and mazes, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 53, 629-641.
2. Grimmett, G. (1999), Percolation, Springer-Verlag, Berlin, 2nd edition.

Comunicación Invitada

Julián Martínez

Instituto de Cálculo, Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Comportamiento Hidrodinámico para el proceso de exclusión simple simétrico

El proceso de exclusión simple simétrico es un sistema de partículas que modela microscópicamente el comportamiento de un gas o un fluido. La dinámica es local: en cada sitio, un número entero, puede o no haber una partícula. Si hay una partícula, esta trata de saltar a algún vecino con tasa 1; el salto se realiza si no hay partícula en el sitio de destino. El objetivo es estudiar el comportamiento macroscópico del sistema. Se reescala tiempo y espacio para obtener la evolución macroscópica de la densidad (número medio de partículas por sitio) la cual evoluciona de acuerdo a la ecuación del calor.

Conferencia Invitada**Enrique E. Alvarez****Depto. de Matemática, UNLP - CONICET**

Análisis Bayesiano Isotónico de Punto de Ruptura

Para el problema de detección de puntos de ruptura, en series con tendencia isotónica, desarrollamos un enfoque general de tipo Bayesiano. Específicamente consideramos un modelo donde las observaciones X_t , $t = 1, \dots, n$ se descomponen en una tendencia más una perturbación, es decir: $X_t = \mu_t + \varepsilon_t$. Nuestro interés se centra en la estimación del componente no observable μ_t , $t = 1, \dots, n$, que se supone monótono. Dentro de una perspectiva Bayesiana proponemos una distribución a priori para $\mu := \{\mu_t, t = 1, \dots, n\}$ que captura tendencias lineales, cóncavas o convexas, sigmoidales, como así también cambios abruptos. Las densidades a posteriori se obtienen mediante una aplicación del método de Markov Chain Monte Carlo. La metodología desarrollada se ilustra con dos conjuntos de datos reales, respectivos a los fenómenos de calentamiento global del planeta y de lluvias en la provincia de Tucumán. Dichos análisis muestran que nuestro tratamiento Bayesiano brinda una conclusión cualitativa respecto de la forma del cambio de tendencia.

Autor: Lilian Adriana Mallea

Lugar: Instituto de Ciencias Básicas-U.N.S.J

Análisis Bayesiano aplicado a la Modelación de Imágenes SAR

En el presente trabajo se desarrolla una metodología basada en un enfoque bayesiano para estimar bordes en imágenes de Radar de Abertura Sintética (SAR), usando modelos autorregresivos 2-D con umbrales.

Se parte de una imagen SAR con dos tipos de cobertura que puede modelarse con un modelo autorregresivo 2-D con un umbral, ARU(2,1). A partir de las distribuciones a priori, se construye la distribución $\zeta^{\frac{1}{2}}$ posterior del umbral, que es el que representa el borde en la imagen. Una vez estimado el umbral con el modo de esta distribución, se estima el resto de los parámetros del modelo. Finalmente se muestra la bondad de la metodología propuesta con un estudio de simulación.

Palabras Clave: Imágenes de Radar de Abertura Sintética. Modelos Autorregresivos 2-D con umbrales. Estimación Bayesiana. Simulación.

Autores: Orlando José Avila Blas - Graciela Noemí Avila

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, U.N.Sa

Expositor: Orlando Jose Avila Blas

Modelado de Cambios de Nivel en Series de Tiempo No Lineales de SO2 en Salta Capital, usando perceptores multicapa

Muchas variables físicas-químicas, en particular las asociadas a índices de contaminación ambiental (como la serie de concentración promedio mensual de NO2 en Salta Capital), presentan comportamientos dinámicos no lineales, cuya complejidad hacen que sea imposible realizar pronósticos con modelos econométricos tradicionales. El problema de la formulación del modelo se complica por la presencia de observaciones atípicas y cambios estructurales, para las cuales no existen modelos estocásticos que permitan su representación en el caso no lineal ([1],[2]). En este estudio, se presentan un nuevo modelo que permiten la representación de cambios de nivel en series de tiempo no lineales usando la teoría de perceptrones multicapa, con modificaciones en el proceso de estimación de los hiperparámetros y un nivel de confiabilidad muy alto. Se obtiene así, un aporte original a las metodologías para la modelación de series de tiempo usando redes neuronales artificiales.

Teorema: Un perceptrón multicapa con una capa oculta, usando la función de transferencia lineal para realizar la activación de su capa de salida, puede ser representado matemáticamente como una función, que relaciona el grupo de regresores x_t de la serie temporal Z_t , tal que:

1.

$$Z_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \alpha_j g \left[\beta_{0j} + \left(\sum_{i=1}^p \beta_{ij} x_t^{(i)} \right) \right] + \epsilon_t$$

Donde α_j representa los pesos de la capa oculta a la capa de salida; β_{ij} son los pesos de la capa de entrada a la capa oculta; p es el número de neuronas en la capa de entrada y q el número de neuronas en la capa oculta; ϵ_t son errores aleatorios del modelo, que se suponen independientes e idénticamente distribuidos con media 0 y varianza constante σ_ϵ^2 y $g(u)$ es la función de activación de la capa oculta que corresponde en este caso a una función sigmoidea bipolar, dada por:

$$g(u) = \frac{\alpha}{1 + e^{-u}} - 1$$

que es óptima para $\alpha = 2$

2. g permite estimar un modelo no lineal donde los regresores del modelo lineal asociado son tomados como entradas a la red.

Referencias:

[1] Frances, P. y Van Dijk, D. (2000), *Non-Linear time series models in empirical finance*, Cambridge University Press.

[2] Vaage, K. (2000), *Detection of outliers and level shifts in time series: An evaluation of two alternative procedures*, Journal of Forecasting, 19, 23-37.

Conferencia Invitada**Ana M. Bianco****Instituto de Cálculo, FCEyN, UBA - CONICET**

Inferencia Robusta en Regresión Binomial

En esta charla, se presentará una revisión de distintos métodos robustos propuestos para la estimación del parámetro de regresión en un modelo de regresión binomial. En particular, se presentarán las propiedades asintóticas del estimador introducido por Croux y Haesbroeck (2003), versión pesada del estimador propuesto por Bianco y Yohai (1996). Asimismo, se describirá nuestra propuesta para obtener un test robusto de tipo Wald para el parámetro de regresión basado en dicho estimador pesado y se presentará su distribución asintótica bajo la hipótesis nula y bajo alternativas contiguas.

A través de un estudio empírico se ejemplificará la estabilidad del p -valor del test propuesto.

Se presentarán los resultados de un estudio Monte Carlo que investiga la estabilidad del nivel y la potencia del test propuesto bajo contaminación en el caso de muestras finitas y que compara su comportamiento con el test clásico. Finalmente, se ilustrará la performance del test propuesto sobre un conjunto de datos reales y se comparará con la de otros tests robustos presentes en la bibliografía.

Trabajo en colaboración con Elena Martínez.

Instituto de Cálculo, F.C.E y N., Universidad de Buenos Aires.

Referencias

- A. Bianco and V. Yohai** (1996). Robust estimation in the logistic regression model. In: Robust Statistics, Data Analysis and Computer Intensive Methods, *Lecture Notes in Statistics*, 109, 17–34, Springer Verlag, New York.
- C. Croux and G. Haesbroeck** (2003). Implementing the Bianco and Yohai estimator for logistic regression. *Computational Statistics and Data Analysis*, 44, 273–295.

Conferencia Invitada**Jorge G. Adrover****FaMAF (Universidad Nacional de Córdoba), CIEM y CONICET (Argentina).**

Inferencia Robusta Para Regresión Lineal Simple

Es bien conocido que cuando los datos contienen observaciones atípicas, o el modelo paramétrico que se asume se cumple sólo parcialmente para un cierto subconjunto de las observaciones, los métodos de inferencia clásicos pueden ser seriamente afectados y los intervalos de confianza obtenidos no poseen el nivel de confianza nominal con que fueron construidos bajo el modelo. Se repasarán distintas metodologías para superar este problema consideradas en la literatura y una nueva propuesta para solucionar este problema en el modelo de regresión simple es analizada. Los nuevos intervalos de confianza y tests robustos son propuestos para los parámetros del modelo de regresión simple y mantienen su cubrimiento y nivel de significación respectivamente para toda la vecindad de contaminación del modelo paramétrico asumido. Esta aproximación es más general y aplicable que otras propuestas utilizadas ya que puede ser usada con cualquier estimador de regresión *consistente en la vecindad del modelo paramétrico y con curva de sesgo máximo calculable*. Aunque los resultados respecto de los niveles de cubrimiento de los intervalos de confianza son asintóticos, las simulaciones señalan que los procedimientos robustos funcionan adecuadamente para muestras finitas, y se comportan muy competitivamente respecto de otras propuestas robustas en la literatura.

Palabras clave: inferencia, robustez global.

Trabajo en colaboración con Matías Salibián-Barrera.
Dept. of Statistics, University of British Columbia, Canada.

Comunicación Invitada

Daniela Rodríguez

Depto. de Matemática, FCEyN, UBA

Componentes principales comunes para datos funcionales

En muchas aplicaciones los datos observados provienen de fenómenos que son continuos en el tiempo o en el espacio y que pueden ser supuestos como curvas o funciones suaves, más que como vectores de dimensión finita. En este contexto es natural tratar de definir, al igual que en el caso de dimensión finita, componentes principales comunes funcionales. El modelo de componentes principales comunes en el contexto finito dimensional supone que los datos provienen de k poblaciones cuyas matrices de covarianzas difieren en sus autovalores, siendo comunes sus autovectores. Este modelo, provee una generalización del modelo de componentes principales cuando tenemos k grupos.

En esta charla discutiremos la extensión a la escena funcional del modelo de componente principal comunes que se ha sido ampliamente estudiado al tratar con observaciones multivariadas. Consideramos también un modelo proporcional en el que se asume igualdad de los operadores de covarianza salvo una constante multiplicativa. Para ambos modelos, presentaremos estimadores de los parámetros desconocidos y obtendremos su distribución asintótica. Por otro lado, daremos un test para contrastar la igualdad de los operadores de covarianza contra el modelo proporcional.

Estos resultados forman parte de un trabajo realizado en forma conjunta con Graciela Boente y Mariela Sued.

Conferencia Invitada

Ricardo Fraiman

Universidad de San Andrés, Argentina - Universidad de la República, Uruguay

Nonparametric estimation of boundary measures
and related functionals: asymptotic results

Trabajo conjunto con Inés Armendáriz y Antonio Cuevas
Universidad de San Andrés y Universidad Autónoma de Madrid

- Introducimos un método no paramétrico para estimar la medida de la frontera de un conjunto compacto $G \subseteq \mathbb{R}^d$ en el caso en que esta medida coincide con el contenido de Minkowski de G .
- El procedimiento está basado en dos muestras de puntos aleatorios, obtenidas de G y su complemento respectivamente, con dos intensidades muestrales diferentes.
- Obtenemos resultados de consistencia fuerte y normalidad asintótica bajo condiciones de forma sobre el conjunto G . Estos son los primeros resultados sobre distribución asintótica en el marco de estimación de conjuntos no paramétrica.
- Discutiremos brevemente algunas aplicaciones y aspectos prácticos de implementación.

Conferencia Invitada

Liliana Forzani

Universidad Nacional del Litoral, IMAL - CONICET

Reducción suficiente de dimensiones basada en modelos inversos normales

Existen numerosas aplicaciones estadísticas que tratan con datos en muchas dimensiones. Estas áreas se volvieron mas importantes debido al avance de las computadoras, tecnología gráfica y la disponibilidad de más datos. La dificultad de trabajar en muchas dimensiones se debe, entre otras cosas, a problemas de visualización y computación. Tener mas datos debería resultar siempre a nuestro favor, sin embargo cuando lo que crece es el número de medidas que tenemos de un individuo y no la cantidad de individuos esto trae aparejado un grave problema. En consecuencia, casi siempre previo a los problemas de regresión, se realiza algún tipo de reducción en las variables. El método de reducción más usado (google reporta 5,500,000 entradas cuando se busca) es el "Principal Component Analysis". Sin embargo para los problemas de regresión de una variable real Y en función de un vector de variables aleatorias X utilizar este método puede traer aparejada una pérdida de información significativa en la regresión. En esta charla daremos el concepto de reducción suficiente de dimensiones, que básicamente establece una reducción sin pérdida de información. Se expondrán los métodos tradicionales conocidos de estimación de la misma. Por otro lado se introducirón estimadores de máxima verosimilitud que producen estimadores más eficientes de dicha reducción. Se mostrará una aplicación utilizando estas técnicas a discriminación de sonidos de pájaros, autos y aviones.

Trabajo en colaboración con R. Dennis Cook.

Comunicación Invitada**Pamela Llop****Universidad Nacional del Litoral e Instituto de Matemática Aplicada del Litoral
- CONICET - Universidad de San Andrés, Instituto de Matemática Aplicada del
Litoral - CONICET****Estimación de la Densidad y Reglas de Clasificación para Datos Funcionales
en Tiempos Locales**

Sea $T \subset \mathbb{R}$ un intervalo finito, para cada $t \in T$, sean $\{X_1(t), \dots, X_n(t)\}$ trayectorias independientes con la misma distribución que $X(t)$, donde

$$X(t) = m(t) + \epsilon(t), \quad t \in T,$$

con $m(t)$ no aleatorio y $\epsilon(t)$ un proceso el cual admite un tiempo local y que además para cada t tiene la misma función de densidad f .

El objetivo principal de nuestro trabajo es estimar, bajo estos supuestos, la función de densidad f^X de $X(t)$.

Para ello, definimos \hat{f} de la siguiente manera. Sea $I_{(x,r)} = [x - r, x + r]$ un intervalo en \mathbb{R} y $\{k_n : n \geq 1\}$ una sucesión de números reales positivos. Definimos la variable aleatoria $H_n \doteq H_n(x)$ tal que $\{X_1(t), \dots, X_n(t)\}$ pasan en $I_{(x,H_n(x))}$, k_n veces, es decir,

$$k_n = \sum_{i=1}^n \int_T \mathbb{I}_{I_{(x,H_n(x))}}(X_i(t)) dt = \sum_{i=1}^n \int_T \mathbb{I}_{\{|X_i(t)-x| \leq H_n(x)\}}(t) dt.$$

Definimos el estimador para la función de densidad de $\epsilon(t)$ como

$$\hat{f}(x) \doteq \frac{k_n}{2n|T|H_n(x)},$$

y para la función de densidad de $X(t)$ como

$$\hat{f}^X(x) \doteq \hat{f}(x - \bar{m}(t)),$$

donde $\bar{m}(t)$ es la media muestral de los proceso X_i , $i = 1, \dots, n$.

Para este estimador estudiamos propiedades de consistencia, velocidades de convergencia y distribución asintótica.

Además, introducimos un método discriminante para datos funcionales basado en este estimador y presentamos ejemplos que muestran la bondad de dicho método.

Trabajo en colaboración con Liliana Forzani y Ricardo Fraiman.

Conferencia Invitada**Andrea Rotnitzky****Dep. de Economía, Universidad Di Tella - Dep. of Biostatistics, Harvard School of Public Health, Boston, USA**

**Estimación de efectos de regimenes dinamicos de tratamientos
bajo regimenes dinamicos de visitas**

En el manejo de enfermedades crónicas, muy a menudo los doctores indican a sus pacientes cuando deben regresar a la próxima visita médica de acuerdo a guías médicas reglamentadas. Por supuesto, una indicación implícita es que los pacientes regresen antes de la fecha prevista en caso de necesitarlo. Naturalmente, en cada visita médica, ya sea ésta planeada o no, se toman decisiones de cambios en las dosis de los tratamientos. De modo que un aspecto de interés en salud pública es estimar el efecto de regímenes dinámicos de tratamiento que van a ser implementados en escenarios en los que: i) los doctores usarán guías médicas para determinar la fecha de la próxima visita a la clínica, ii) los pacientes pueden regresar antes de la fecha indicada si lo necesitan, y iii) en cada visita médica, los doctores tienen la oportunidad de intervenir y cambiar la dosis del tratamiento.

Los Modelos Estructurales Marginales (MSM) (Robins, 1999, Murphy et al., 2003) para los efectos de regímenes dinámicos de tratamiento asumen que la frecuencia de las visitas a la clínica es la misma para todos los pacientes. En esta charla presentaremos un método, basado en una extensión del modelo MSM, que permite la estimación en base a datos observacionales del efecto de regímenes dinámicos de tratamiento cuando los mismos van a ser implementados bajo situaciones que satisfacen i), ii) y iii).

Trabajo en colaboración con Liliana Orellana ¹ y James Robins ².

¹ Instituto de Calculo, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, ² Dep. of Epidemiology and dep. of Biostatistics. Harvard School of Public Health, Boston, USA.

Referencias.

Robins, J.M. (1999) Marginal Structural Models versus Structural Nested Models as Tools for Causal Inference. In *Statistical Models in Epidemiology: The Environment and Clinical Trials*. M.E. Halloran and D. Berry, Editors, IMA Volume 116, NY: Springer-Verlag, pp. 95-134.

Murphy, S.A., van der Laan, M.J., Robins, J. y CPPRG (2001). Marginal Mean Models for Dynamic Regimes. *Journal of the American Statistical Association*, 96, 1410-1423.

