

NOTICIERO
de la
UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Editora

Ivana Gómez

Colaboradora

Silvia Hartzstein

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET - UNL
Güemes 3450, S3000GLN Santa Fe

URL: <http://www.notiuma.santafe-conicet.gov.ar>

Comité Editor

Hugo Aimar

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral

Hernán Cendra

Universidad Nacional del Sur

Eleonor Harboure

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral

Roberto Macías

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral

Beatriz Viviani

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral

Director de Publicaciones de la UMA

Jorge Lauret

Centro de Investigación y Estudios de Matemática de Córdoba

¹ ISSN 1514-9560

Permitida la reproducción parcial o total del contenido de esta Revista, con fines educativos o científicos, siempre que se mencione la fuente.

Tapa: Diseño de la imagen por el Lic. Federico Jacobo - SIDETEC

Contenidos

■ A nuestros lectores	v
■ Reunión UMA 2011 - Tucumán	1
■ Comunicaciones Científicas 2011	5
• Álgebra y Teoría de Números	7
• Análisis Funcional y Complejo	30
• Análisis Numérico	40
• Análisis Real y Armónico y Teoría de la Aproximación	50
• Aplicaciones de la Matemática	77
• Ecuaciones Diferenciales	107
• Estadística	121
• Física Matemática	132
• Geometría	140
• Lógica y Computabilidad	157
• Matemática Discreta, Combinatoria y Optimización	172
• Teoría de Lie	189
• Teoría de Probabilidad	202
■ Comunicaciones REM 2011	208
■ Adelantos UMA 2012 y IV CLAM - Córdoba	249
■ Unión Matemática Argentina: Información general	253

A los lectores

El Noticiero de la UMA publica las comunicaciones científicas y las comunicaciones en educación matemática aceptadas de cada Reunión Anual de la UMA. Las comunicaciones a la Reunión de la UMA constituyen una de las actividades centrales, son una muestra acabada del trabajo de los matemáticos de Argentina, y por su importancia el Noticiero de la UMA publica los resúmenes, contando alrededor 202 comunicaciones científicas y 48 en educación en el 2011. El congreso pasado de la UMA tuvo lugar en la ciudad de San Miguel de Tucumán y estuvo organizado localmente por el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán.

Agradecemos, muy especialmente, a todos los que arman y compilan los resúmenes de las comunicaciones de la UMA.

Por otro lado, adelantamos en este volumen la información del próximo Congreso Latinoamericano de Matemáticos, el IV CLAM, que se realizará en la ciudad de Córdoba en agosto próximo.

Queremos agradecer toda la colaboración de Marilina Carena y Fernando Gaspoz en el tiempo en el Noticiero.

Colaboraron en este número: Beatriz Marrón (Bahía Blanca), Walter Rar-tes (Bahía Blanca), Marcela Lazzarte (Tucumán).

Reunión UMA 2011

- LXI Reunión de Comunicaciones Científicas
- XXXIV Reunión de Educación Matemática
- XXIII Encuentro de Estudiantes de Matemática
- III Festival de Matemática

Del martes 20 al viernes 23 de septiembre de 2011 se realizó la Reunión Anual de la Unión Matemática Argentina en Universidad Nacional de Tucumán en la ciudad de San Miguel de Tucumán, organizada por la Unión Matemática Argentina y el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la UNT.

La conferencia de apertura *Rey Pastor* estuvo a cargo de Alicia Dickentein (Instituto de Matemática Santaló, Universidad de Buenos Aires) con *Métodos algebraicos para el estudio de redes de reacciones (bio)químicas*. Jair Koiller (Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getulio Vargas) con *Micronatación (un periplo sesgado)* en la *Conferencia Santaló*. En las tres conferencias científicas plenarias del jueves y viernes estuvieron Liliana Forzani (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Universidad Nacional del Litoral) con *Estimación del subespacio suficiente en regresiones con más predictores que datos*; Patricio Díaz Varela (Instituto de Matemática de Bahía Blanca, Universidad Nacional del Sur) con *Variedades y cuasivarietades en estructuras algebraicas universales*; y Jorge Antezana (Instituto Argentino de Matemática) con *La Conjetura de Horn: Historia, solución y aplicaciones*. Clausurando, la Conferencia González Domínguez, *Regularización estadística de problemas inversos: la perspectiva Bayesiana*, por Rubén Spies (Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Universidad Nacional del Litoral).

En la primera Conferencia Plenaria de Educación, *Profesores de matemática en escenarios de modelización: desafíos y decisiones*, por Mónica Villarreal (Universidad Nacional de Córdoba), y en la segunda, *Equidad y pensamiento*

crítico: desafíos para la educación matemática, por Sara Scaglia (Universidad Nacional del Litoral).

Se dictaron seis cursos para estudiantes y cuatro cursos para profesores, que a continuación detallamos.

- *Motivaciones físicas de cuestiones matemáticas*. Roberto Trincherro (Instituto Balseiro).
- *Aplicaciones de Teoría de Control a problemas no estándar*. Andrés Barrea (CIEM, FAMaF, UNC).
- *Polinomios de Krawtchouk y aplicaciones*. Ricardo Podestá (CIEM, FAMaF, UNC).
- *Modelos Gráficos*. Ana María Sfer (FACET, Universidad Nacional de Tucumán).
- *Métodos geométricos en mecánica clásica*. Alejandro Cabrera (Universidad Nacional de La Plata).
- *Representaciones de quivers*. Andrea Gatica (Universidad Nacional del Sur).
- *Visualizando propiedades y relaciones geométricas*. María Luisa Oliver y María de las Mercedes Ganim (FACET, Universidad Nacional de Tucumán).
- *Pensando los números reales - Concepciones numéricas*. Virginia Montoro (Centro Regional Bariloche, Universidad Nacional del Comahue).
- *Implementación de un software libre, "Maxima", en el análisis de funciones*. Graciela Canziani y Verónica Simoy (UNCPB, Tandil).
- *La enseñanza de ángulos inscriptos y semiinscriptos: su ausencia en el saber escolar*. Lidia Ibarra, Colaboradores: Ivone Patagua, Florencia Alurralde, Mirta Velásques, Blanca Formeliano, Graciela Méndez (C.I.U.N.Sa., Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta).

En el Festival de Matemática se dictaron dos conferencias: *Del cálculo de variaciones a la optimización continua*, por Pablo Lotito (Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires); y *Algebras de Boole, un punto de contacto entre diversas teorías*, por Alejandro Petrovich (Universidad Nacional de Buenos Aires).

El concurso de monografías para estudiantes fue en honor al Dr. Beppo Levi en el 50 aniversario de su fallecimiento, con el tema *Teorema de la Convergencia Monótona*. Fueron premiadas Justina Gianatti, Julieta Bollati y

Dana Pizarro de la Universidad Nacional de Rosario. El jurado estuvo integrado por: Norberto Fava, Carlos Cabrelli y Sheldy Ombrosi.

La UMA otorgó 54 becas de ayuda económica a los estudiantes de distintas ciudades.

Comité organizador local: Lazarte, Maria Marcela (Coordinación general); Camazano, Maria Ines; Fernández, Estela; Funes, Beatriz; Ganim, Mercedes; Impellizzere, Susana; López, Estela; Oviedo, Rosario; Roig, Maria Eugenia; Saavedra Fresia, Cecilia; Aguirre, Magdalena; Barrionuevo, Amelia; Benitez, Lidia; Benzal, Graciela; Fernández, Lourdes; Figueroa, Rita; Mamani, Johana; Nuno, Fernanda; Plaza, Maria Florencia; Torres, Marta Ines; Viggiani Rocha, Maria Isabel; Barros, Luis Francisco; Cruz, Liana Rosana; Gianini, Maria Isabel; Lazarte, Victor Fabio; Martin, Mariela; Moron, Francisco; Naidicz, Lorena; Sfer, Ana María; Arias, Mirta; Barraza, Sara Lia; Busab, Silvia; Cuevas, Maria de los Angeles; Fernández, Aida; Jiménez, Lina; Gómez, Silvina; Ledesma, Andrea; Moris, Gloria; Moya, Adriana; Pérez, María José; Ramos, Adriana; Trimarco, Gabriel; Arce, Mariana; Baron, Patricia; Camacho, Belén; Catania, Diego; Copa Ocampo, Marina; Fernández, Judith; Galante, Fernanda; Gallardo, Eugenia; Larrán, Cecilia; Lomas, Isabel; Villafane, Mónica; Barrionuevo, Amelia; Lencina, María Isabel; Oliver, María Luisa; Rodríguez, María Rosa; Vizchi, Juana; Will, Adrián.