Matemática Discreta

Organizan:

Néstor Aguilera, Marisa Gutierrez

Conferencia Invitada**Guillermo Durán****Depto. de Matemática, FCEyN, UBA**

Sobre subclases y variaciones de los grafos perfectos

Los grafos perfectos fueron definidos por Berge en 1960. Un grafo es perfecto cuando para todo subgrafo inducido el número cromático es igual al tamaño de una clique máxima. En 2002, Chudnovsky, Robertson, Seymour y Thomas demostraron una caracterización de los grafos perfectos por subgrafos prohibidos minimales, cerrando una conjetura abierta de 40 años.

En la literatura fueron definidas y estudiadas gran cantidad de variaciones y subclases de los grafos perfectos. Reseñamos en esta charla los resultados obtenidos sobre grafos clique-perfectos, balanceados y coordinados.

Un transversal de las cliques de un grafo es un subconjunto de vértices que intersecta a todas sus cliques. Un grafo es clique-perfecto si el tamaño de un transversal de las cliques mínimo coincide con el de un conjunto máximo de cliques disjuntas dos a dos, para todo subgrafo inducido del grafo. El término "clique-perfecto" fue introducido por Guruswami y Pandu Rangan en 2000, pero la igualdad de esos parámetros ya había sido estudiada en trabajos de Berge sobre hipergrafos balanceados. La lista de subgrafos prohibidos minimales para la clase de grafos clique-perfectos no se conoce aún, y también es un problema abierto la complejidad del problema de reconocimiento. En esta charla presentamos resultados parciales en estas direcciones: mostramos caracterizaciones de los grafos clique-perfectos por subgrafos prohibidos minimales dentro de ciertas clases de grafos, caracterizaciones que conducen en casi todos los casos a algoritmos polinomiales de reconocimiento dentro de la clase correspondiente.

Berge definió los hipergrafos balanceados como aquellos tales que su matriz de incidencia es balanceada, es decir, no contiene como submatriz la matriz de incidencia de un ciclo impar. En 1998, Dahlhaus, Manuel y Miller consideraron este concepto aplicado a grafos, llamando balanceado a un grafo cuya matriz de incidencia clique-vértice es balanceada. Los grafos balanceados constituyen una interesante subclase en la intersección entre grafos perfectos y clique-perfectos. En esta charla mostramos nuevas caracterizaciones generales de esta clase de grafos y también caracterizaciones parciales por subgrafos prohibidos.

Por último, mostramos el estado del arte en relación a los grafos coordinados, una subclase de los grafos perfectos definida recientemente. Como

los grafos perfectos y los clique-perfectos, estos grafos se definen por medio de la relación entre dos parámetros. Sea $M(G)$ el mayor número de cliques que contiene a algún vértice en G y sea $F(G)$ el número cromático del grafo clique de G . Claramente, $M(G) \leq F(G)$. Decimos que un grafo es coordinado cuando $M = F$ para todo subgrafo inducido. Mostramos la relación existente entre grafos clique-perfectos, grafos coordinados y grafos K -perfectos (grafos cuyo grafo clique es perfecto), y presentamos también diversas caracterizaciones parciales de esta clase por medio de subgrafos prohibidos.

Los resultados aquí presentados son parte de trabajos conjuntos, a lo largo de los últimos 8 años, con Flavia Bonomo, Maria Chudnovsky, Guillermo Durán, Marina Groshaus, Min Chih Lin, Martin Safe, Francisco Soullignac, Gabriel Sueiro, Jayme Swarcfiter, Annegret Wagler.

Autores: Flavia Bonomo - Guillermo Durán - Martín D. Safe - Annegret K. Wagler

Lugar: CONICET (Argentina), Universidad de Buenos Aires (Argentina), Universidad de Chile (Chile) y Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg (Alemania)

Expositor: Martín D. Safe

Caracterizaciones parciales de grafos balanceados

Una matriz de ceros y unos se dice *balanceada* cuando no contiene ninguna submatriz cuadrada de orden impar con exactamente dos unos en cada fila y en cada columna. Las matrices balanceadas son matrices perfectas y fueron definidas por Berge [1] como una generalización de las matrices totalmente unimodulares. A su vez, Berge llamó *balanceados* a aquellos hipergrafos tales que su matriz de incidencia hiperarista-vértice es balanceada.

En [3] se consideraron los *grafos balanceados*, definidos como aquellos cuya matriz de incidencia clique-vértice es balanceada, y se propuso el primer algoritmo polinomial para su reconocimiento. Los grafos balanceados forman una subclase de los grafos perfectos. En [2] se presentaron distintas caracterizaciones de los grafos balanceados y, entre ellas, una por subgrafos inducidos prohibidos. Dicha caracterización no es por subgrafos inducidos prohibidos *minimales*, dado que entre los subgrafos prohibidos propuestos existen algunos que contienen a otros como subgrafos inducidos propios. No se conoce aún una caracterización que sea por subgrafos inducidos minimales.

En este trabajo damos caracterizaciones parciales de los grafos balanceados por subgrafos inducidos prohibidos minimales, restringidas a grafos que pertenecen a alguna de las siguientes clases: grafos línea y sus complementos, grafos sin paw y grafos P_4 -sparse.

Referencias

- [1] C. Berge. Balanced matrices. *Math. Program.*, 2(1):19–31, 1972.
- [2] F. Bonomo, G. Durán, M. C. Lin, and J. L. Szwarcfiter. On balanced graphs. *Math. Program.*, 105(2–3):233–250, 2006.
- [3] E. Dahlhaus, P. D. Manuel, and M. Miller. Maximum h -colourable subgraph problem in balanced graphs. *Inform. Process. Lett.*, 65(6):301–303, 1998.

Autores: M. Dourado - L. Faria - L. Grippo - F. Protti

Lugar: Dto. de Computación - FCEyN - UBA, UNGS (ICI), Universidad Federal de Rio de Janeiro (NCE y COPPE)

Expositor: L. Grippo

Coloreo de arista de grafos de bloques

Sea $G = (V, E)$ un grafo donde V es el conjunto de vértices y E el conjunto de aristas de G . Notamos por $\Delta(G)$ al máximo grado que alcanza un vértice de G , es decir el máximo número de aristas que inciden en un vértice de G . Llamamos *coloración de aristas* de G a una aplicación $c : E \rightarrow \mathbb{N}$ tal que si dos aristas e y e' tienen un extremo en común entonces $c(e) \neq c(e')$. El *índice cromático* de G es el mínimo número de colores posibles en una coloración de aristas de G y lo notamos por $\chi'(G)$. Es inmediato que se necesitan al menos $\Delta(G)$ colores para conseguir una coloración de aristas de G . El celebrado teorema de Vizing muestra que $\chi'(G)$ es a lo sumo $\Delta(G) + 1$. A un grafo G tal que $\chi'(G) = \Delta(G)$ lo llamamos *Clase 1* y si $\chi'(G) = \Delta(G) + 1$ lo llamamos *Clase 2*. A pesar de la su aparente simplicidad, el problema de decidir si un grafo es Clase 1 es un problema muy duro. En 1980 Hoyley probó que determinar si un grafo es Clase 1 es un problema *NP*-completo para los grafos 3-regulares y por lo tanto para los grafos en general. Diversos autores han estudiado este problema restringiéndose a diferentes clases de grafos. Sin embargo, hasta la actualidad, no se conoce la complejidad del problema para familias como los cografos y los grafos de intervalos entre otras.

Un *vértice de corte* de un grafo es un vértice tal que si elimino el vértice y todas sus aristas adyacentes a él, aumenta el número de sus componentes conexas. Un *bloque* de un grafo es un subgrafo sin vértices de corte, maximal con respecto a esta propiedad. Un *grafo de bloque* es un grafo tal que todo sus bloques son isomorfos a un grafo completo. En este trabajo presentamos una caracterización de los grafos de bloques mediante su índice cromático. De este resultado se desprende que se puede decidir si un grafo de bloque es Clase 1 en tiempo polinomial.

Autores: Leandro Montero - Marina Groshaus

Lugar: Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Expositor: Leandro Montero

Convergencia y divergencia del grafo biclique iterado.

Un grafo $G = (V, E)$ está formado por un conjunto V de vértices, y un subconjunto E de aristas. Un subgrafo G' de G es un grafo $G' = (V', E')$, donde V' es un subconjunto de V , y E' , subconjunto de E . Cuando $E' = (V' \times V') \cap E$, se dice que $G' = (V', E')$ es un subgrafo inducido de G . Un grafo $G = (V, E)$ se dice bipartito cuando $V = U \cup W$, $U \cap W = \emptyset$, y $E \subseteq U \times W$. Un grafo $G = (V, E)$ es un grafo completo si toda arista (v, w) pertenece a E . Dado un grafo G , una clique de G es un subgrafo inducido completo maximal, mientras que una biclique B es un subgrafo inducido bipartito completo maximal de G .

Dada una familia de conjuntos \mathcal{H} , el grafo de intersección de \mathcal{H} es el grafo que contiene como conjunto de vértices, a los conjuntos de \mathcal{H} , y existe una arista entre dos conjuntos $E, F \in \mathcal{H}$ cuando E y F se intersecan.

Un grafo es de intersección cuando existe una familia de conjuntos \mathcal{H} tal que G es el grafo de intersección de \mathcal{H} . Es interesante observar que todo grafo es un grafo de intersección.

El grafo clique de G , $K(G)$, es el grafo de intersección de la familia de cliques de G . Por otro lado, el grafo biclique de G , $KB(G)$, es el grafo de intersección de las bicliques de G .

Se dice que un grafo diverge (converge o cicla) bajo un operador H si $\lim_{k \rightarrow \infty} V(H^k(G)) = \infty$ ($\lim_{k \rightarrow \infty} H^k(G) = H^m(G)$ para algún m o $H^k(G) = H^{k+s}(G)$ para algún k, s , respectivamente).

Pensando al grafo clique como un operador, el grafo clique iterado $K^k(G)$ es el grafo que resulta de aplicar k veces el operador "grafo clique" al grafo G . El grafo clique iterado fue estudiado ampliamente y se han caracterizado sus diferentes comportamientos.

En este trabajo estudiamos el operador "grafo biclique". En particular, probamos

que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} V(KB^k(G)) = \infty \text{ o } \lim_{k \rightarrow \infty} KB^k(G) = K_3 \text{ o } \lim_{k \rightarrow \infty} KB^k(G) = K_1.$$

Presentamos también una caracterización sobre la convergencia y divergencia de un grafo. Por otro lado, probamos que el problema de decidir el comportamiento de un grafo bajo el operador "grafo biclique" es polinomial, y presentamos un algoritmo que resuelve el problema.

Autores: M. Gutierrez - J. L. Szwarcfiter - S. Tondato

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: S. Tondato

Estructuras prohibidas de grafos de caminos con falsos gemelos

Los *grafos cordales* fueron definidos como aquellos que no poseen ciclos inducidos de 4 vértices o más. Gavril [1] prueba que todo grafo cordal, es el grafo de intersección de una familia de subárboles de algún árbol, llamado *soporte* del grafo. Más formalmente, un grafo G es cordal si y sólo si existe un árbol T y una familia $\mathcal{F} = (F_v)_{v \in V(G)}$ de vértices de T tal que cada F_v induce un subárbol de T y $v \neq w$ son adyacentes si y sólo si $F_v \cap F_w \neq \emptyset$.

Se han definido distintas subclases de los grafos cordales [2] especificando condiciones sobre el árbol soporte y sobre la familia de subárboles cuya intersección es el grafo .

Los grafos **UV** son los cordales para los cuales existe un T tal que cada F_v induce un camino del T .

Los grafos **DV** son los cordales para los cuales existe un T orientable de modo que los subárboles son caminos dirigidos.

Los grafos **RDV** son los cordales que poseen algún T orientable enraizado de modo que los subárboles son caminos dirigidos.

Las tres clases mencionadas son hereditarias, o sea todo subgrafo inducido de un grafo de la clase está en la clase, por lo cual pueden ser caracterizadas por familias minimales de prohibidos. Un grafo G es minimal prohibido para una clase A si $G \notin A$ pero para todo v vértice de G se tiene que $G - v \in A$.

En el presente trabajo, para cada clase **UV**, **DV** y **RDV** se estudian los grafos prohibidos minimales con vértices falsos gemelos. Se dice que dos vértices son falsos gemelos si no son adyacentes y tienen los mismos vecinos.

Se prueba que no hay ningún grafo de este tipo minimal prohibido para **DV** ni para **RDV** mientras que para **UV** los únicos son los cometas impares.

Los grafos cordales sus subclases son usados como modelo en diversos problemas, en [3] se han presentado algunas de sus aplicaciones biológicas: la construcción de árboles filogenéticos y los modelos de interacción de proteínas.

Referencias

- [1] F. Gavril, The intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal graphs, *Journal of Combinatorial Theory (Series B)*, v. 16, pp.

47–56, 1974.

- [2] C. L. Monma and V. K. Wei, Intersection Graphs of Paths in a Tree, *J. Combin. Theory B*, v. 41, pp. 141–181, 1986.
- [3] E. Zotenko, K. S. Guimarães, R. Jothi and T. M. Przytycka. Decomposition of overlapping protein complexes: A graph theoretical method for analyzing static and dynamic protein associations, *Algorithms for Molecular Biology* 1:7, 2006.

Autores: Liliana Alcón - Marisa Gutierrez - Nicolás Kepes

Lugar: Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Nicolás Kepes

Arboles Loop Propios

Muchos problemas relativos al ADN pueden ser modelados usando grafos de intervalos. Sin embargo, los grafos de intervalos no toman en cuenta las estructuras repetidas en la molécula de ADN. Los grafos Loop fueron introducidos para modelar el problema de mapeo del ADN cuando aparecen *probes* repetidas, reformulando la definición de intersección entre intervalos. La clase de grafos Loop contiene a la Clase de grafos de intervalos y a la clase de grafos Arco-Circulares.

Los árboles que son grafos de intervalos se caracterizan por no contener, como subgrafo inducido, al grafo de la Figura 1.a y los árboles que son grafos de intervalos propios, se caracterizan por no contener al grafo de la Figura 1.b como subgrafo inducido.

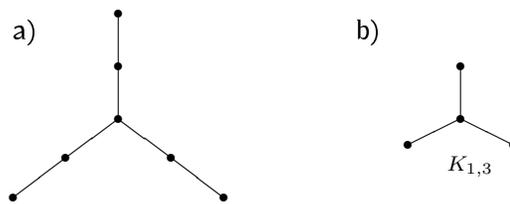


Fig. 1. a) prohibido minimal para árboles de intervalos.
b) prohibido minimal para árboles de intervalos propios.

En un trabajo previo hallamos que los árboles que son grafos Loop, se caracterizan por no contener al grafo de la Figura 2.a como subgrafo inducido [1]. En este trabajo buscamos una caracterización de los árboles que son grafos Loop Propios, por medio de configuraciones prohibidas minimales, y obtuvimos, como generalización del resultado para grafos de intervalos, que un árbol es grafo Loop Propio si y solo si no contiene al grafo de la Figura 2.b como subgrafo inducido.

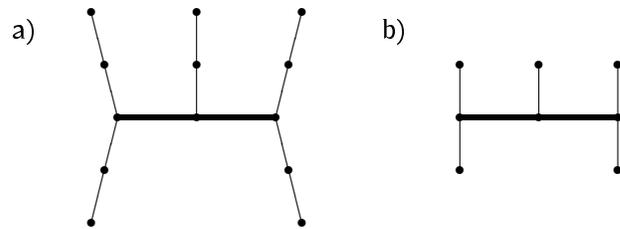


Fig. 2. Las líneas gruesas representan caminos de cualquier longitud.
a) prohibido minimal para árboles Loop.
b) prohibido minimal para árboles Loop propios.

Referencias

- [1] Liliana Alcón, Márcia R. Cerioli, Celina M.H. de Figueiredo, Marisa Gutierrez, João Meidanis. *Tree loop graphs*, Discrete Applied Mathematics, 2007.

Conferencia Invitada
Liliana Alcón
Universidad Nacional de La Plata

Generalizando Árboles clique de cordales
a ciclos clique de arco-circulares Helly

El grafo de intersección de una familia de conjuntos \mathcal{F} es el grafo que se obtiene considerando un vértice por cada conjunto de la familia y haciendo adyacentes dos tales vértices si y sólo si la intersección de los correspondientes conjuntos es no vacía.

Entre las clases de grafos de intersección más estudiadas se encuentran la clase de los grafos cordales y la clase de los grafos arco circulares. La primera corresponde a los grafos de intersección de una familia de subárboles de un árbol y la segunda a los grafos de intersección de una familia de arcos de un círculo. Los grafos arcos circulares que son intersección de una familia de arcos que satisfacen la propiedad de Helly (toda familia mutuamente intersecante tiene intersección total no vacía) se dicen grafos arco circular Helly.

Un completo de un grafo G es un conjunto de vértices mutuamente adyacentes. Un clique es un completo maximal, es decir no propiamente contenido en otro completo del grafo. Si v es un vértice de G , indicamos mediante C_v al conjunto de todos los cliques de G que contienen a v .

La clase de grafos cordales y la clase de grafos arco circular Helly tienen en común una interesante propiedad probada por Gavril [1, 2]:

G es un grafo cordal (arco circular Helly) si y solo si existe un árbol T (un ciclo C) cuyos vértices se corresponden con los cliques de G , tal que para todo vértice v de G el subgrafo inducido en T (en C) por C_v es un subárbol (arco). Un tal árbol (ciclo) se llama árbol (ciclo) clique de G .