La reunión tuvo el financiamiento del CONICET, de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Técnica del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación Productiva de la Nación, de la Universidad Nacional de Tucumán, y de la Secretaría de Estado de Innovación y Desarrollo Tecnológico (SIDETEC).

Sitio web: <http://www1.herrera.unt.edu.ar/uma2011/>

Comunicaciones Científicas UMA 2011

Universidad Nacional de Tucumán
San Miguel de Tucumán

Álgebra y Teoría de Números²

²Coordinan: María Julia Redondo y Gabriela Gerónimo

Autores: Araujo, J., Bratten, T.
Lugar: UNCPBA, Tandil
Expositor: Araujo, José

El modelo de Kodiyalam-Verma en grupos de Weyl Clásicos

Un modelo, o modelo de Gelfand, para un grupo finito G , es una representación ordinaria del grupo cuyo carácter es la suma de todos los caracteres irreducibles de G .

Entre las construcciones dadas para estos modelos podemos mencionar, los *modelos por involuciones* estudiados en [6], [7] y [11]. Los modelos para el grupo simétrico y simétrico generalizado dados en [1] y en [9], podrían incluirse en los modelos por involuciones. Más recientemente, en [9] se estudian los *modelos por involuciones generalizados* en grupos de reflexiones complejos. Por otro lado, el modelo *polinomial* introducido en [2] funciona para grupos de reflexiones de tipo $I_2(n)$, A_n , B_n , D_{2n+1} y $G(m, 1, n)$, según los resultados en [3], [4] y [5]. Posteriormente, en [10] se establece que \mathcal{N} es un modelo de Gelfand si G no es de tipo D_{2n} , E_7 o E_8 .

Particularmente interesante resulta la construcción de Kodiyalam-Verma para un modelo del grupo simétrico dada en [8], en esta comunicación anunciamos la extensión natural de este modelo a los grupos de Weyl clásicos de tipo A_n , B_n y D_{2n+1} .

Bibliografía.

- [1] Adin, R. M., Postnikov, A., Roichman, Y., *A Gelfand model for Wreath Products*, Israel Journal of Mathematics Volume 179, Number 1, 381-402, 2010.
- [2] Aguado, J. L. and Araujo, J. O., *A Gelfand model for the symmetric group*, Communications in Algebra, **29** (4), 1841 - 1851 (2001).
- [3] Araujo, J.O., *A Gelfand model for a Weyl group of type B_n* , Beiträge zur Algebra und Geometrie **44**, no. 2 (2003) 359-373.
- [4] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gelfand Model for the Weyl group of type D_n and the branching rules $D_n \leftrightarrow B_n$* . Journal in Algebra, vol. **294**, (2005), 97-116.
- [5] Araujo, J. O. and Bigeón, J. J., *A Gelfand Model for the Symmetric Generalized Group*, Communications in Algebra, **37** (5), 1808-1830. 2009.
- [6] Caselli, F., *Involutory reflection groups and their models*, J. Algebra 24 (2010), 370-393.
- [7] Baddeley, R., *Models and Involution Models for Wreath Products and certain Weyl Groups*. Journal of London Mathematical Society no. **44**, serie 2 (1991) 55-74.
- [8] Kodiyalam, V., Verma, D.N., *A natural representation model for symmetric groups*. arXiv:math.RT/0402216 v1, 2006.