Analizaremos propiedades del ciclo clique de un grafo arco circular Helly a partir del conocimiento de propiedades del árbol clique de un grafo cordal.

Trabajo en colaboración con Marisa Gutierrez.
Universidad Nacional de La Pata.

Referencias

- [1] F. Gavril. Algorithms on Circular-Arc graphs. *Networks*, 4 , 357–369, 1974.
- [2] F. Gavril. The intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal graphs. *J. Combin. Theory*, Ser. B, 16, 47–56, 1974.

Conferencia Invitada**Paula Zabala****Depto. de Computación - FCEyN - UBA**

Ruteo de Vehículos

En la industria y en el sector de servicios, el costo del transporte representa una parte importante del valor final de la mercadería o del servicio brindado.

Problemas de Ruteo de Vehículos es el nombre genérico dado a una gran familia de problemas referentes a la distribución de mercadería o personal, búsqueda de información o prestación de servicios, a un conjunto de *clientes* mediante una flota de *vehículos*.

Los vehículos realizan sus movimientos a través de una red de rutas partiendo de puntos fijos, llamados depósitos. Cada tramo de esta red, que puede ser de una sola mano o de ambas, tiene asociado un costo o tiempo de viaje que puede depender de muchos factores, como por ejemplo del tipo de vehículo o del período durante el cual el tramo es recorrido.

Ejemplos de estos problemas son la recolección y distribución de correspondencia, de alumnos por el micro escolar, el recorrido de un médico que atiende enfermos a domicilio, recorrido de personal de mantenimiento, entrega de pedidos de comida, etc.

Las principales características de estos problemas están dadas por las restricciones de operación o reglas de factibilidad que deben cumplir las rutas de los vehículos, como por ejemplo la capacidad del vehículo o la relación de precedencia entre las visitas a los clientes. Otra particularidad en la que pueden diferir los miembros de esta familia de problemas es el objetivo que debe ser optimizado. Algunas de las características más usuales son: *cada cliente tiene asociada una demanda o cantidad de mercadería que debe recibir (o entregar), cada cliente dispone de un período del día en el cual puede ser visitado, cantidad y capacidad de vehículos disponibles, cantidad de depósitos, punto de partida y finalización de las rutas, red de comunicación entre clientes, costo de traslado.*

Los objetivos típicos que pueden ser considerados en los problemas de ruteo de vehículos son: *minimizar el tiempo total de transporte, minimizar la suma de los tiempos de espera de los clientes, minimizar el número de vehículos utilizados.*

Cada combinación de estos factores da como resultado un problema de ruteo de vehículos particular.

En este trabajo abordaremos algunos de los problemas más aplicados en situaciones de la vida diaria desde un enfoque de programación lineal entera.

Trabajo en colaboración con Isabel Méndez Díaz.

Dpto. de Computación, Facultad de Cs. Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires.

Autores: Jorge Fernando Yazlle - José Ignacio García

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Expositor: Jorge Fernando Yazlle

Ecuaciones de recurrencia lineales homogéneas a coeficientes polinómicos

Una **ecuación de recurrencia** (o de diferencias) **de orden** k (donde k es un entero positivo dado) es una expresión recursiva de la forma

$$x_n = f(x_{n-1}, \dots, x_{n-k}),$$

(siendo f alguna función de \mathbb{R}^k en \mathbb{R}), que permite definir, inductivamente, los términos de una sucesión $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, conocidos los valores de x_0, \dots, x_{k-1} (*condiciones de borde*). Expresiones de esta clase surgen frecuentemente en problemas de Matemática Discreta, Ciencias de la Computación, Biología, Economía, etc., y un objetivo central es el de obtener una *fórmula cerrada* para x_n , es decir, una fórmula que permita conocer el valor de x_n evitando el cálculo recursivo. En el caso en que $f(x_{n-1}, \dots, x_{n-k})$ es una combinación lineal de x_{n-1}, \dots, x_{n-k} , la ecuación de recurrencia se denomina **lineal homogénea**. En la literatura usual del tópico, el caso que generalmente se presenta y estudia es el de las ecuaciones de recurrencia homogéneas lineales a *coeficientes numéricos constantes*, es decir, las de la forma

$$x_n = a_1 x_{n-1} + \dots + a_k x_{n-k}$$

en donde a_1, \dots, a_k son constantes numéricas. Un caso arquetípico es el de la *sucesión de Fibonacci*, $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$, con $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$.

Con el objeto de generalizar el caso previamente enunciado, en este trabajo presentamos avances en el estudio de las ecuaciones de recurrencia de orden k lineales homogéneas a **coeficientes polinómicos**, es decir, recurrencias de la forma

$$x_n = p_1(n)x_{n-1} + \dots + p_k(n)x_{n-k}$$

con las condiciones de borde x_0, \dots, x_{k-1} , en donde ahora los coeficientes $p_1(n), \dots, p_k(n)$ son expresiones polinómicas en n .

Al igual que en el caso de coeficientes constantes, si se prescinde de las condiciones de borde, hay una variedad de expresiones funcionales para x_n que satisfacen la recurrencia. Comenzamos mostrando que el conjunto de tales funciones (es decir, el espacio de soluciones de la recurrencia) tiene estructura de espacio vectorial sobre el cuerpo de los complejos.

A continuación, estudiamos las recurrencias de la clase con $k = 1$ (vale decir, las de primer orden), las cuales quedan completamente entendidas, mostrándose que la solución viene dada por fórmulas que entremezclan expresiones exponenciales y factoriales.

Para las recurrencias de orden superior, mostramos cómo la naturaleza de las raíces de los polinomios coeficientes ejerce influencia en la evolución de x_n . En particular, bajo determinadas condiciones impuestas a las raíces de los $p_j(n)$, obtenemos fórmulas cerradas para x_n como combinación, nuevamente, de expresiones exponenciales y factoriales, sugiriendo que el caso general presenta la misma situación. Actualmente se continúa el trabajo en la búsqueda de fórmulas cerradas para el caso más general, en función de los polinomios coeficientes.

Autores: G. Nasini y P. Tolomei

Lugar: UNR-CONICET

Expositor: P. Tolomei.

Matrices de circuitos impares de grafos señados no ideales

Dado un conjunto finito N y una familia \mathcal{F} de subconjuntos de N , $C \subset N$ es un cubrimiento de \mathcal{F} si $C \cap F \neq \emptyset$, para todo $F \in \mathcal{F}$. El problema de cubrimiento de conjuntos consiste en, dados N , \mathcal{F} y un vector de costos $c \in R^N$, encontrar un cubrimiento de \mathcal{F} de costo mínimo. Este problema modela múltiples aplicaciones provenientes de áreas muy diversas y es, en general, NP -difícil.

Toda familia \mathcal{F} tiene asociada una matriz 0,1 cuyas filas son los vectores característicos de sus elementos y recíprocamente. Si con Q denotamos el poliedro $\{x \in R_+^n : Ax \geq \mathbf{1}\}$, el problema del cubrimiento asociado a \mathcal{F} puede formularse como encontrar el $\min\{cx : x \in Q \cap Z^n\} = \min\{cx : x \in \text{conv}(Q \cap Z^n)\}$.

Una matriz 0,1 es ideal si los puntos extremos del poliedro Q tienen todas sus componentes enteras. En este caso, $\text{conv}(Q \cap Z^n) = Q$ y el problema de cubrimiento se reduce a un problema de programación lineal, resultando polinomial.

Una manera de clasificar matrices no ideales es a través de las desigualdades que debemos agregar a la descripción de Q para obtener $\text{conv}(Q \cap Z^n)$. En particular, si $\tau = \min\{\mathbf{1}x : x \in Q \cap Z^n\}$, la desigualdad $\mathbf{1}x \geq \tau$ resulta ser siempre una desigualdad válida para $\text{conv}(Q \cap Z^n)$. Cuando $\text{conv}(Q \cap Z^n) = \{x \in Q : \mathbf{1}x \geq \tau\}$ decimos que la matriz A es *near-ideal*.

Sólo se conocen algunas familias de *menores prohibidos* para matrices ideales pero éstas no han sido aún completamente caracterizadas. Esto claramente dificulta la caracterización de matrices *near-ideales*. Sin embargo, existen ciertas familias de matrices 0,1 donde sí se han podido encontrar todos los *menores prohibidos* para que la idealidad. Tal es el caso de las matrices asociadas a los circuitos impares de grafos señados, de gran importancia en el problema de máximo corte en un grafo.

En este trabajo caracterizamos todos los grafos señados cuyas matrices de circuitos impares son *near-ideales*, resultando ser aquellos que se obtienen por subdivisión de arcos de K_5 , el grafo completo de cinco nodos. Se presenta también la descripción de $\text{conv}(Q \cap Z^n)$ para la totalidad de grafos que son contraíbles a K_5 .

Autor: Teresa Braicovich

Lugar: Depto de Matemática - Facultad de Economía y Administración - Univ. Nac. del Comahue

Matrices precedencia y arco-precedencia: Espectros de digrafos adjuntos

Dos temas relevantes dentro de la Teoría de Grafos son los referidos a la adjunción y al espectro de un grafo. Dentro de la adjunción, se consideran los digrafos (h, j) adjuntos, ${}^{h,j}G$, cuyos vértices son los caminos del multidigrafo G (no necesariamente simples) de longitud h y cuya relación de precedencia ${}^{h,j}\sigma$ está definida por: $y \in {}^{h,j}G(x)$ si y sólo si el j -subcamino final de x coincide con el j -subcamino inicial de y (no necesariamente $x \neq y$). Con respecto al espectro se tendrán en cuenta los autovalores y autovectores de las matrices precedencia y arco-precedencia de digrafos (h, j) adjuntos de multidigrafos k -regulares, notando a estas matrices como P y P_a , respectivamente.

El objetivo de este trabajo es demostrar, utilizando representaciones matriciales adecuadas, que la matriz arco-precedencia P_a del digrafo (h, j) adjunto de un multidigrafo G , k -regular y de n vértices, tiene como autovalores a: k^{h-j} con multiplicidad $n \cdot k^h$ y a 0 con multiplicidad $n \cdot (k^{2h-j} - k^h)$ y dar, en términos generales, la forma de los $n \cdot k^{2h-j}$ autovectores asociados. También se analizará la relación existente entre la multiplicidad de los autovalores de las matrices P y P_a , siendo el parámetro de tal relación el valor k^{h-j} , que a su vez es la regularidad del digrafo en cuestión.

Por último, se mostrará que no fue posible hallar una caracterización de este tipo para los digrafos (h, j) adjuntos de multidigrafos balanceados no regulares.

Autores: Pablo Torres - Gabriela Argiroffo

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario

Expositor: Pablo Torres

Sobre el grafo de intersección de una matriz 0-1

Dada una matriz $M \in \{0, 1\}^{m \times n}$, se definen su número de matching, $\nu(M) = \max\{\mathbf{1}y : y \in \{0, 1\}^m, yM \leq \mathbf{1}\}$ y su número de cubrimiento $\tau(M) = \min\{\mathbf{1}x : x \in \{0, 1\}^n, Mx \geq \mathbf{1}\}$. Es claro que siempre se satisface que $\nu(M) \leq \tau(M)$. Una matriz M tiene la *propiedad de empaquetamiento* si $\nu(M') = \tau(M')$ se satisface para todo menor M' de M [1]. Las matrices con la propiedad de empaquetamiento no están, hasta el momento, caracterizadas por menores prohibidos, aunque en [1], se presentan conjeturas sobre una tal caracterización.

En este trabajo se introduce el *grafo de intersección* de una matriz 0, 1 M , $L(M)$, como el grafo de intersección de las filas de M , interpretadas como vectores de incidencia de subconjuntos de $\{1, \dots, n\}$, y en este caso obtenemos que

$$\nu(M) = \alpha(L(M)) \leq \kappa(L(M)) \leq \tau(M), \quad (41)$$

donde $\alpha(L(M))$ y $\kappa(L(M))$ representan el número de estabilidad y el número de cubrimiento de vértices por cliques del grafo $L(M)$, respectivamente. Diremos, entonces, que una matriz M es *linda* si $\alpha(L(M')) = \kappa(L(M'))$ para todo menor M' de M .

A partir de estas definiciones, vemos que toda matriz con la propiedad de empaquetamiento, es linda. Esto último, nos permite obtener propiedades de las matrices con la propiedad de empaquetamiento, a través de propiedades de sus grafos de intersección. Esto llevó al estudio de las desigualdades en (41). En particular,

1. Hallamos una condición suficiente para que $\kappa(L(M)) = \tau(M)$.
2. Hallamos una condición suficiente para que una matriz linda tenga la propiedad de empaquetamiento.
3. Dada una matriz M , definimos matrices $\mathcal{E}(G)$ y $\mathcal{Q}(G)$, extremales en el siguiente sentido:
 - a) si $\mathcal{E}(G)$ packs, entonces M packs para toda matriz M tal que $L(M) = G$.
 - b) si M empaqueta, entonces $\mathcal{Q}(G)$ empaqueta.

Referencias

- [1] G. Cornuéjols, B. Guenin, F. Margot, *The Packing Property*, *Mathematical Programming*, 89-1, pp. 113–126, 2000.

Autores: Valeria Leoni - Graciela Nasini

Lugar: Fac. de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura (U.N.R.) y Conicet

Expositor: Valeria Leoni

Caracterización de grafos E-perfectos

Dada una matriz $0,1$ A , se denomina *grafo asociado a A* , al grafo $G(A)$ que tiene un nodo por cada columna de A , y una arista por cada par de nodos para los cuales en A existe una fila con dos 1's en las correspondientes columnas. Dado un grafo G , existen muchas matrices para las cuales G es su grafo asociado. En particular, denotamos con E a la matriz arco-nodo de $G(A)$ y con Q , a la matriz clique-nodo de $G(A)$, es decir, a la matriz cuyas filas representan las cliques maximales de $G(A)$.

Dados un grafo G y una matriz A tal que $G(A) = G$, en [2] se introdujo el concepto de A -perfección de G , y se probó que caracterizar la A -perfección de G es equivalente a caracterizar a las matrices que definen juegos de empaquetamiento totalmente balanceados [1], problema que permanece abierto.

En [2] además se probó que la E -perfección de un grafo G implica A -perfección, para toda matriz A tal que $G(A) = G$.

En el presente trabajo se caracteriza a los grafos E -perfectos y se prueba que pueden ser reconocidos en tiempo polinomial.

[1] Deng, X., Ibaraky, T., Nagamochi, H. and Zang W. (2000): *Totally balanced combinatorial optimization games*. Mathematical Programming Series A 87, pp. 441–452.

[2] Escalante, M., Leoni, V. and Nasini, G. (2008): *Some insight on totally balanced packing games* (submitted to Theoretical Computer Science).

Conferencia Invitada

Silvia Bianchi

Universidad Nacional de Rosario

Operadores lift-and-project en problemas de empaquetamiento y
cubrimiento de conjuntos sobre matrices circulantes

Las técnicas clásicas de resolución de problemas de programación entera consisten en general en la obtención de aproximaciones poliedrales que contienen a las soluciones enteras del problema. En este contexto, los operadores conocidos como lift-and-project, son procedimientos iterativos que obtienen una secuencia de aproximaciones poliedrales cada vez más ajustadas y que aseguran la cápsula convexa al cabo de un número finito de pasos. Estos operadores representan a cada aproximación poliedral en un espacio de mayor dimensión, mediante el agregado de variables adicionales, luego de efectuar un ajuste, se proyecta el convexo resultante en el espacio original de variables. Esta clase de estrategias se basa en que, en ciertas ocasiones, al incrementar el número de variables, la descripción del poliedro puede ser más sencilla.

Cuando trabajamos con el Problema de Empaquetamiento de Conjuntos sobre matrices circulantes, nos encontramos con poliedros muy estudiados como el Politopo del Conjunto Estable asociado a los grafos webs y anti-webs. También las matrices circulantes y sus blockers han sido analizadas en relación al Problema de Cubrimiento de Conjuntos, debido a que resultan una generalización natural de una familia de matrices mínimamente no ideales. En esta charla se exponen las simetrías y asimetrías entre los poliedros de Empaquetamiento de Conjuntos y de Cubrimiento de Conjuntos asociados a las matrices circulantes obtenidas a través de la performance de los operadores lift-and-project.

Trabajo en colaboración con Mariana Escalante, Valeria Leoni y Graciela Nasini.

Universidad Nacional de Rosario.

Comunicaciones REM 2008

Universidad Nacional de Cuyo

Virginia Montoro
Centro Regional Bariloche. Universidad Nacional del Comahue.
e-mail: vmontoro@crub.uncoma.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Profesorado

Prácticas argumentativas de estudiantes de profesorado frente a las consignas demostrar o justificar

Resumen: El presente trabajo está enmarcado en el proyecto de investigación "El aprendizaje de la demostración en geometría en la formación de profesores", que con el objetivo general de estudiar el proceso de aprendizaje de la demostración en estudiantes de Profesorado de Matemática, se propone, como objetivo particular, indagar acerca de las concepciones de estos estudiantes sobre la demostración matemática. El objetivo específico de este trabajo es analizar las prácticas argumentativas que brindan los estudiantes frente a la consigna demostrar y frente a la consigna justificar; analizando, si las hubiere, diferencias; a fin de descubrir indicios de las concepciones de estos estudiantes sobre la demostración matemática en cuanto a su diferenciación de otros tipos de argumentación. Así mismo relacionar estas prácticas, con el tipo de pruebas que producían estos estudiantes al comienzo del estudio de la geometría. Se les presentó a los estudiantes una tarea donde se les solicita demostrar una afirmación y en otro ítem justificar que una afirmación es verdadera y luego se los entrevistó individualmente mediante preguntas abiertas a fin subsanar dudas posteriores. Se da cuenta de una categorización de las prácticas argumentativas de los estudiantes frente a las dos consignas ofrecidas, pudiendo consensuarse cinco categorías: argumentación deductiva formal; argumentación deductiva coloquial; explicación coloquial; explicación por evidencia y explicación por dibujo. Concluimos que algunos estudiantes describen dos extremos donde demostrar y justificar significan lo mismo. En un extremo se encuentran los que, muy alejados de construir argumentos deductivos que los lleven a una comprensión de la demostración matemática, en ambos casos explican por medio de un dibujo y en el otro los que realizan argumentaciones deductivas formales tanto para demostrar como para justificar; estos últimos parecieran comprender el concepto de demostración ya que producen en general pruebas formales; para ellos justificar en un contexto matemático sería lo mismo que demostrar. Otros estudiantes producen una argumentación deductiva coloquial bajo la consigna demostrar y una explicación por evidencia en justificar, diferenciando claramente los términos, en

forma similar a los que producen una explicación coloquial y solo una explicación por dibujo o evidencia en justificar. En estos últimos es notable como a pesar de no producir pruebas intelectuales hacen una diferencia evidente ante los distintos términos; esto puede deberse a que al menos en teoría comprenden que la demostración matemática refiere a un razonamiento deductivo y en cambio frente a la consigna justificar se sienten con mayor libertad de acción. A modo de reflexión podríamos decir que los docentes que tenemos la responsabilidad de la formación matemática de los futuros profesores; debiéramos prestar especial atención en no caer en el error de dejar creer a los alumnos, que ellos son capaces de producir una demostración cuando sólo estas argumentando. Dado que una construcción cabal del conocimiento matemático no puede darse si no se logra una toma de conciencia efectiva de la naturaleza de la validación en matemáticas, debiéramos ocuparnos de que nuestros estudiantes se nutran de la argumentación pero no pierdan de vista las características esenciales de la demostración. Estos resultados aportan nuevos aspectos a la caracterización de este complejo proceso de aprendizaje de la demostración.

Marcel David Pochulu
Universidad Nacional de Villa María
e-mail: mpochulu@arnet.com.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Capacitación docente

Concepciones sustentadas en torno a la resolución de problemas durante una capacitación docente en Geometría Dinámica

Resumen: La investigación se enmarcó en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática y tuvo por objetivo analizar las concepciones sustentadas sobre objetos matemáticos referidos a la resolución de problemas geométricos escolares, en los distintos momentos que tuvo una capacitación docente en Geometría Dinámica. Las características metodológicas de la investigación son de tipo cualitativo e interpretativo, y no se partió de hipótesis previamente establecidas, sino que, a partir de los datos recogidos se generaron conjeturas cuya validez fue testada en el transcurso del trabajo. La determinación de las concepciones sustentadas sobre la resolución de problemas geométricos devino de una inmersión y comprensión profunda de las actividades de resolución, diseño y puesta en práctica de las situaciones problemáticas planteadas por siete profesores de Matemática (involucrados en un proyecto de innovación en el aula sobre Geometría Plana, con recursos informáticos y para alumnos de la escuela secundaria) a través de un análisis inductivo / constructivo no lineal, en el que se combinaron diversos procedimientos y técnicas de investigación. La identificación de discordancias entre las concepciones sustentadas por los profesores (entendidas como sistemas de prácticas discursivas y operativas) atribuidas a los problemas geométricos y a la resolución de problemas en la escuela, nos llevó a detectar algunas brechas entre las producciones de los docentes (cuando resuelven problemas apelando a los recursos dinámicos) con respecto al tipo de problemas que diseñan teniendo en cuenta a sus alumnos como destinatarios. La capacitación en Geometría Dinámica ayudó a modificar las concepciones de los profesores sustentadas sobre objetos matemáticos referidos a la resolución de problemas. Así, la resolución de problemas escolares pasó a ser vista de un modo más amplio, donde pudieron combinarse procesos modelados y programas de entrenamiento con creatividad, requiriendo, por ende, de una dedicación efectiva de los alumnos, en tanto los llevaría a investigar en forma colaborativa, analizando, probando, conjeturando, evaluando, modificando, etc.

Liliana E. Valdez de Zapata, Estela S. Aliandro, Eudosia N. Díaz de Hibbard y
Carlos E. Puga
Universidad Nacional de Salta
e-mail: valdez@unsa.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Profesorado-Universitario

Dificultades en cambios de registros de representación detectados en el
primer año universitario

Resumen: El propósito de este trabajo es realizar un estudio interpretativo de las dificultades que presentan los estudiantes en la transcripción matemática de situaciones problemáticas contextualizadas en realidades de la vida cotidiana. El estudio trata las dificultades exhibidas en la resolución de un problema característico de programación lineal. Se analiza cuáles son los problemas de cambio de registro que se producen al abordar esta situación problemática, propuesta con la finalidad de la comprensión y aprehensión de los conceptos vinculados al tema. A los efectos de analizar las dificultades señaladas, se hace necesario tomar en cuenta la problemática relacionada con los registros de representación semiótica, la simbolización y significatividad, basados en las ideas de significante y significado. Todo esto ocurre porque la matemática tiene diversos modos de representar sus objetos y las relaciones entre ellos. Además del lenguaje común y cotidiano, es propio de esta ciencia el lenguaje simbólico y también el registro gráfico. Para lograr identificar los diversos aspectos de esta problemática, se hace necesario trabajar desde las producciones escritas de los estudiantes, porque son los documentos que registran el uso y la forma en que éstos realizan los distintos tipos de representación. El material que hemos seleccionado corresponde a las resoluciones de un problema de programación lineal, realizadas por los alumnos en una evaluación de un curso de matemática del primer año universitario. El estudio nos permitió observar que hay muchas dificultades relacionadas con el uso y la interpretación de la lengua y la falta de sentido que la simbología matemática tiene para los estudiantes. Se realiza finalmente una propuesta de actividades tendientes a superar las dificultades de representación que tienen los estudiantes cuando deben resolver un problema.

Autores: Liliana Siñeriz y Cristina Ferraris

Lugar: Bariloche- Río Negro

e-mail: lsineriz@crub.uncoma.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Heurísticas: un componente del proceso de aprender a demostrar

Resumen: Se presentan producciones teóricas realizadas en el marco del proyecto "Aprendizaje de la demostración en Geometría", cuyo propósito es indagar dicho proceso en estudiantes del Profesorado de Matemática, en el contexto de la asignatura Geometría Euclídea. En la investigación de referencia se ha diseñado un Modelo Teórico, que contempla una serie de componentes que pretenden dar cuenta de los diferentes aspectos implicados. En este trabajo, presentaremos el marco teórico acotado al componente "heurísticas", el cual hemos elaborado para analizar la presencia de los rasgos heurísticos en el proceso de aprender a demostrar. Nos centraremos en los modos y medios de resolución de problemas que no suponen una garantía de obtener el resultado y pueden describirse independientemente del contenido concreto del problema. Enfocaremos los modos de razonamiento y procedimientos derivados, que no se encuadran en la lógica formal y que, sin embargo, representan un fuerte aporte en la construcción del conocimiento en esta ciencia, particularmente en el proceso de demostración. Haremos referencia a razonamientos que no pueden describirse con los patrones clásicos deductivos de la lógica, son razonamientos que se consideran provisionales y viables que, si bien no llevan a la demostración de una conjetura, inciden en el grado de confianza que otorgamos a la misma. Asimismo, examinaremos ciertas formas de trabajo que ayudan a progresar en el camino hacia la prueba, las cuales son de distinta naturaleza. En este sentido, y para analizar en detalle los aspectos heurísticos implicados en el proceso que es objeto de estudio, presentaremos la clasificación que hemos efectuado al respecto. Presentaremos el análisis que, de acuerdo a estos elementos teóricos, hemos realizado de las producciones de dos alumnos, en relación a dos actividades propuestas. Estas elaboraciones teóricas pretenden brindar nuevos elementos para el análisis del proceso de aprender a demostrar. Así también, esperamos que sirvan para instalar la reflexión, en los futuros profesores y profesores en ejercicio, sobre los aspectos heurísticos tratados, y para evaluar sus implicancias didácticas y en la formación del profesorado.

Autores: Olga Ávila, Eleonora Cerati, Roberto Macías, Claudia Redolatti, Ingrid Schwer, María Laura Taverna
Lugar: UNL. Fac. Ingeniería Química
e-mail: eleonoracerati@gmail.com
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Universitario

Uso de análisis multivariado para caracterizar la formación matemática de los alumnos ingresantes y medir su desempeño en la primera asignatura del área en la universidad

Resumen: Uno de los problemas más serios que enfrentan hoy en día las universidades en el dictado de sus primeros cursos es la heterogeneidad del nivel de conocimientos alcanzado por los alumnos en los estudios previos y las carencias con las que cuentan, dificultando el desempeño en materias como matemática. Por esta razón es importante estudiar los aspectos que pueden influir en el rendimiento de los alumnos ingresantes evitando situaciones de fracaso y favoreciendo la retención de los mismos. En la Universidad Nacional del Litoral (UNL), con sede en la ciudad de Santa Fe, a partir del año 2001 es un requisito obligatorio la aprobación del Curso de Articulación Disciplinar en Matemática para el cursado de la primer materia en matemática llamada Matemática A. Los alumnos que no logran aprobarlo deben asistir durante el primer cuatrimestre de su primer año a un curso de apoyo (CAM) con el fin de lograr una mejor formación necesaria para realizar Matemática A. Desde el año 2000 se realiza un seguimiento estadístico a los alumnos ingresantes de las carreras de la Facultad de Ingeniería Química (FIQ) dependiente de la (UNL) para evaluar distintos aspectos de su rendimiento en el área matemática. Estudios realizados en trabajos anteriores con alumnos ingresantes en las carreras de la Facultad, mostraron que la aprobación del Curso de Articulación en el área matemática es un factor importante y decisivo para un buen desempeño de los alumnos en el primer curso de Matemática [1]. En virtud de ello surge la necesidad de analizar en mayor detalle distintos aspectos que diferencian a los alumnos que aprobaron este curso de aquellos que deben realizar el Curso Tutorial de Matemática para reforzar contenidos del polimodal como así también analizar estos aspectos considerando solamente aquellos alumnos ingresantes que aprobaron Matemática A.. El objetivo de este trabajo es mostrar resultados obtenidos de utilizar las técnicas multivariadas de análisis discriminante y regresión logística en alumnos ingresantes. Ambos análisis multivariados permiten identificar un conjunto

de variables independientes de un grupo mayor, como las variables mejores predictoras para clasificar los alumnos ingresantes en dos grupos: alumnos en condiciones de cursar Matemática A; y alumnos que deben realizar un curso tutorial como curso de apoyo para lograr una mejor formación en matemática previo al cursado de este primer curso. Un análisis discriminante adicional se realiza a los alumnos de la asignatura Matemática A con el objeto de detectar variables que diferencien aquellos alumnos que aprobaron la materia de los que no lo hicieron. Los análisis realizados estarían indicando que la aprobación del curso de articulación en matemática puede ser considerada una herramienta apropiada de medición de la formación de los ingresantes en el área matemática.

Autores: Barreiro, Patricia; Falsetti, Marcela; Formica, Alberto; Marino, Tamara; Mellincovsky, Diana

Lugar: Instituto del Desarrollo Humano - Universidad Nacional de General Sarmiento

e-mail: mfalse@ungs.edu.ar; aformica@ungs.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Estudio cualitativo del aprendizaje de la validación en Matemática: avances en base al análisis de protocolos

Resumen: Presentamos aquí un estudio cualitativo sobre el aprendizaje de la validación en Matemática en estudiantes del nivel universitario inicial, para el tema "función de proporcionalidad directa". Brevemente, la validación es una actividad matemática que consiste en el empleo de recursos de tipo técnicos, teóricos disciplinares y argumentativos, por parte del que aprende, para garantizar la validez de un resultado formulado. Es una actividad que se realiza teniendo en cuenta las convenciones de una comunidad que maneja el saber en forma experta (la comunidad científica, por ejemplo). Este estudio está realizado sobre clases que promueven interacciones entre pares y cuyas actividades están diseñadas para favorecer el aprendizaje de la validación pues interpelan las formas usuales de proceder y abordar las tareas por parte de los alumnos. Desarrollamos un procedimiento analítico, que describimos y aplicamos, para determinar ciertas categorías de análisis bajo las cuales realizamos el estudio. El abordaje presentado en este trabajo consiste en realizar un primer nivel de análisis interpretativo, que se refiere a los hechos sucedidos en las clases, luego la ampliación de las categorías de análisis preliminares, que surgen del marco teórico, con categorías que surgen a raíz de este primer nivel de análisis y por último, realizamos un segundo nivel de análisis referido a las categorías determinadas que caracterizan, de algún modo, el aprendizaje en validación. De lo realizado se evidencian las dificultades en el aprendizaje de la validación en Matemática, la relevancia del accionar docente y de las actividades propuestas para favorecerlo y la riqueza de la información obtenida de los diálogos dados en el interior de los grupos.

Autores: Medina Perla , Astiz Mercedes, Albarenque Romina, Oliver María, Rocerau María, Valdez Guillermo, Vecino María
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
e-mail: pmedina@mdp.edu.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Universitario

Sucesiones numéricas. Un aporte para su aprendizaje

Resumen: Son muchos los temas que hoy, en los cursos iniciales de matemática en las carreras de Ciencias Exactas generan inconvenientes a los alumnos, tanto en la comprensión de los conceptos en sí, como en las propiedades y relaciones matemáticas que los involucran. Es claro que, estas tres cuestiones básicas son un paso previo para lograr la formalización de conceptos y una condición necesaria para interpretar y utilizar adecuadamente toda la potencia que dicha formalización encierra. El presente trabajo, a partir del análisis y categorización de errores cometidos por alumnos de primer año de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Mar del Plata en conceptos relacionados con sucesiones numéricas en la asignatura Cálculo I (Astiz, M. y otros, 2006), presenta los resultados de la puesta en práctica de una serie de actividades tendientes a facilitar la adquisición de dichos conceptos, sus relaciones y su formalización. La principal característica de estas actividades reside en el hecho de contar con ejercicios que involucran distintos tipos de representación, a fin de que puedan generar una imagen correcta de cada concepto. Se presentan las diferentes instancias de evaluación de las que participaron los alumnos, el análisis de los resultados y conclusiones. Teniendo en cuenta que en matemática generalmente los conceptos se dan a través de su definición, los principales propósitos de esta modalidad de trabajo con los estudiantes están relacionados con orientar a los alumnos para que adquieran un adecuado "concepto imagen" de los temas involucrados, y por otra parte, que puedan avanzar en el recorrido que les permita acercar dicho "concepto imagen" al "concepto definición" en el sentido que lo define Vinner (1991).