- [9] Marberg, E., *Automorphisms and generalized involution models of finite complex reflection groups*. Journal of Algebra, Volume 334, Issue 1, 15 May 2011, Pages 295–320.
- [10] Shripad, M. G., Oesterlé, J. *On Gelfand Models for Finite Coxeter Groups*. Journal of Group Theory. Volume 13, Issue 3, Pages 429–439, 2010
- [11] Vinroot, C. R., *Involution models of finite Coxeter groups*, J. Group Theory 11 (2008), no. 3, 333–340

Autores: Nicolás Andruskiewitsch, Cristian Vay

Lugar: FaMAF - UNC, Córdoba

Expositor: Cristian Vay

Álgebras de Hopf cuyo corradical es el álgebra de funciones sobre el grupo simétrico en tres letras

Presentamos una nueva familia de álgebras de Hopf cuyo corradical es el álgebra de funciones sobre el grupo simétrico \mathbb{S}_3 , las cuales resultan ser todas las álgebras de Hopf no semisimples con dicha propiedad.

Luego calculamos las representaciones simples de estas álgebras. Esto lo hacemos imitando el método de la teoría de representaciones de un álgebra de Lie, con el corradical (una subálgebra conmutativa) jugando el rol de subálgebra Cartan.

Otras propiedades de estas álgebras son dadas.

Esta comunicación se basa en los trabajos:

[AV1] Andruskiewitsch, N., Vay, C.: *Finite dimensional Hopf algebras over the dual group algebra of the symmetric group in three letters*. Commun. Algebra, to appear. Disponible en: [arxiv:1010.5953v2](https://arxiv.org/abs/1010.5953v2)

[AV2] Andruskiewitsch, N., Vay, C.: *On a family of Hopf algebras of dimension 72*. Disponible en: [arxiv:1105.0394v1](https://arxiv.org/abs/1105.0394v1).

Autores: Sonia Natale, Julia Yael Plavnik

Lugar: FaMAF - Universidad Nacional de Córdoba. CIEM - CONICET. Córdoba

Expositor: Julia Yael Plavnik

Categorías de fusión con pocas dimensiones irreducibles

En esta charla se considerará el problema general de determinar la estructura de una categoría de fusión \mathcal{C} a partir del conjunto $\text{c.d.}(\mathcal{C})$ de dimensiones de Frobenius-Perron de los objetos simples de \mathcal{C} . Específicamente, se considerará esta cuestión en el caso en que $\text{c.d.}(\mathcal{C}) = \{1, p\}$, con p un número primo. Se mostrarán varios resultados de estructura relacionados con las nociones de nilpotencia y resolubilidad de categorías de fusión, introducidas por Etinogof, Gelaki, Nikshych y Ostrik [2], [1]. Los resultados principales se resumen en el siguiente teorema.

Teorema. Sea \mathcal{C} una categoría de fusión sobre k , con k un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero. Entonces se tiene:

(i) Supongamos que \mathcal{C} es débilmente de tipo grupo y tiene dimensión impar. Entonces \mathcal{C} es resoluble.

Sea p un número primo.

(ii) Supongamos que $\text{c.d.}(\mathcal{C}) \subseteq \{1, p\}$. Entonces \mathcal{C} es resoluble en cualquiera de los siguientes casos:

- \mathcal{C} es trenzada y de dimensión impar.

- $\mathcal{C} = \mathcal{C}(G, \omega, \mathbb{Z}_p, \alpha)$ (una categoría de fusión de tipo grupo) y $|G(\mathcal{C})| = p$.

- \mathcal{C} es una categoría casi-grupo.

- $\mathcal{C} = \text{Rep } H$, con H un álgebra de Hopf cuasitriangular semisimple y $p = 2$.

(iii) Sea H un álgebra de Hopf semisimple tal que $\text{c.d.}(H) \subseteq \{1, p\}$. Entonces H^ es nilpotente en cualquiera de los siguientes casos:*

- $|G(H^)| = p$ y p divide a $|G(H)|$.*

- $|G(H^)| = p$ y H es cuasitriangular.*

- H es de tipo $(1, p; p, 1)$ como álgebra.

(iv) Sea H un álgebra de Hopf semisimple tal que $\text{c.d.}(H) \subseteq \{1, 2\}$. Entonces:

- H es débilmente de tipo grupo, y más aún, es de tipo grupo si $H = H_{\text{ad}}$.

- El grupo $G(H)$ es resoluble.