Autores: Braccialarghe, Dirce; Emmanuele, Daniela; González, María Inés; Introcaso, Beatriz

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional de Rosario

e-mail: dirce@fceia.unr.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

La evaluación en asignaturas de Análisis Matemático en carreras de ingeniería. Entre lo pedagógico, lo institucional y el aula

Resumen: Realizamos este trabajo integrantes del grupo GIEM (Grupo de Investigación sobre Enseñanza de la Matemática, creado en 2003) en el marco del proyecto: "La significación de los contenidos conceptuales en la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo en carreras de Ingeniería radicado en la UNR e iniciado en 2007. Desde la creación del grupo, el fracaso de los estudiantes de primer año de las carreras de Ingeniería nos llevó a indagar sobre los cambios producidos a lo largo del tiempo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en la selección de bibliografía, en los objetivos que orientan la práctica, en la idiosincrasia del alumno que asiste a la Universidad, en la forma de evaluar. En este marco hoy nos preguntamos: ¿Es la evaluación coherente con lo que se trabaja en clase; con los objetivos institucionales y pedagógicos; con la bibliografía propuesta? En un trabajo que el GIEM realiza en 2008: "El libro de texto de Matemática en carreras de Ingeniería ¿comprobamos que los libros sugeridos en la bibliografía de las cátedras de Análisis Matemático de las décadas del 60 al 90 difieren notoriamente de los utilizados hoy en la Facultad. Los primeros son libros que catalogamos como expositivos y en los cuales la precisión en el lenguaje matemático, el trabajo con las definiciones y el valor de las demostraciones resultan acentuadamente valoradas en comparación con la de los libros hoy utilizados. Estos aspectos son actualmente reemplazados por aplicaciones a las ciencias y a la Ingeniería, comentarios históricos, problemas motivadores trabajados en diferentes contextos, ejercitación con la utilización de un software matemático y gráficos que permiten comprender enunciados a partir de la visualización. De esta manera, la fortaleza de los textos se desplaza de lo teórico hacia lo práctico y se exhibe, en general, una marcada tendencia a utilizar la intuición en el desarrollo de los conceptos. Teniendo presente que en 1990 hay un marcado cambio relacionado con la globalización y el auge de las políticas neoliberales que favorece la introducción de libros de edición extranjera, nos preguntamos si los

exámenes tomados a partir de los años 90 reflejan el cambio de paradigma que se trasunta en estos libros. En el marco de las reformas educativas producto de los lineamientos del Banco Mundial, cambiaron los contenidos, el enfoque, cambiaron los tiempos de dictado, cambiaron los actores sociales, se promueve un cambio en el perfil del ingeniero, pero en las evaluaciones ¿se notan estos cambios? La búsqueda de respuestas requirió del análisis de pensamientos sobre evaluación de investigadores del campo de la educación y de otros ámbitos que atendieron esta problemática. Así, analizamos la evolución de posturas sobre evaluación educativa desde 1950. Estudiamos también los orígenes y la evolución de la evaluación del desempeño del alumno, indagando cómo se la ha concebido a través del tiempo, cómo ha cambiado con los años, e investigamos sobre el trabajo áulico respecto de la evaluación a partir del análisis de programas, prácticas y evaluaciones realizadas. Lo hicimos en el contexto de la FCEIA de la UNR, facultad donde trabajamos. El entrecruzamiento de lo pedagógico, lo institucional y el trabajo en el aula respecto de la evaluación del alumno puso de manifiesto que existen discordancias e inconsistencias en el sistema de evaluación actual. De la misma forma que durante el desarrollo de las clases el docente supone que un concepto fue aprendido y sigue adelante sin tener en cuenta - por distintas razones - el tiempo de anclaje del concepto en el aparato psíquico del alumno, el camino de la evaluación parece consistir en tomar parciales y avanzar independientemente de los resultados del mismo. Pensamos que es indispensable que los docentes trabajemos el tema de la evaluación desde la formación y reflexionemos sobre él durante la práctica, para que la misma no se convierta en el mero acto de castigar o recompensar que describe Foucault y pueda ser parte del proceso educativo sirviendo a los objetivos que se propongan.

Autores: Juan Maria Teresa y Montoro Virginia

Lugar: Bariloche

e-mail: maytej@crub.uncoma.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Secundario

Concepciones de estudiantes de nivel medio sobre aspectos básicos de la noción de infinito en un contexto de conteo

Resumen: En este trabajo estudiamos algunos aspectos de las concepciones de alumnos de nivel medio sobre el infinito matemático en un contexto de conteo. Los estudiantes participantes fueron 176 alumnos de tres colegios de nivel medio de la ciudad de San Carlos de Bariloche que tienen entre 13 y 19 años. Comparamos además nuestros resultados con los obtenidos en una investigación anterior con estudiantes universitarios. Se analizaron las respuestas cerradas dadas este grupo de estudiantes de nivel medio a un cuestionario formulado a efectos de conocer sus concepciones respecto a aspectos muy simples del infinito matemático o cardinal y en un contexto de conteo. Para el análisis de estas respuestas hemos utilizado el análisis multivariado de datos, a través del Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples (AFCM). Encontramos que las ideas correctas, en los diferentes aspectos indagados están fuertemente asociadas entre sí, en cambio las ideas alternativas se encuentran más diferenciadas. Encontramos también una evolución en cuanto a las respuestas correctas con la edad y una fuerte asociación entre estas ideas correctas y la instrucción específica focalizada hacia la matemática. Hallamos un grupo de estudiantes que parecieran no aceptar la posibilidad de obtener colecciones infinitas pero que sin embargo al presentárseles como infinitas las conciben como conteniendo a todos los elementos del universal. La concepción dominante en cuanto a la posibilidad de la existencia de colecciones infinitas, a la diferencia entre infinito y mucho y a la posible identificación de infinito y todo, en los estudiantes menores, está asociada a respuestas no sé, interpretamos este hecho como que los estudiantes se enfrentan por primera vez con estos conceptos. Los estudiantes mayores aceptan las colecciones infinitas sin dificultad y a infinito como distinto de todo solo en el caso de los estudiantes de la escuela técnica. Estos resultados concuerdan con los obtenidos anteriormente con estudiantes universitarios en cuanto a que los estudiantes con una formación matemática más sólida aceptan las colecciones infinitas y son capaces de diferenciarlas de todo; se presenta así la formación matemática como la variable más relevante. Por

último concluimos que la noción de infinito matemático no es una noción intuitiva, y mucho menos puede ser aprendida por la experiencia sensible, sino que se requiere de contextos educativos que propicien la reflexión matemática a través de intervenciones de enseñanza específicas.

Autores: Ruiz, María Elena- Detzel, Patricia

Lugar: Neuquén

e-mail: ruiz.melena@gmail.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Primario

Algunos aspectos vinculados a la enseñanza de la proporcionalidad

Resumen: Este trabajo se enmarca dentro de un proyecto de investigación sobre Enseñanza de la matemática, que se desarrolla en la Universidad Nacional del Comahue. Una de las cuestiones que es de interés en este proyecto es la relación que los docentes de matemática de los niveles primarios y medio establecen con el saber matemático, dentro de instituciones educativas. En esta temática nos ha particularmente interesado estudiar las relaciones que los docentes tienen con los saberes Funciones y Proporcionalidad. Este estudio adquiere importancia pues las relaciones personales de los profesores con el saber y sus concepciones acerca de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática, condicionan los contextos de aprendizaje que crean en su actividad de enseñanza.

En el trabajo que presentamos aquí, nuestro interés se centra en el análisis de algunos aspectos vinculados a la enseñanza de la proporcionalidad, teniendo en cuenta planificaciones que elaboran los docentes de nivel primario y lo que dicen acerca de la enseñanza de esta noción. Nuestro objetivo es identificar y analizar algunos elementos que están presentes en la enseñanza de la proporcionalidad. Consideraremos para su análisis, aspectos tales como los "propósitos" en la enseñanza de la proporcionalidad, de acuerdo a lo que dicen los docentes. Entre éstos nos detendremos en los "Problemas de la vida diaria" y el "Reconocimiento de la proporcionalidad" en situaciones, que aparecen como propósitos declarados. Otro aspecto a considerar es el referido a las "Funciones, proporcionalidad directa y regla de tres".

El marco teórico de referencia está constituido por teorías existentes en la Didáctica de la Matemática francesa, en particular la "teoría de las situaciones didácticas" de G. Brousseau. También forman parte de este marco teórico trabajos de Educación Matemática de la línea anglosajona entre los que se puede mencionar los de Schoenfeld.

La metodología que utilizamos en esta investigación es una metodología que nos permita acceder a informaciones de tipo cualitativo (Lincoln & Guba, 1985), pues lo que se busca es describir y comprender algunas cuestiones presentes en la enseñanza de la proporcionalidad. Para ello consideramos

entrevistas realizadas a docentes, el tipo de entrevistas a las que apelamos son las “entrevistas en profundidad” (Rodríguez Gómez, 1996).

Autores: Olmedo, Nora y Curotto, Margarita
Lugar: San Fernando del Valle de Catamarca
e-mail: noraolmedo5@hotmail.com, curotto48@yahoo.com.ar
Categoría: Trabajo de investigación
Nivel: Secundario-Profesorado

La resolución de problemas: dificultades para el planteo, la puesta en práctica y la evaluación en las clases de matemática

Resumen: Resolver problemas en matemática significa adoptar una manera de entender la matemática y también de enseñarla y aprenderla. En las aulas de matemática existen numerosos obstáculos para implementar la resolución de problemas (RP) como estrategia de enseñanza y aprendizaje. En este trabajo se revisan las dificultades que hemos encontrado para la implementación en el aula de la RP en Escuelas Medias de la Provincia de Catamarca en ocasión de los Proyectos de Apoyo al Mejoramiento de la Enseñanza del Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, Proyecto de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNCA. La metodología ha sido cualitativa, dado que lo que se pretende es la comprensión de los sucesos y el análisis de las categorías emergentes. La evaluación de los logros que se alcanzan cuando se implementan estrategias de RP en el aula se realizó con metodología de investigación acción. Se analiza la problemática desde la acción en el aula: Se realizaron talleres con temas de geometría, álgebra y análisis del currículum de escuela media y se les pidió a los docentes que plantearan clases con problemas para sus alumnos, en una oportunidad con una guía específica, en otra libremente. Se analizó el papel de la RP desde las planificaciones. También se recogieron datos con un cuestionario que pretendía provocar la reflexión de los docentes acerca de sus ideas sobre resolver problemas en clase y se realizaron entrevistas a dos de ellos. Hemos encontrado que, en general, que existe una gran diferencia entre los conocimientos que el docente considera necesarios desde las planificaciones y lo que realmente ocurre en el aula; es decir, entre lo que se pretende y lo que se logra. Se utilizan problemas sólo como motivación para intentar despertar curiosidad por la temática que se presenta y, si bien hay intentos de hacer "pensar" a los alumnos, éstos no tienen un fin determinado de construcción del saber. Los problemas, o situaciones problemáticas que se plantean, más bien responden a modelos preestablecidos de enseñanza y a esquemas de clase que se arrastran desde la formación docente y donde la clase es motivación-desarrollo-aplicación. Con respecto a la evaluación, el modelo imperante sigue siendo

tradicional con el único objeto de calificar al alumno y no se la considera como una herramienta que puede orientar hacia el desarrollo de habilidades metacognitivas en el alumno, hacia la elección y utilización de estrategias de enseñanza, y a contribuir a analizar la eficacia y eficiencia de los abordajes metodológicos que plantea el docente. En este sentido, la formación docente requiere ser modificada en aras de que el futuro profesor aborde la problemática del aula con otros elementos y las dificultades planteadas sean superadas. Se realiza una propuesta sobre las posibilidades de evaluación de la RP en el aula con el fin de intentar un cambio, desde nuestra perspectiva, en los modos tradicionales que aparecen como meramente calificativos.

Autores: María J. Rey Genicio, Liliana Tapia, Héctor Tarifa, Clarisa Hernández
Lugar: Facultad de Ingeniería- Universidad Nacional de Jujuy- Argentina
e-mail: tresm@imagine.com.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Secundario

Secuencia didáctica para la enseñanza de la función cuadrática

Resumen: Esta propuesta didáctica se sostiene en un Proyecto de Investigación que busca el desarrollo de estrategias innovadoras en la enseñanza de la matemática. Se toma como marco teórico, desde la fuente psicológica, las diferentes Teorías Cognitivistas; de la fuente didáctica los aportes de Cecilia Bixio referidos a las estrategias didácticas y desde la Didáctica de la Matemática la «Teoría de las Situaciones» y la «Dialéctica Instrumento-Objeto. Juego de marcos», además se tienen en cuenta las dificultades y los errores que se presentan en los aprendizajes matemáticos y ciertas consideraciones didácticas acerca del lenguaje matemático. Pretende brindar al docente un material estructurado en forma clara, precisa y amena para la enseñanza del tema; no como algo prescriptivo sino como una propuesta que pueda ser reflexionada, es decir que oriente el análisis y los criterios de acción del profesor y le permita decidir entre alternativas y comprobar resultados. La propuesta que se presenta está referida a la función cuadrática, se ha elegido este tema porque, en entrevistas, encuestas y charlas, los docentes manifestaron diversos inconvenientes en su enseñanza. Por otra parte, en nuestra experiencia como profesores universitarios, hemos observado repetidamente dificultades en el manejo de este conocimiento originadas, a nuestro criterio, por una enseñanza basada en la memorización y el mecanicismo. De allí que el objetivo principal del trabajo fue elaborar una propuesta didáctica innovadora que pretende hacer más eficientes la enseñanza y el aprendizaje. Esta propuesta fue puesta en práctica en escuelas de Nivel Medio de la ciudad de San Salvador de Jujuy. Consistió en la presentación de un problema inicial que se fue complejizando a través de la variable didáctica, hasta llegar a la generalización mediante una fórmula que definió una función cuadrática. Esto permitió que los alumnos fueran elaborando “implícitamente” una teoría en torno al tema, que se hizo “explícita” por el docente. Las dificultades habituales que tienen los alumnos en torno a los desplazamientos de la parábola fueron satisfactoriamente superadas al poner al alumno ante la situación de que era él quien debía encontrar la función cuya gráfica cumpliera con condiciones dadas. A partir de la expresión canónica de la función de segundo grado

se trabajó, con una secuencia de problemas, de modo que alumno fue encontrando el método para pasar de la forma polinómica a la canónica. De allí fue mínimo el paso para encontrar los ceros de la función. En la implementación de este diseño se observó que la mayoría de los alumnos mostraron mayor entusiasmo y compromiso con la tarea. Lo más destacado de esta actividad fue sin duda el valor que le otorgaron los alumnos a su propia implicancia en el proceso de construcción.

Autores: Susana Peparelli, Nora Zón
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto
e-mail: nzon@exa.unrc.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Secundario

La dialéctica entre el campo multiplicativo y la resolución de problemas de combinatoria

Resumen: En el ámbito de la Educación Matemática se sostiene que para aprender matemática los alumnos necesitan hacer matemática lo que implica involucrarse en la resolución de problemas. Los estudios realizados señalan que los alumnos poseen conocimientos matemáticos pero estos no se encuentran disponibles para ser utilizados en situaciones que los requieran, no se ha logrado, entonces, que los conocimientos se construyan con significado. Se considera que:

- hacer matemática implica ocuparse de los problemas.
- encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrar las respuestas.
- una parte importante del significado de los conocimientos está dada por reconocer cuáles son las situaciones en que tales conocimientos son útiles, pero también por reconocer cuáles son los límites de su utilización.

Desde esta perspectiva la enseñanza de las operaciones se concibe como un proceso que se extiende a lo largo de la educación obligatoria y que requiere del abordaje de una variedad tanto de problemas como de estrategias de resolución. En el caso particular de la multiplicación, numerosas investigaciones indican que la adquisición de este conocimiento no se logra cuando se aborda simplemente el algoritmo ya que si bien muchos alumnos pueden realizar cálculos correctos no identifican los problemas para los cuales la multiplicación es la herramienta adecuada. Es muy común que en la resolución de problemas multiplicativos los estudiantes intenten extender modelos aditivos, de allí que sea necesario incluir en la enseñanza situaciones que posibiliten la explicitación de dicho uso para luego rechazarlo. La resolución de problemas de combinatoria, al poner en juego un nuevo significado de la multiplicación, se convierte en una excelente herramienta para favorecer el pasaje de los modelos aditivos a los modelos multiplicativos. Precisamente, los dos

principios básicos en combinatoria son el Principio de la Adición y el Principio del Producto. El ámbito de la combinatoria posibilita, además, la puesta en práctica de estrategias de resolución variadas, la identificación de regularidades, el cambio de representaciones, la abstracción, la generalización y la formalización. En este trabajo presentaremos un conjunto de problemas combinatorios, para ser trabajados en el tercer ciclo de la EGB con un doble propósito:

- enriquecer el significado de la multiplicación.
- avanzar en el análisis de las características de algunos problemas típicos de la combinatoria

La selección y análisis de los problemas se ha realizado sobre la base de la noción de campo multiplicativo de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud y la tesis doctoral Estructura de los Problemas Combinatorios Simples y del Razonamiento Combinatorio en Alumnos de Secundaria de Navarro-Pelayo.

Autores: Ruiz, Ana María - Mallea, Adriana**Lugar: Universidad Nacional de San Juan****e-mail: anamaruiz5@hotmail.com****Categoría: Propuesta de enseñanza****Nivel: Secundario**

Geometría y estadística: una propuesta conciliadora

Resumen: Se intenta mediante esta propuesta de trabajo conciliar dos grandes ausentes de las clases de matemática en la escuela media: la geometría y la estadística y/o probabilidad. Es reconocido por quienes tienen un vínculo con la enseñanza de la matemática, el hecho de que el trabajo geométrico ha ido perdiendo espacio y sentido, tanto en las escuelas como en la formación docente. Son tantos los contenidos reconocidos de matemática respecto a aritmética, álgebra, funciones, que si algo “se cae” del programa por falta de tiempo es la geometría, acompañada en los últimos tiempos de la estadística y la probabilidad. Los diversos agentes del sistema educativo compartimos una preocupación por la casi ausencia de la geometría en la escuela, o porque su presencia se da en general bajo la forma de una enseñanza basada en la “presentación de los objetos geométricos y sus propiedades” sin oportunidad para los alumnos de atribuir sentido a esos conocimientos. No será la finalidad de este trabajo analizar el tipo de prácticas geométricas óptimas para instalar en la escuela, sino analizar y usar algunos conceptos en los que se vincula la geometría y medida (perímetro, área, volumen) como medio para la obtención de datos para el análisis estadístico. Entendemos la alfabetización estadística como el conocimiento que todos los ciudadanos deben poder manipular para comprender la información (datos en un contexto específico). Con el objeto de desarrollar esta alfabetización, se propondrán actividades en el marco geométrico para la obtención de datos. Este marco es propicio ya que las estrategias de estimación y aproximación de cantidades y medidas, suponen del dominio de destrezas previas (mediciones y cálculos), que en la educación formal, y desde los primeros niveles, tienden a desarrollarse. Entendemos que comprender la medida implica comprender el proceso de medir, la inexactitud y variabilidad de los resultados, el concepto de error de medición y a qué puede ser atribuible, y la importancia en la selección de la unidad y el instrumento adecuado para lograr la precisión requerida para la situación planteada.

Autores: Natalia Sgreccia

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

e-mail: sgreccia@fceia.unr.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

Secuencia didáctica que involucra el contenido matemático proporcionalidad de segmentos y la habilidad cognitivo-lingüística explicar

Resumen: Las habilidades cognitivas están en la base de las operaciones que se producen durante la actividad de aprendizaje y de estudio. Comparar, interpretar, identificar, recodificar, calcular, algoritmizar, modelizar y visualizar, constituyen ejemplos de habilidades cognitivas en el área matemática. Estas habilidades se concretan en las habilidades cognitivo-lingüísticas que se usan y se aprenden de manera distinta. Como habilidades cognitivo-lingüísticas podemos mencionar: describir, definir, graficar e interpretar gráficos, demostrar, explicar, justificar y argumentar. En lo que sigue se presenta una secuencia de trabajo que involucra la habilidad cognitivolingüística EXPLICAR, con algunas aproximaciones a JUSTIFICAR y DEMOSTRAR, focalizada más bien en los dos primeros años de la Escuela Secundaria. El contenido matemático al que se hace referencia es PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS, el cual tiene vinculaciones con las nociones previas de paralelismo entre rectas, polígonos, congruencia de triángulos, y con nociones posteriores, como por ejemplo, semejanza de triángulos y trigonometría. Esta propuesta ha sido implementada en parte con alumnos de segundo año de la Escuela Secundaria y ha sido socializada con docentes de Matemática de diversas localidades cercanas a la ciudad de Rosario.

Autores: Aguado, J. L.; Dal Bianco, N.; Martínez, S.; Pía Salvadori, A.

Lugar: UNLPam. Santa Rosa. La Pampa

e-mail: andreapia@agro.unlpam.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

Un poco de historia y algunas aplicaciones del número e

Resumen: Históricamente los logaritmos no se pensaron, en los primeros años de su desarrollo, en relación con la exponenciación. Por supuesto que de la ecuación $x = a^t$, se deduce que $t = \log_a(x)$, donde el logaritmo es en base a , pero esto involucra una manera muy moderna de pensar, mientras que los matemáticos del siglo XVII concibieron el logaritmo solamente como una operación con números que ayudaba al cálculo. Los trabajos sobre logaritmos realizados por los matemáticos de esa época, Napier, Briggs, Huygens, no daban un reconocimiento explícito al número e, y su "descubrimiento" no derivó en absoluto de la noción de logaritmo, sino que, sorprendentemente, este número aparece como tal, en un estudio de interés compuesto continuo hecho por Jacobo Bernoulli en 1683. En esta comunicación, analizando la historia, vemos como los desarrollos iniciales en logaritmos se volvieron parte de la comprensión del número e. La ubicuidad de este número en las ciencias puras y aplicadas exige que sea definido (o no) en cada curso destinado a científicos e ingenieros y aún a estudiantes cuyas currículas no requieren base matemática demasiado profunda. En la actualidad, no hay software matemático que no incluya algoritmos para trabajar con exponenciales. La presentación de las constantes es entonces muy escueta y preguntas como ¿por qué se toma e como base del logaritmo natural y no 10? no son infrecuentes en estos cursos. Es por eso que quizás deberíamos conocer algo sobre la génesis del número e. Además consideramos algunas situaciones problemáticas, de particular interés para biólogos, ingenieros y para cuyo tratamiento es necesaria la aplicación de funciones exponenciales.

Autores: Raquel M. Cognigni - Teresa Braicovich- Claudia Reyes

Lugar: Universidad Nacional del Comahue

e-mail: reyesclaudiag@speedy.com.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Primario-Secundario

Recorriendo grafos a lo largo de la Educación General Básica

Resumen: Observamos que, sin importar el nivel educativo, a los estudiantes les resulta difícil proponer razonamientos propios y que en muchas ocasiones no logran resolver sencillos problemas de la vida cotidiana que tienen relación con la matemática. Creemos que generar el aula taller, donde el alumno tenga la posibilidad de explorar, intentar caminos, hacer preguntas, generar hipótesis y conjeturas, ayudaría en este sentido y que, algunos aspectos de la teoría de grafos serían un tema atrayente. Citando a Coriat: "Por medio de los grafos se facilita el acceso de los alumnos a sus propias estrategias de aprendizaje, no porque estas se describan necesariamente mediante grafos, sino porque el ir y venir entre situaciones y estructuras puede facilitar la toma de conciencia de los propios procesos metacognitivos". Con el fin de realizar nuestra experiencia se trabajó con grupos pequeños en talleres de horario extraescolar, en otros casos con aulas completas y también en varias ocasiones se llevaron a cabo de manera individual. El trabajo fue realizado con alumnos de Nivel Inicial y EGB, que concurren a establecimientos educacionales públicos de distintos contextos sociales, escuelas de radio céntrico, de radio periférico, rurales y también públicas de gestión privada. Es importante destacar que en todos los casos se trabajó en el marco de la resolución de problemas por ser esta una forma privilegiada para lograr un aprendizaje significativo. Durante el desarrollo de estas experiencias pudimos ir confirmando en gran medida nuestras hipótesis, ya que a través de las actividades los niños se sintieron actores y no sólo espectadores, conjeturando, controlando, modificando hipótesis. La evaluación de esta experiencia, que es de tipo cualitativa se realizó, por un lado, analizando el trabajo desarrollado por los alumnos y por otro, realizando encuestas abiertas, encuestas cerradas y entrevistas a los distintos actores, tanto alumnos como docentes, en el primer caso con el fin de obtener su opinión sobre el tema y en el segundo con la intención de saber si los docentes consideraban que el tema era accesible y si les parecía pertinente incluirlo en las currículas correspondientes. Los temas con los cuáles se trabajó en las distintas experiencias son:

- Recorridos Eulerianos y cómo encontrar buenas eulerizaciones.
- Lema del apretón de manos.
- Grafos planares.
- Coloreo de grafos.
- Grafos bipartitos.
- Grafos completos.
- Grafos valuados.
- Árbol y árboles cubrientes.
- Recorrido hamiltoniano.

Podemos concluir, a modo de síntesis, que existen distintos argumentos para pensar que sería positivo introducir algunos conceptos de la Teoría de Grafos en los programas escolares y presentamos una propuesta de cómo articular estos temas en los distintos niveles.

Autores: Formeliano Blanca, Alurralde Florencia, Ibarra Lidia, Mirta Velasques, Silvia Baspiñeiro, Graciela Méndez

Lugar: CIUNSa. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad nacional de Salta
e-mail: blafor@hotmail.com

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Primario-Secundario

Los libros de texto y los cuadernos de los alumnos alrededor de la tarea
construcción de triángulos

Resumen: En el presente trabajo se analiza la obra matemática referida a la geometría en los proyectos institucionales y en los libros de textos de sexto año de EGB 2 y séptimo año de EGB 3. Algunas cuestiones que orientan nuestro trabajo son: ¿Qué contenidos geométricos se enseñan en el 6º y 7º? ¿Qué tipo de actividades se proponen? ¿Qué tipo de problemas geométricos proponen los libros de textos? El estudio se realiza teniendo en cuenta los distintos niveles de estructuración, para transmitir conocimientos sobre una cuestión determinada en nuestro caso “la construcción de triángulos”. Se recorre un camino que empieza en la sociedad, continúa por la escuela, sigue por cierta área dentro de una disciplina en la que se estudia la cuestión, por cierto sector dentro del área y por cierto tema del sector. En cada uno de estos niveles se imponen condiciones que acaban definiendo lo que es posible hacer para estudiar una cuestión, van configurando lo que es didácticamente posible en el aula, entre ellos:

- Currículum oficial
- Libros de textos
- Carpetas de los alumnos

Autores: Costes, Cristina Liliana
Lugar: Neuquén
e-mail: lponchia@uncoma.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Profesorado

Geometría Euclidiana en el Espacio

Resumen: Teniendo en cuenta que el objetivo de todo docente de Matemática y especialmente los de un Profesorado no sólo es transmitir conocimientos, sino que los alumnos los incorporen, los usen activamente y fundamentalmente sean ellos capaces de transmitirlos, es que se me ocurrió implementar una metodología de trabajo distinta en el aula y analizar los resultados obtenidos. Esta presentación tiene entonces como objetivo, relatar la experiencia desarrollada en clase con un alumnado de tercer año de la carrera de Profesorado de Matemática en la Universidad Nacional del Comahue, en la asignatura Geometría Euclideana en el Espacio. En la misma implementé una metodología de trabajo inversa a la habitual, donde el alumno ocupara el lugar del docente; para ver si de esta manera se podía evitar la asimilación del conocimiento en forma memorística y tener así un aprendizaje más significativo; poniendo además al alumno en el centro del proceso de aprendizaje y fomentando también la predisposición a investigar, explorar, y buscar actividades y elementos concretos que les sirvan para comprender y mejorar la internalización de los conceptos. Posteriormente se presentarán las conclusiones abordadas.

Autores: Aguirre Nélica
Lugar: U.N.R.C.
e-mail: nvaguirre@exa.unrc.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Universitario

La espiral de Arquímedes en un proyecto de modelación matemática

Resumen: Existen razones para afirmar que los modelos matemáticos y la modelación deberían tener una presencia significativa en la enseñanza de las matemáticas, particularmente en relación con los niveles superiores del sistema educativo. La enseñanza de modelos matemáticos requiere destinar cierto tiempo al proceso mismo de modelación. En modelación, los estudiantes se sienten motivados a buscar patrones, asumir regularidades, desarrollar y contrastar ideas, así como a dar razones o argumentos si ellos reconocen la necesidad de disponer de un modelo para la solución de un problema. Ahora bien, ¿cómo crear situaciones de enseñanza en las que se les permita a los estudiantes construir, analizar y criticar modelos matemáticos por sí mismos con el docente actuando como guía? Es posible incluir en un currículum de matemática diversas situaciones que vinculen las matemáticas a la realidad a través de la modelación y las mismas pueden ser organizadas como experiencias de aprendizaje en muy diversas formas. Una de estas formas, no necesariamente la única, es el trabajo en proyectos. En este trabajo se presenta una propuesta de proyecto. Se eligió como tema de trabajo el diario por tratarse de un medio informativo y de opinión, que está presente en nuestra vida doméstica, forma parte de nuestra cultura y los conocimientos matemáticos involucrados son acordes a la altura del plan de estudios de la carrera con que se encuentran los estudiantes, futuros profesores de matemática. En ella los estudiantes deben crear el modelo, seleccionar métodos de resolución y obtener por sí mismos información sobre los datos que les permitirá resolver la situación planteada.

Autores: Fernandez Alicia, Iturbe Alicia
Lugar: Universidad Nacional del Comahue
e-mail: atassara@uncoma.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Universitario

Ecuaciones e inecuaciones: reflexión y control de las soluciones

Resumen: Este trabajo trata en particular de identificar, descubrir y analizar errores frecuentes en el cálculo algebraico que realizan los alumnos que cursan la primera materia de Álgebra en la Universidad. El análisis de estos errores nos ha llevado a reflexionar sobre algunas causas y plantear posibles soluciones que puedan mejorar el aprendizaje de los alumnos en este tema. Los errores seleccionados nos permiten observar que en ciertos casos, los alumnos:

- Perciben a las inecuaciones como una serie de operaciones numéricas en las que el orden de las operaciones es arbitrario.
- Aplican en forma “ciega” mecanismos de resolución automatizados sin reflexionar sobre los procedimientos utilizados ni sobre las respuestas obtenidas.
- Manifiestan ausencia de control sobre la pertinencia del conjunto solución obtenido. Aceptan soluciones absurdas sin validar.
- Utilizan reglas de resolución eficaces para algunos casos en situaciones que son inadecuadas.

La distinción de estos errores nos ha permitido notar la ausencia de “sentido algebraico” en el aprendizaje de nuestros alumnos y pensar en la posibilidad de propiciar, durante la enseñanza, lo que podríamos denominar un “tratamiento algebraico reflexivo” como posibilidad de evitar el fracaso de los alumnos en este tema.

Autores: E. Güichal, A. Malet; A. Montano, R. Cornejo Endara, C. Perez Millán

Lugar: Departamento de Matemática - Universidad Nacional del Sur

e-mail: rafaelcornejo@yahoo.com.ar, amontanoar@yahoo.com.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Universitario

PC's y Laboratorio matemático

Resumen: En el marco de nuestros Proyectos de Grupo de Investigación (PGI) hemos desarrollado desde el año 2004 proyectos de investigación en Educación Matemática. De esta manera, desde el año 2004 al 2006, analizamos e interpretamos procesos de enseñanza y de aprendizaje del Cálculo. Trabajamos en la identificación de obstáculos que dificultan la comprensión de los conceptos fundamentales del mismo y generamos propuestas alternativas de enseñanza con la intención de lograr mejoras en el aprendizaje. Actualmente, continuamos con esta línea de investigación a través del desarrollo del proyecto: El uso de nuevas tecnologías en la enseñanza del Cálculo², en el que nos proponemos indagar acerca de las potencialidades de las nuevas tecnologías y su implementación en un campo disciplinar específico que es el de la Educación Matemática, para abordar la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos del Cálculo. Realizamos el trabajo de campo en la asignatura Análisis Matemático I que forma parte del plan de estudios de la carrera de Ingeniería Civil y que es cursada por alumnos ingresantes a la UNS. En esta ponencia analizaremos la experiencia de un laboratorio matemático mediante el soporte de computadoras, desde una perspectiva pedagógico-didáctica, es decir, desde la consideración del laboratorio como estrategia didáctica y desde las concepciones de enseñanza y de aprendizaje que subyacen a una propuesta innovadora de enseñanza de estas características.

Autores: Escobar Cristian René, Sigotto Gerogina Inés
Lugar: Santiago del Estero
e-mail: neo_mifh@hotmail.com, cristianescobar@live.com.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Universitario

Abordaje de un problema desde seis áreas de la matemática

Resumen: En este trabajo se articulan los espacios curriculares de Análisis, Informática Educativa, Matemática Aplicada, Estadística Inferencial y Matemática Financiera de la carrera "Profesorado en Matemática" del Instituto de Enseñanza Superior Ángela Capovila de Reto de la ciudad de Santiago del Estero. En él se demuestra la resolución de un problema que se le presenta a un productor, que decide solicitar un préstamo para la construcción de un silo metálico debido a las grandes pérdidas ocasionadas por un indebido almacenamiento. También se anexa un acercamiento al tema de silos y sus ventajas frente a las diferentes alternativas de almacenamiento (ANEXO II). La articulación se presenta de la siguiente manera:

- **Matemática Aplicada:** para la obtención de una función con la cual poder aproximar el volumen del silo en función a su altura considerando un diámetro fijo utilizando Mínimos Cuadrados.
- **Análisis:** para los cálculos de volúmenes de cada parte de un silo metálico con el Método de los discos.
- **Informática Educativa:** para graficar las partes del silo utilizando el programa Mathemática.
- **Estadística Inferencial:** para calcular cual es la probabilidad de obtener una determinado rinde de cosecha que permita saldar un préstamo otorgado para la construcción de un silo.
- **Matemática Financiera:** para analizar si es posible cancelar el préstamo considerando el promedio de sus cosechas.

Autores: Nélica Haydée Pérez, Magdalena Pekolj, Estela Olivera, Alejandra Azar

Lugar: Universidad Nacional de San Luis - Facultad de Ciencias Física Matemática y Naturales

e-mail: nperez@unsl.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Profesorado

Una propuesta metodológica para la formación de profesores de matemáticas

Resumen: Recomendaciones sobre el proceso de formación de profesores sugieren que se deben contemplar aspectos formativos y de preparación con su futura labor como profesor. Desde el punto de vista curricular los planes de estudios de los profesorado en Matemática que están en vigencia tienen una visión más amplia que la que corresponde a un modelo de reproducción del conocimiento, se incluyen además de la Didáctica de la Matemática, Laboratorios que tienen por objetivo el desarrollo de los distintos contenidos basados en actividades que posibiliten un enriquecimiento progresivo en la forma de plantearse la actividad docente. Atendiendo al objetivo de que es necesario presentar los enfoques didácticos utilizando los mismos procedimientos de intervención pedagógica que se pretende que los profesores utilicen con sus alumnos realizamos esta investigación. Preguntas guías: ¿Cómo se trabaja en el Laboratorio de Geometría? ¿Cómo influye la metodología empleada en los alumnos del profesorado? ¿Qué habilidades estamos desarrollando? ¿La matemática es un campo de estética? ¿Cuán invisible puede ser la matemática en una obra de arte? Buscando alternativas para responder a las preguntas construimos una propuesta de desarrollo sobre estructuras didácticas alternativas realizando una experiencia en la asignatura "Laboratorio de Geometría", con los siguientes objetivos:

- Mostrar que el arte es un recurso didáctico que genera el desarrollo de contenidos.
- Dar un enfoque práctico que sirva de modelo a los futuros profesores para establecer conexiones entre distintas ramas del saber.
- Mostrar que el material concreto puede jugar un papel esencial en la enseñanza de la matemática.
- Valorizar el uso de la computadora como soporte para la formación, comprensión y visualización de conceptos.

- Mostrar una metodología de la enseñanza alternativa que abarca objetivos educacionales que cooperan con una visión holística en la formación del profesor.