(v) Sea H un álgebra de Hopf semisimple de tipo $(1, p; p, 1)$ como álgebra. Entonces H es una deformación por twisting del álgebra de grupo kN , con N un grupo resoluble.

Bibliografía.

- [1] S. Gelaki and D. Nikshych, *Nilpotent fusion categories*, Adv. Math. **217**, 1053–1071 (2008).
- [2] P. Etingof, D. Nikshych and V. Ostrik, *Weakly group-theoretical and solvable fusion categories*, Adv. Math. **226**, 176–205 (2011).

Autores: Marcelo Lanzilotta, María Julia Redondo, Rachel Taillefer
Lugar: Instituto de Matemática, INMABB (UNS-CONICET), Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca
Expositor: María Julia Redondo

Clasificación combinatoria de álgebras hereditarias a trozos

Utilizando el polinomio característico de la matriz de Coxeter de un álgebra, completamos la clasificación combinatoria de las álgebras hereditarias a trozos, que había sido iniciada por Happel mediante la traza de la matriz de Coxeter. Además damos una interpretación cohomológica de los coeficientes del polinomio característico de la matriz de Coxeter de un álgebra de dimensión finita con dimensión global finita.

Bibliografía.

- [1] D. Happel. The Coxeter Polynomial for a One Point Extension Algebra. J. Algebra 321 (2009), no. 7, 2028–2041.
- [2] M. Lanzilotta, M. J. Redondo, R. Taillefer. Combinatorial classification of piecewise hereditary algebras. Aceptado en Forum Mathematicum. arXiv:0903.4326v1

Conferencia Invitada

Elsa Fernández

Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco- Sede Puerto Madryn

Algunas propiedades espectrales de álgebras de conglomerado

Sea Q un quiver finito sin ciclos orientados y sea k un cuerpo algebraicamente cerrado. Las álgebras de conglomerado fueron introducidas y estudiadas por Fomin y Zelevinsky en [1]. En el estudio de esta temática un concepto central es el de mutación de un quiver.

En este trabajo, a la clase de mutación de un quiver Q se le asocia un invariante numérico definido en términos de radios espectrales. Usando este

invariante se muestra una caracterización alternativa de las álgebras de conglomerado de tipo finito y se analiza el tipo de representación del álgebra de caminos kQ .

Bibliografía.

[1] S. Fomin, A. Zelevinsky: Cluster algebras I: Foundations. J. Amer. Math. Soc. 15 (2002), no. 2, 497–529.

[2] J. A. de la Peña, M. Takane: Spectral properties of Coxeter transformations and applications. Arch. Math. 55 (1990), 120–134.

Trabajo realizado en colaboración con María Inéz Platzeck.

Autores: Eleonora Cerati(1) - Ingrid Schwer(2)

Lugar: (1) Departamento de Matemática - Facultad de Humanidades y Ciencias .(2)Departamento de Matemática - Facultad de Ingeniería Química. Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe.

Expositor: Eleonora Cerati

Cálculo de la alfa-cohomología de Hochschild de un álgebra cuántica usando un teorema de dualidad

Estudiamos la relación entre la α -homología de Hochschild y la α -cohomología de Hochschild del álgebra $A = \mathbb{C}\{x_1, \dots, x_n\}$, generada sobre \mathbb{C} por x_1, \dots, x_n con las relaciones $x_i x_j = q_{ij} x_j x_i$. Para ello utilizamos técnicas definidas por Wambst ([W]), como la versión cuántica del complejo de Koszul, que generalizan objetos del álgebra conmutativa. Las adaptamos para el cálculo de la homología del álgebra A_α , que coincide con A como espacio vectorial pero que tiene su estructura de A -módulo a derecha torcida por el morfismo lineal α . A partir del análisis del α -centro de los generadores de A , clasificamos a los automorfismos lineales en dos grupos: los automorfismos de *tipo 1*, que son aquellos $\alpha \in \text{Aut}\mathbb{C}\{x_1, \dots, x_n\} \setminus \{\alpha : \alpha(x_i) = \prod_{k \neq i} q_{ki}^{j_k} x_i\}$, mientras que los de *tipo 2* son los antes excluidos. Calculamos $(HH_\alpha)_0(A)$ y $(HH_\alpha)_n(A)$ para $n > 0$ ([CS]).

Como A es un álgebra graduada, 2-homogénea, AS-Gorenstein y Koszul generalizada ([BM]), aplicamos el Teorema de Dualidad de Van den Bergh ([VB]) para calcular la α -cohomología de Hochschild de A . Calculamos $HH_\alpha^0(A)$ y $HH_\alpha^n(A)$ para $n > 0$, cuando α es un automorfismo lineal de *tipo 1* y de *tipo 2*, generalizando resultados previamente obtenidos para casos particulares ([CS]).

Bibliografía.

- [BM] R. Berger y N. Marconnet. *Koszul and Gorenstein properties for homogeneous algebras*. Algebras and Representation Theory, **9** (2006)67-97.
- [CS] E. Cerati. y I. Schwer. *Derivations and automorphisms in the twisted polynomial algebra*. Algebras, Groups and Geometries, **17**(2000), 149-166.
- [P] S. B. Priddy, *Koszul resolutions*, Trans. of the AMS, **152** (1970), 39-60.
- [RS] M.J. Redondo and A.L. Solotar, *Alfa-derivations II: the non-commutative case*, Bol. Acad. Nac. de Cienc. (Córdoba) **65**(2000), 29-43.
- [VB] M. Van den Bergh. *A relation between Hochschild homology and cohomology for Gorenstein rings*. Proc. Amer. Math. Soc. **126**(1998), 1345-1348 and Erratum, Proc. Amer. Math. Soc. **130**(2002), 2809-2810.
- [W] M. Wambst, *Complexes de Koszul quantiques*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **43** (1993), no. 4,1089-1156.

Autores: María Chara, Ricardo Toledano

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL) - Santa Fe

Expositor: María Chara

Sobre el comportamiento asintótico de torres recursivas de cuerpos de funciones sobre cuerpos finitos

Sea \mathbb{F}_q un cuerpo finito con q elementos. Un cuerpo de funciones F/\mathbb{F}_q es una extensión finita F del cuerpo de funciones racionales $\mathbb{F}_q(x)$, donde $x \in F$ es un elemento trascendente sobre \mathbb{F}_q .

Una torre de cuerpos de funciones es una sucesión $\mathcal{F} = (F_0, F_1, F_2, \dots)$ de cuerpos de funciones sobre \mathbb{F}_q tales que:

- $F_0 = \mathbb{F}_q(x) \subsetneq F_1 \subsetneq F_2 \subsetneq \dots$,
- F_{i+1}/F_i son extensiones finitas y separables para todo $i \geq 0$ y
- $g(F_i) \rightarrow \infty$, donde $g(F_i)$ denota el género del cuerpo de funciones F_i/\mathbb{F}_q .

Se dice que la sucesión \mathcal{F} es recursiva si existe un polinomio $f \in \mathbb{F}_q[X, Y]$ y una sucesión $\{x_i\}_{i \geq 0}$ de elementos trascendentes sobre \mathbb{F}_q tales que $F_{i+1} = F_i(x_{i+1})$ donde $f(x_i, x_{i+1}) = 0$ para todo $i \geq 0$. La teoría de torres de cuerpos de funciones sobre cuerpos finitos tiene importantes aplicaciones en teoría de códigos algebraicos geométricos. De particular importancia para estas aplicaciones es la construcción de torres recursivas denominadas asintóticamente buenas.

En esta charla mostraremos los problemas básicos que se estudian en la teoría asintótica de torres de cuerpos de funciones y contaremos un resultado

que establece condiciones suficientes generales para que una sucesión $\mathcal{F} = (F_0, F_1, F_2, \dots)$ recursiva de cuerpos de funciones sobre \mathbb{F}_q sea asintóticamente mala. Mostraremos que la mayoría de los resultados conocidos son casos particulares de este resultado.