Trabajamos una secuencia didáctica que enlace la geometría con el arte. Todas las culturas han utilizado simetrías, traslaciones y giros en manifestaciones artísticas obteniendo sorprendentes resultados estéticos con los movimientos en el plano. Una parte importante de la obra de M.C. Escher, artista holandés, lo constituye el teselado del plano, por esta razón tomamos como referencia su obra. En el trabajo recogemos hechos destacados de la experiencia. Los resultados forman parte del proceso para sensibilizar a los futuros profesores a abordar la enseñanza de la matemática con creatividad y flexibilidad de pensamiento. Que busquen las conexiones con otras ramas del saber, relaciones que les permitan atribuir significados o usos de conceptos matemáticos, al mismo tiempo romper con la concepción estática del conocimiento matemático donde el razonamiento deductivo es un elemento básico del aprendizaje. Que tomen conciencia que los ambientes de aprendizaje se pueden modificar y considerar la pluralidad del conocimiento producido socialmente, además, que su compromiso como docente será la formación armoniosa de los ciudadanos.

Autores: Antonio Sángari
Lugar: Universidad Nacional de Salta
e-mail: asangari@unsa.edu.ar
Categoría: Relato de experiencia
Nivel: Profesorado - Capacitación docente

Curso de exploración de álgebra abstracta con Mathematica

Resumen: Este trabajo es la descripción y análisis de un curso de extensión implementado en la facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta. Tiene como propósito exponer una metodología de trabajo para la enseñanza de algún tema de Matemática y además dar herramientas para la exploración de temas de teoría de grupos. Este propósito se cumple usando los recursos visuales y de computación del soft "Mathematica" con la adición de un paquete llamado AbstractAlgebra que provee código de programación para trabajar con estructuras en algebra abstracta. La utilidad de este trabajo para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos en los que es necesario contar rápidamente con muchos ejemplos para poder formular conjeturas y luego testearlas, es evidente. El reconocimiento de esta utilidad la harán aquellas personas que se ayudan a entender un concepto mediante visualización y geométrización. Para ejemplificar esta metodología, este trabajo describe una clase típica de teoría de grupos con herramientas informáticas, que trata el tema de permutaciones, donde se llega a varios resultados usuales en un primer curso de teoría de grupos. Colateralmente el trabajo evidencia la necesidad de investigar las ventajas, y eventualmente las desventajas de coordinar este tipo de curso con herramientas de internet como son las plataformas e-learning

Autores: Elsa Beatriz Osio
Lugar: Univ. Nacional del Comahue- Neuquén
e-mail: osioe@jetband.com.ar
Categoría: Relato de experiencia
Nivel: Secundario

La enseñanza de temas de matemática con textos interactivos
computacionales. Relato de una experiencia

Resumen: Al analizar el porcentaje de alumnos que aprueban el cursado de las asignaturas de matemática que se dictan en la Universidad del Comahue, se observa con preocupación que cada vez es menor. En el momento de evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje, entre las variables que actúan en forma negativa una de las más destacables son las herramientas didácticas que utilizamos, dado que la clase tradicional donde el profesor expone y los alumnos en una actitud pasiva escuchan y toman apuntes, va perdiendo espacio en cuanto a los intereses de los educandos. La evolución tecnológica junto a la concepción de modernos paradigmas educacionales, hace necesario incluir la informática como un recurso didáctico. Sin embargo, la implementación de medios tecnológicos en la enseñanza no garantiza por sí mismo que los alumnos desarrollen estrategias para aprender a aprender, ni fomentan el desarrollo de las habilidades cognitivas de orden superior. La calidad educativa de estos medios de enseñanza depende, más que de sus características técnicas, del uso o explotación didáctica que realice el docente y del contexto en el que se desarrolle. El uso de programas específicos (software) y paquetes de enseñanza disponibles, permiten la elaboración de textos interactivos que resultan una herramienta importante por el impacto favorable que ocasiona en los alumnos. La utilización de este recurso permite que el estudiante asuma un rol activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje guiándolo hacia el desarrollo de destrezas para la construcción de conocimientos y la formación de un pensamiento crítico. En este trabajo se mostrará que con elementos informáticos muy sencillos como son el Microsoft Power Point y software Graphmatica se puede elaborar un texto interactivo que resulta una herramienta muy útil para el aprendizaje de temas de matemática, pues motiva a los alumnos y lo guía a la asimilación de los conocimientos en forma significativa.

Autores: Luis A. Berrondo, Noelia Saleme, Ivana Sanchez, Claudio Argañaraz
Lugar: Universidad Nacional de Catamarca
e-mail: luis_berrondo@arnet.com.ar
Categoría: Relato de experiencia
Nivel: Universitario

Una experiencia enriquecedora en el aprendizaje de matemática en los alumnos ingresantes a la Carrera de Bromatología de la Facultad de Ciencias de la Salud de la Universidad Nacional de Catamarca

Resumen: Se estudian las dificultades de aprendizaje de matemática que presentan los alumnos ingresantes a la Licenciatura en Bromatología de la UNCa, y son motivo de su pronta deserción o entorpecen su crecimiento intelectual, ligadas a:

- 1) características peculiares de su cultura personal y social;
- 2) errores de aprendizaje acumulados durante sus estudios anteriores.

Para ello la cátedra de Matemática I y II, cuenta con un registro de los errores más frecuentes que fueron detectando en distintos periodos lectivos, lo cual nos ayudo a descubrir las carencias de los ingresantes, para tal motivo uno de los objetivos propuesto, fue de incorporar dos profesores de matemática adscriptos a la cátedra, del nivel polimodal, cuya misión fue de fortalecer metodológicamente en el desarrollo de la parte teórica y la practica, agregar más horas de consulta, de tal manera que la enseñanza-aprendizaje sea mas personalizados, y tratar de articular entre ambos niveles, contenidos, metodología de trabajo y formas de evaluar. Con esta experiencia se observo que el rendimiento académico de los alumnos fue positivo, permitiendo así que los mismos se nivelen en temas fundamentales en dicha área, y que al final de cada cuatrimestre, regularicen y promocionen dicha materia.

Autores: Jorge Eduardo Garzón - Walter Alberto Garzón

Lugar: Salta - Argentina

e-mail: waltergrnz@yahoo.com.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Profesorado

Experiencias de Profesores de Matemática en Comunicación

Resumen: El aprendizaje, de acuerdo al Constructivismo, se realiza por medio de operaciones de construcción que permite al sujeto incorporar los conocimientos a sus esquemas preexistentes. Así, el sujeto es participante activo en esa construcción y el aprendizaje resulta significativo cuando es incorporado a las estructuras del conocimiento que ya tiene. Lograr esto requiere, en las concepciones pedagógicas actuales, la utilización de diferentes variantes del proceso de enseñanza y de aprendizaje como lo son las técnicas grupales, estrategias de enseñanza, etc.. Sin embargo esto solo no resulta suficiente para lograr plenamente el objetivo planteado, es decir que los aprendizajes sean significativos. Seguramente ocurre así porque no solamente el aspecto metodológico influye, si no también otros importantes factores que participan en el proceso de enseñanza y de aprendizaje; uno de esos factores es la comunicación, que se desarrolla tanto en el aula como fuera de ella, entre docente y alumno o entre alumnos. El campo educacional se encuentra influenciado por la relación existente entre el docente y los alumnos, y con un saber que se comunica de diversas formas. En este aspecto resulta conveniente recordar las palabras de Filloux: "No hay duda de que una clase es por excelencia un lugar de comunicación". Se puede preguntar entonces si el docente en general, y el de matemática en particular, tiene claro estas premisas, si las comparte. Generalmente al docente de matemática se lo presenta como duro, técnico, muy rígido, no pudiendo salirse de esa coraza que no solamente sus allegados le impusieron, sino toda la sociedad. Es cierto que para enseñar matemática se necesita de un lenguaje, a veces, muy específico, pero ello no debe ser un impedimento para llegar al alumno de manera natural, sencilla, y así no "alejar" al profesor ante tanta especificidad. En la interacción profesor-alumno la comunicación no es solo un puente por el que circula información y conocimiento concreto, sino también es un proceso que debe enlazar lo más estrechamente posible las experiencias de vida de ambos interlocutores. La universidad es un terreno en el que se construyen mujeres y hombres libres, íntegros, y para esa edificación de la persona se dispone de un instrumento irremplazable y muy versátil: la Comunicación

Educativa. En el trabajo se muestra tanto la relevancia que tiene la Comunicación Educativa como lo importante de la capacitación en ese sentido para los profesores de matemática. Se considera pertinente y muy necesario que las universidades en las que existen carreras de profesorado, en este caso de Matemática, tengan en cuenta en su currícula a la Comunicación Educativa, para que se prevengan las posibles insuficiencias en comunicación de los docentes.

Autores: Marta Lentini
Lugar: Salta
e-mail: lentinim@unsa.edu.ar
Categoría: Propuesta de enseñanza
Nivel: Secundario-Profesorado

Estrategias de enseñanza - aprendizaje aplicadas a la geometría

Resumen: El propósito de esta comunicación es exhibir la aplicación de estrategias para la adquisición significativa de conocimientos matemáticos, ya que éstas parecieran almacenarse en la memoria a largo plazo, razón por la cual, si se toma conciencia de ellas, se transferir su aplicación a otras áreas del conocimiento. Además, como la educación tiene como intención general capacitar al individuo para su independencia, el aprendizaje estratégico contribuye más a este aspecto consiguiendo una mayor motivación, si se facilita el estudio para enfrentar nuevas situaciones de aprendizaje. La enseñanza de la matemática, en los diversos niveles del sistema educativo, enfrenta cotidianamente problemas que se relacionan con la motivación, la comprensión, la vinculación de los aprendizajes y con la adquisición comprensiva de la matemática. Dado que las investigaciones actuales demuestran que el aprendizaje significativo se logra si el sujeto está conciente, no sólo de los aspectos conceptuales sino también de los procedimentales, para mejorar la situación expuesta, se ha recurrido a diferentes estrategias de enseñanza o recursos que se han aplicado en nuestras prácticas docente. En el presente trabajo se describe el uso y aplicación de diferentes estrategias utilizadas, exhibiendo y analizando algunas de ellas en una clase normal del tema Ecuación de la recta en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 . Distintas formas. Posiciones relativas, del programa vigente de la Cátedra de Álgebra Lineal y Geometría Analítica del 1º Año de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta - Argentina, para lograr mejorar el sistema de enseñanza - aprendizaje, esperando seguir incorporando, aquellas estrategias que resulten más pertinentes, en los distintos temas del programa.

Autores: Mariel Fadón, Lorena Pastrana y Eudisia N. Díaz de Hibbard

Lugar: Universidad Nacional de Salta

e-mail: endh@unsa.edu.ar

Categoría: Propuesta de enseñanza

Nivel: Secundario

Estudiantes de Polimodal frente a problemas de perímetro y área

Resumen: En este trabajo se presentan los resultados de la implementación de una secuencia didáctica llevada a cabo con alumnos de tercer año de Polimodal. Se abordaron los temas área y perímetro de figuras, con el objeto de que logren percibir que a figuras distintas de igual perímetro, no corresponden necesariamente áreas iguales. La actividad fue desarrollada por estudiantes adscriptos al proyecto de investigación de la Universidad Nacional de Salta, "Alumnos tutores: un soporte valioso para el ingresante universitario". En REM 2007 fue presentada la comunicación "La matemática en el juego" donde fueron analizadas las situaciones de estrategias de pensamiento matemático aquí expuestas. Las mismas fueron fundamentadas desde la teoría de la "Dialéctica Instrumento -Objeto y el Juego de Marcos" de Regine Douady. Las actividades involucraron el manejo de materiales concretos; durante la experiencia se pudo observar la utilidad de los mismos en la etapa inicial de manipulación, que resultó óptima para llegar a la formalización.

Autores: Augusto Ariel Estrada, María Cristina Ahumada, Eudisia Díaz de Hibbard

Lugar: Salta, Capital

e-mail: ariel@unsa.edu.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Profesorado

Cabri y las NTICs

Resumen: En el marco del Proyecto de Investigación del CIUNSa N° 1467: “Tutores alumnos: Un soporte valioso para el ingresante universitario”, las tareas destinadas a la formación y perfeccionamiento docente de los alumnos tutores participantes son de principal interés. Introducir a estos estudiantes en la metodología de los entornos virtuales es una necesidad actual, y aplicar éstas en la enseñanza de la matemática es primordial en los futuros profesores de matemática. Es por ello, que decidimos dictar un curso con una metodología semipresencial y con un tema matemático donde los tutores se sintieran atraídos. El uso del programa Cabri, nos ha permitido trabajar con geometría dinámica, captando la atención de los tutores a quienes convocamos y la de otros estudiantes, que sin ser tutores, se sumaron a la propuesta que les resultó sumamente interesante para su futuro docente. Nos planteamos, entre otros, los siguientes objetivos:

- Introducir a los tutores en el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática, despertando el interés en los nuevos enfoques que requiere la enseñanza de la matemática en entornos virtuales.
- Enseñar el uso del soft Cabri desde su filosofía de construcción con regla y compás.

Programamos clases presenciales destinadas a introducir a los tutores en el manejo del entorno virtual, y al uso del soft Cabri. En la plataforma para el trabajo a distancia, se motivó la participación en las áreas de comunicación y de trabajo colaborativo, ya que el objetivo era que los participantes adquirieran destreza en el manejo de una plataforma virtual. Durante el curso, se desarrollaron los siguientes temas:

- Plataformas virtuales. Tutorías.
- Cabri. Construcciones geométricas.

Muchos de los estudiantes se enfrentaron por primera vez con el trabajo en la virtualidad. Se realizaron foros con simulaciones y juego de roles, para dar la oportunidad que los participantes actúen como alumnos y/o tutores virtuales en matemática. Se programaron actividades con algunos temas específicos de geometría para ser desarrolladas utilizando el soft Cabri como herramienta tecnológica. En este trabajo presentamos la metodología desarrollada, las actividades y los resultados obtenidos. Rescatamos que las mayores dificultades estuvieron relacionadas con la nueva modalidad y con la tecnología. Moverse con facilidad dentro de la plataforma les llevó tiempo. Pero tanto docentes como estudiantes sentimos que hemos avanzado en un sentido obligado, ya que las Nuevas Tecnologías se han instalado en nuestro ámbito, como en muchos otros. Hemos comenzado una tarea que tendrá frutos en el futuro, pero también creemos que ya los tiene, al ver la respuesta que algunos alumnos nos han dado, concientes que esta práctica les ayuda a formarse con más capacidades para las aulas del futuro.

Autores: Graciela Lilian Andreani - Gabriela Cristina Marijan Marchetti - Adrián Benjamín Ortega

Lugar: Universidad nacional de Salta - Regional Tartagal

e-mail: gracielaandreani@arnet.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

La evaluación como herramienta para la autorregulación de los aprendizajes

Resumen: El presente trabajo abordó la problemática del rendimiento académico y la permanencia de los alumnos ingresantes a las carreras de Tecnicatura e Ingeniería en Perforaciones de la Sede Regional Tartagal de la U.N.Sa. El mismo se enmarca en los lineamientos de mejoras sugeridos en el proyecto de Investigación del CIUNSa. N° 1467/0 "Tutores alumnos: un soporte valioso para los ingresantes universitarios". Con el objeto de facilitar el tránsito a los estudios superiores, todos los años se implementa un curso de ingreso en el cual se desarrollan los contenidos matemáticos necesarios y básicos para el desarrollo de la asignatura Matemática I, la cual tiene un bajo índice de retención de alumnos. A partir de una vasta experiencia en el trabajo con alumnos de primer año, y sin dejar de reconocer la necesidad e importancia de formar a los alumnos ingresantes en el dominio de contenidos matemáticos, entendimos que otro aspecto importante a tener en cuenta son las estrategias de aprendizajes que los alumnos manejan, especialmente aquellas que les posibilitan reflexionar sobre el objeto de estudio y los mecanismos que permiten la apropiación de los mismos en un proceso dialéctico entre lo particular y lo general. Los diagnósticos realizados, en los grupos de ingresantes, dan cuenta de las carencias de los mismos en competencia de aprendizaje como autonomía, autocontrol, reflexión crítica, criterios para la toma de decisiones y hábitos de estudios. Estas capacidades forman parte de los logros explicitados en la educación polimodal y son imprescindibles para avanzar en los estudios superiores. Con el propósito de mejorar la interacción y contribuir al desarrollo de competencias metacognitivas, trabajamos los procesos de auto y hetero-control, desde una perspectiva comunicativa. Debido a la masividad de esta cátedra consideramos que, para favorecer la comunicación directa e indirecta, es necesario trabajar desde un modelo didáctico tecnológico, que posibilite la programación racional de las intervenciones docentes y los medios empleados. La experiencia se ha realizado sobre una muestra, con un grupo control de referencia. Elaboramos material didáctico específico para tal fin e incorporamos clases orientativas

con la finalidad de generar un espacio de estudio con acompañamiento del docente y el tutor. Los resultados obtenidos mediante la implementación de esta metodología se han registrados y se obtuvieron algunas conclusiones que orientan la búsqueda de nuevas alternativas que nos permiten seguir en la tarea de favorecer la permanencia de los ingresantes en la universidad.