Autores: Gabriela Jeronimo, Daniel Perrucci

Lugar: Departamento de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires - IMAS, CONICET, Buenos Aires

Expositor: Gabriela Jeronimo

Minimización de funciones polinomiales sobre conjuntos semialgebraicos y distancia entre componentes conexas

En los últimos años se han desarrollado métodos simbólico-numéricos para el tratamiento de ecuaciones e inecuaciones polinomiales que explotan la posibilidad de efectuar tanto cálculos exactos como aproximados. Los tiempos de ejecución de estos algoritmos dependen fundamentalmente de la distancia mínima entre los puntos a localizar. Asimismo, para decidir numéricamente si un objeto calculado es cero o no, resulta de interés disponer de estimaciones a priori para la distancia al cero.

En este contexto, las técnicas de [1] permiten derivar cotas para el módulo de las coordenadas de los puntos aislados de un conjunto definido por ecuaciones polinomiales en \mathbb{R}^n y en [3] se dan cotas para la separación mínima entre dos de tales puntos. Por otra parte, en [4] se prueban cotas para el mínimo valor de un polinomio positivo sobre el simplex standard de \mathbb{R}^n .

Con el objeto de extender estos resultados, consideramos el siguiente problema: dados polinomios f_1, \dots, f_m y g en $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_n]$ de grados acotados por d y coeficientes de módulo menor o igual a H , hallar $b \in \mathbb{R}_{>0}$ tal que si g no se anula sobre una componente conexa compacta C de un conjunto del tipo $\{x \in \mathbb{R}^n \mid f_1(x)\sigma_1 0, \dots, f_m(x)\sigma_m 0\}$, donde $\sigma_i \in \{\leq, =, \geq\}$ para todo $1 \leq i \leq m$, entonces el módulo mínimo de los valores que toma g sobre C es mayor o igual a b .

Presentaremos una cota inferior explícita $b = b(n, m, d, H) > 0$ que se obtiene combinando la aplicación de métodos de punto crítico con técnicas de deformación (trabajo en curso). A partir de esta cota, deduciremos una cota para la distancia mínima entre dos componentes conexas compactas de los conjuntos del tipo considerado y mostraremos cómo el resultado puede aplicarse también al caso de una componente compacta y una cerrada no acotada.

Bibliografía.

- [1] S. Basu, M.-F. Roy, Bounding the radii of balls meeting every connected component of semi-algebraic sets, *J. Symbolic Comput.* 45 (2010), No. 12, 1270-1279.
- [2] I.Z. Emiris, B. Mourrain, E.P. Tsigaridas, The DMM bound: multivariate (aggregate) separation bounds. *Proc. 2010 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (ISSAC'10)*, 243-250.
- [3] K.A. Hansen, M. Koucky, N. Lauritzen, P.B. Miltersen, E.P. Tsigaridas, Separation bounds for real roots of polynomial systems. *Proc. 11th Int. Symp. on Effective Methods in Algebraic Geometry (MEGA)*, 2011.
- [4] G. Jeronimo, D. Perrucci. On the minimum of a positive polynomial over the standard simplex. *J. Symbolic Comput.* 45 (2010), No. 4, 434-442.

Autores: Elias Cancela, Daniel A. Jaume, Adrián Pastine, Denis Videla
Lugar: Universidad Nacional de San Luis, San Luis
Expositor: Elias Cancela

On Homogeneous Sums of Units in \mathbb{Z}_n

El grupo de unidades en el anillo \mathbb{Z}_n de las clases de residuo mód n consiste de los residuos a mód n con $(a, n) = 1$ (i.e. los residuos coprimos con n). Denotaremos con \mathbb{U}_n al grupo de unidades de \mathbb{Z}_n .

En 2009, Sander (ver [1]) determinó el número de representaciones de una clase de residuo mód n como suma (ordenada) de dos unidades de \mathbb{Z}_n .

En este trabajo, utilizando técnicas de teoría de grafos, probamos el siguiente resultado.

Teorema. Dados $0 < k, n \in \mathbb{Z}$ el número de k -uplas en $\mathbb{U}_n^k, (u_1, u_2, \dots, u_k) \in \mathbb{U}_n^k$ que son soluciones de $u_1 + u_2 + \dots + u_k \equiv_n 0$ es

$$\frac{\varphi(\text{rad}(n))}{\text{rad}(n)} \left(\frac{n}{\text{rad}(n)} \right)^{k-1} \prod_{p|n} ((p-1)^{k-1} - (-1)^{k-1}).$$

Donde usamos la notación de Nathanson (ver [2]): el radical de n es el producto de los números primos que dividen a n :

$$\text{rad}(n) = \prod_{p|n} p$$

Esta es una generalización del resultado de Sander (caso $k = 2$) para el caso homogéneo.