Autores: Walter Alberto Garzón, María Cristina Ahumada, Eudosia Díaz de Hibbard, Liliana Valdez de Zapata, Carlos Puga y Augusto Estrada.

Lugar: Salta, Capital

e-mail: jorgegrz@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Diagnósticos: Antes y Después

Resumen: El presente trabajo se acopla, con precisión, en el Proyecto de Investigación N° 1467 del C.I.U.N.Sa. “Tutores alumnos: Un soporte valioso para el ingresante universitario”, que se desarrolla desde 2006 en la asignatura Introducción a la Matemática, de la Facultad de Ciencias Exactas, de la Universidad Nacional de Salta. En este proyecto se pretende la superación de los niveles de rendimiento académico de los ingresantes universitarios y una disminución de la deserción, mediante la incorporación de alumnos avanzados de las carreras de Profesorado en Matemática y Licenciatura en Matemática (tutores). Una de las actividades que se realizan cada año tiene que ver con las pruebas diagnóstico que se toman a los estudiantes, lo que se analiza aquí. Este trabajo pretende mostrar cuáles son los temas que, abordados por la cátedra, presentan mayores dificultades para el alumno ingresante. Se procura también descubrir si esas dificultades aparecieron sólo al comienzo y luego, con el cursado de la asignatura, pudieron salvarse ó si permanecen aún al final del cuatrimestre. Finalmente, toda la información recogida servirá para que el año próximo se ponga mayor énfasis en los puntos que tienen problemas, tratando así de lubricar aún más la maquinaria que significa Introducción a la Matemática.

Autores: Juan Carlos Rosales y Gilda Tirado de Aris

Lugar: Consejo de Investigaciones y Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta

e-mail: jcrsalta@yahoo.com.ar

Categoría: Trabajo de investigación

Nivel: Universitario

Aplicaciones de la descomposición SVD en la asignatura Matemática 1

Resumen: Con el objeto de revertir los bajos índices de retención y rendimiento en la Asignatura Matemática 1, hemos planificado actividades donde la aplicabilidad de la matemática pueda despertar el interés por el estudio, incrementando la dedicación en el tiempo a los ejes temáticos desarrollados en la materia mencionada. Estas actividades podrían incidir en el aumento de los índices de permanencia en el ámbito universitario y, en consecuencia, del desempeño de los alumnos. Además las mismas permitirían el contacto con actividades de iniciación científica por parte de alumnos de primer año. En este trabajo presentamos las actividades preliminares planificadas, para su discusión, con el eje temático descomposición SVD (Descomposición en Valores Singulares) y su posible relación con el eje curricular descomposición de autovalores.

Autores: Emilio Carlos Puebla, María Elena Montalto, Amalia Pivetta, Marcelo Eduardo Alberto, Carlos Ruben Bageta

Lugar: Facultad de Ciencias Agrarias - Departamento de Biomatemática - Universidad Nacional de Cuyo - Mendoza - Argentina

e-mail: epuebla@fca.uncu.edu.ar

Categoría: Relato de experiencia

Nivel: Universitario Sesión Posters

El desafío de una innovación pedagógica en el primer año de la universidad

Resumen: Frente a cambios día a día más vertiginosos, la universidad argentina debate hoy cuál debe ser su lugar en el mundo académico y laboral. Es evidente que excepto en los conceptos fundamentales de las diferentes disciplinas ya no es factible entregar de una vez y para siempre los conocimientos actualizados de una determinada profesión. Surge entonces la necesidad de un cuestionamiento severo de las estrategias curriculares vigentes, y la de establecer un proceso de educación permanente con currícula recurrentes que dejen siempre abierta la posibilidad de una continua actualización. Ante este panorama la Facultad de Ciencias Agrarias, y después de haber realizado encuestas a egresados y profesionales del medio, además de las conclusiones emanadas de una comisión formada a efectos de determinar la necesidad de la innovación en la implementación de sus carreras, decide un cambio en el Plan de estudios. Desde la Cátedra de Matemática de la Facultad de Ciencias Agrarias y como respuesta al nuevo Plan de Estudio diseñado por la Facultad, se propuso un cambio en la metodología aplicar en el desarrollo de las clases, que supone trabajo grupal e individual, autoestudio y discusión, de manera que el estudiante construya un conocimiento efectivo. Los cambios propuestos para el desarrollo de la asignatura Matemática se centraron en las actividades a desarrollar en el aula, las que consistieron en: Clases Teórico-Prácticas, Sesiones de estudio dirigido y evaluación continua e integradora. El instrumento de evaluación utilizado consiste en pruebas mixtas: objetivas y de desarrollo. También se realizaron cambios en el sistema de aprobación de la asignatura.

Autores: Trípoli María, Tori Cora, Badano Vanesa, Vallejo Diego
Lugar: Área Departamental Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
e-mail: diego.vallejo@ing.unlp.edu.ar
Categoría: Relato de experiencia
Nivel: Universitario Sesión Posters

Recursantes de Cálculo Diferencial en primer año de Ingeniería: una experiencia

Resumen: Se relata la experiencia de planificación, diseño, implementación, evaluación y análisis de un curso, destinado a recursantes, de Cálculo Diferencial en una y varias variables denominado Matemática A. En la currícula figura en el primer semestre de primer año de todas las carreras de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata. Esta experiencia fue diseñada a principios del año 2007 e implementada en el segundo semestre del mismo. Institucionalmente ocurre en el marco de la Reforma del Plan de Estudios 2002 de la Facultad de Ingeniería, que supuso un proceso de análisis y debate acerca del significado del cambio curricular y la revisión de la enseñanza de las materias básicas. En particular, sustituyó el estudio fragmentado (en materias separadas Álgebra, Geometría, Análisis) de la Matemática por un trayecto único, integrado por Curso de Nivelación, Matemática A, Matemática B y Matemática C. La motivación de este proyecto fue la existencia de una población de estudiantes, no mayoritaria pero significativa, que en su primer contacto con Matemática A no alcanza la aprobación. Posteriormente a la finalización del curso, en marzo y abril del año 2008 se procedió al análisis de los rendimientos numéricos de los alumnos en las evaluaciones (las de este curso fueron idénticas a las de las otras comisiones). Estos datos fueron complementados con observaciones personales durante y después del desarrollo del curso. Se constató la existencia de dos poblaciones netamente diferenciadas de alumnos: una denominada R" (los que reprobaron una vez la materia) y otra denominada RR" (quienes reprobaron más de una vez). Por ejemplo, el 30% no se presentan a rendir evaluación alguna, porcentaje mucho mayor que el de los R. Los niveles de aprobación de los alumnos RR bajan al compararlos con cursos previos donde no se mezclan con los alumnos R. Esto motiva las siguientes reflexiones:

- a) parece no convenir organizar cursos con las dos poblaciones mezcladas,
- b) los alumnos del grupo R tienden a demandar más la atención del equipo docente pudiendo perjudicar a los otros,

- c) se crea así la necesidad de implementar estrategias distintas para cada población en el mismo espacio áulico, y finalmente
- d) el material parece agotar su capacidad didáctica para los alumnos que ya lo han recorrido más de dos veces.

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Cuota Societaria

	Adherentes	Titulares	Institucional	Del exterior
Hasta el 10 de abril	\$ 60	\$ 80	\$ 500	U\$S 60
Hasta el 10 de agosto	\$ 75	\$ 100	\$ 500	U\$S 60
Año vencido	\$ 90	\$ 120	\$ 500	U\$S 60

Año vencido: Comienza a partir del 11 de agosto de cada año.

Cómo asociarse a la Unión Matemática Argentina

- 1) Llenar la Solicitud de Inscripción que se encuentra la página web
<http://www.union-matematica.org.ar/institucional/asociarse.html>
- 2) Entregarla al Secretario Local de la zona.
- 3) Abonar la cuota correspondiente.

Autoridades de la Unión Matemática Argentina

Comisión Directiva

★ Presidente:	Carlos Cabrelli
★ Vicepresidente Primero:	Hernán Cendra
★ Vicepresidente Segundo:	Hugo A. Aimar
★ Secretario:	Andrea Solotar
★ Prosecretario:	Silvia Lassalle
★ Tesorero:	Liliana Gysin
★ Protesorero:	Leandro Zuberger
★ Director de Publicaciones:	Luis Piován
★ Vicedirector de Publicaciones:	Roberto A. Macías

★ Vocales Suplentes: **Hugo Álvarez, Hector Cuenya, Hernán Cendra, Ricardo Durán, María J. Druetta, Eleonor Harboure, Pablo Panzone, Luiz Monteiro, Cristina Preti.**

★ Comisión Revisora de Cuentas:

- Titulares: **Julián Fernández Bonder, Teresa Krick, Patricia Fauring.**
- Suplentes: **Gustavo Massaccesi, Gabriel Miniam, Sigrid Heineken.**

* Consejo Superior de Educación:

Humberto Alagia, Norberto Fava, Esther Gallina, Eduardo Güichal, Roberto Macías, Carlos Segovia Fernández, Juan Tirao, Jorge Vargas, Felipe Zó, Juan C. Dalmasso (Secretario Ejecutivo).

* Direcciones: **Departamento de Matemática, FCEyN - UBA**

Pabellón I - Ciudad Universitaria, C1428EGA - Buenos Aires

Tel. +54-11-4576-3390 (int. 903) *E-mail: uma@dm.uba.ar*

Sitio web: *http://www.union-matematica.org.ar*

Secretarios Locales

Lic. Marta Casamitjana
Depto. de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Avda. Alem 1253
8000 BAHÍA BLANCA
dmat@criba.edu.ar

Prof. Gustavo Juarez
B°Avellaneda y Tula Casa 102
4700 CATAMARCA
uma@decatamarca.net.ar

Dra. Laura Barberis
FaMAF - Ciudad Universitaria
M. Allende y Haya de la Torre
5000 CÓRDOBA
barberis@mate.uncor.edu

Lic. Damián Pinasco
Depto. de Matematica - FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Pab. I Ciudad Universitaria
1428 CAPITAL FEDERAL
uma_bsas@fibertel.com.ar

Prof. María Mendonça
San Martín 1426
9000 COMODORO RIVADAVIA
mendonca@ing.unp.edu.ar

Dr. Marcos Salvai
FaMAF - Ciudad Universitaria
M. Allende y Haya de la Torre
5000 CÓRDOBA
salvai@mate.uncor.edu

Dr. Rubén Cerutti
Depto. de Matemática
FCEyN y Agrimensura - UNNE
9 de Julio 1449
3400 CORRIENTES
rcerutti@exa.unne.edu.ar

Prof. Liliana de Zaragoza
Juan B. Justo 441
5501 GODOY CRUZ (Mza.)
lzaragoz@fcmail.uncu.edu.ar

Lic. Adriana Galli
Depto. Matemática
Fac. Cs. Exactas - UNLP
1900 LA PLATA
adriana@cacho.mate.unlp.edu.ar

Prof. Mercedes Heredia

Lavalle y Alem
4440 METÁN

Ing. Víctor Wall
Facultad de Cs. Exactas,
Químicas y Naturales - UNAM
Entre Ríos 2419
3300 POSADAS
matemat@fceqyn.unam.edu.ar

Dra. María Cristina Sanziel
Fac. de Ciencias Exactas
Ingeniería y Agrimensura - UNR
Av. Pellegrini 250
2000 ROSARIO
sanziel@fceia.unr.edu.ar

Dr. Carlos Mansilla
Instituto Superior "Almafuerte"
Avda. Italia 350
H3500CJQ Resistencia - CHACO
aema@unichaco.com.ar

Prof. Nydia Dal Bianco
Mansilla 555
6300 Santa Rosa - LA PAMPA
dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar

Prof. Guillermo Valdéz

Ayolas 9119
7600 MAR DEL PLATA
gvaldez@mdp.edu.ar

Lic. Cristina Cano

Depto. de Matemática
Fac. de Economía - UNCo
Buenos Aires 1400
8300 NEUQUÉN
cbcano@uncoma.edu.ar

Lic. Adriana M. González
Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas - UNRC
Ruta 36 Km 601
X5804ZAB RÍO CUARTO (Cba.)
agonzalez@exa.unrc.edu.ar

Prof. Eudisia N. Diaz de Hibbard
Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas - UNSa
Av. Bolivia 5150
4400 SALTA
endh@unsa.edu.ar

Lic. Cristina Ferraris
CRUB - UNCo
Quintral 1250
8400 S. C. DE BARILOCHE
cferrari@crub.uncoma.edu.ar

Lic. Delfina Femenia
Av. Ignacio de la Roza 230(S)
5400 SAN JUAN
delfinafemenia@detesat.
com.ar

Lic. Bárbara Bajuk
Depto. de Matemática - UNSL
Ejército de los Andes 950
5700 SAN LUIS
bbajuk@unsl.edu.ar

Lic. Stella Vaira
Hernandarias 737
S3004DUK SANTA FE
svaira@fbc.unl.edu.ar

Prof. Ismael Gómez
Depto. Ciencias Físico -
Matemática
Fac. Agronomía y Agroindustrias
UNSE
Avda. Belgrano (S) 1912
4200 SANTIAGO DEL ESTERO
jgomez@unse.edu.ar

Lic. Roberto Cautelier
Castro Barros 2073
4000 TUCUMÁN
cautelie@herrera.unt.edu.ar

Mag. Marta García
FCE-UNCPBA
Campus Universitario
Paraje Arroyo Seco
7000 TANDIL
mgarcia@exa.unicen.edu.ar

Lic. Gloria Susana G. de Quevedo
Fac. de Ingeniería - UNPSJB
Belgrano 504
9100 TRELEW
math_tw@unp.edu.ar

Publicaciones

* Revista de la Unión Matemática Argentina

Registro Nacional de la Propiedad Intelectual no. 180.863

Correo electrónico: revuma@criba.edu.ar

Sitio web: <http://inmabb.criba.edu.ar/revuma/>

■ **Director de publicaciones:**

Luis A. Piovan

■ **Vicedirector:**

Roberto A. Macías

■ **Secretaría de redacción:**

Edgardo Fernández Stacco, Ricardo Pignol

■ **Dirección postal:**

Instituto de Matemática

Universidad Nacional del Sur

Av. Alem 1253

8000CPB Bahía Blanca, Argentina.

CONSEJO DE REDACCIÓN

Luis A. Caffarelli
Department of Mathematics
University of Texas at Austin
Austin, Tx., U.S.A.

Carlos Segovia Fernández
Depto. de Matemática-FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Roberto Cignoli
Depto. de Matemática-FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Domingo Tarzia
Depto. de Matemática-FCE
Universidad Austral
Rosario, Argentina

Carlos Kenig
Department of Mathematics
University of Chicago
Chicago, Ill., U.S.A.

Juan Tirao
FAMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Roberto Miatello
FAMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Jorge Vargas
FAMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Luiz Monteiro
Instituto de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

Victor Yohai
Depto. Matemática-FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

María Inés Platzcek
Instituto de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Bahía Blanca, Argentina

Eduardo Zarantonello
CRICYT
Mendoza, Argentina

Horacio Porta
Department of Mathematics
University of Illinois
Urbana-Champaign, Ill., U.S.A.

Felipe Zó
Instituto de Matemática Aplicada
Universidad Nacional de San Luis
San Luis, Argentina

*** Revista de Educación Matemática**

Registro Nacional de la Propiedad Intelectual no. 168024

Correo electrónico: revm@mate.uncor.edu

Sitio web: [http:// www.famaf.unc.edu.ar](http://www.famaf.unc.edu.ar)

■ **Director de publicaciones:**

Jorge Vargas

■ **Vicedirectora:**

Carina Boyallian

■ **Secretario Ejecutivo:**

Bernardino Audisio

■ **Secretaria de Edición:**

Luisa I. Gallardo

■ **Dirección postal:**

FaMAF

Universidad Nacional de Córdoba

M. Allende y Haya de la Torre

Ciudad Universitaria

5000 CÓRDOBA, Argentina.

COMITÉ EDITOR

Cristián Sanchez
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Juan A. Tirao
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Jorge A. Vargas
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Roberto A. Miatello
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Norberto Fava
Depto. Matemática - FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Elida Ferreyra
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

COLABORADORES

Jorge Adrover
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Carina Boyallian
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Eduardo Hullet
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Inés Pacharoni
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Marcos Salvai
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Paulo Tirao
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

Ma. Isabel Viggiani Rocha
Universidad Nacional Tecnológica
Tucumán, Argentina

Mónica Villareal
FaMAF
Universidad Nacional de Córdoba
Córdoba, Argentina

*** Noticiero de la Unión Matemática Argentina**

Versión impresa: ISSN 1514 - 9560

Versión electrónica: ISSN 1514 - 9595

Correo electrónico: *noticiero.uma@gmail.com*

Sitio web: *http://www.ceride.gov.ar/notiuma*

■ **Editor:**

Ricardo Toledano

■ **Dirección postal:** Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL)

Güemes 3450,

3000 Santa Fe, Argentina.

COMITÉ EDITOR

Carlos Cabrelli

Depto. de Matemática, FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Andrea Solotar

Depto. de Matemática, FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Buenos Aires, Argentina

Hugo Aimar

IMAL-CONICET, FIQ-UNL
Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe, Argentina

Eleonor Harboure

IMAL-CONICET, FIQ-UNL
Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe, Argentina

Roberto Macías

IMAL-CONICET, FIQ-UNL
Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe, Argentina