Bibliografía.

- [1] J. W. Sander, *On the addition of units and nonunits mod m* , *Journal of Number theory* 129 (2009) 2260-2266.

[2] Melvyn B. Nathanson, *Elementary methods in number theory*, Ed. Springer 2000.

Autores: Martín Szyld

Lugar: Universidad de Buenos Aires.

Expositor: Martín Szyld

La categoría de relaciones de un topos Galoisiano es Tannakiana.

Consideremos la categoría tensorial $Supp$ de los sup-reticulados completos, con producto tensorial denotado \otimes y unidad $I = 2 = \{0 \leq 1\}$. Un álgebra simétrica es un sup-reticulado S con una multiplicación $S \otimes S \rightarrow S$ abeliana y una unidad $2 \rightarrow S$. Un álgebra de Hopf es un álgebra munida, además, de una comultiplicación $S \rightarrow S \otimes S$, una counidad $S \rightarrow 2$ y una antípoda $S \rightarrow S$. Puede interpretarse como un objeto grupo en la categoría Alg_{Supp}^{op} , dual de la categoría de álgebras simétricas.

Un local es un sup-reticulado con un ínfimo \wedge que distribuye respecto del supremo, lo que induce una multiplicación idempotente y abeliana $S \otimes S \xrightarrow{\wedge} S$. Se tiene así una inclusión de categorías $Loc \subset Alg_{Supp}$. Un grupo localico G es, por definición, un objeto grupo en Loc^{op} y puede por lo tanto ser visto como álgebra de Hopf en $Supp$.

Fijado un grupo localico G , se tiene por un lado la categoría β^G de conjuntos munidos de una acción de G , y por otro, al interpretar a G como álgebra de Hopf, la categoría de comódulos sobre G . Notemos con $Comod_0(G)$ a la subcategoría formada por los comódulos cuyo sup-reticulado subyacente es de la forma $\mathcal{P}(A)$ (partes de un conjunto A).

Como parte de nuestro trabajo hemos probado que se tiene un isomorfismo de categorías:

$$Rel(\beta^G) = Comod_0(G),$$

donde el primer término es la categoría de relaciones en la categoría β^G .

Se propone explicar este resultado (que tiene interés en sí mismo) y comentar su relevancia para relacionar la teoría de Tannaka ([1]) y la teoría de Galois ([2]). En particular hemos demostrado que el teorema de representación de [2] (Theorem 8.3) brinda un nuevo teorema de representación análogo al de [1] (§7, Theorem 3), en este caso para la categoría de base $Supp$ en lugar de la de los \mathbb{C} -espacios vectoriales.

Bibliografía.

- [1] A. Joyal and R. Street, *An Introduction to Tannaka Duality and Quantum Groups*, Category Theory, Springer, 1990.
[2] E. J. Dubuc, *Localic Galois theory*, Journal of Pure and Applied Algebra v. 175, Elsevier, 2003.

Autores: Janko Boehm, Wolfram Decker, Santiago Laplagne, Frank Seelisch
Lugar: Laplagne: Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Decker y Seelisch: Technische Universität Kaiserslautern, Kaiserslautern, Alemania. Boehm: Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Alemania
Expositor: Santiago Laplagne

Algoritmos para el cálculo de bases enteras (trabajo en preparación)

Presentamos un nuevo algoritmo para el cálculo de bases enteras en un cuerpo L de funciones algebraicas en una variable. Suponemos que L es el cuerpo de funciones algebraicas de una curva C y localizamos en los puntos singulares de C .

Como primera versión del algoritmo, calculamos la contribución de cada singularidad normalizando el anillo local correspondiente. Alternativamente, usamos la teoría de series de Puiseux. En comparación con el algoritmo de van Hoeij ([4]), utilizando el lema de Hensel evitamos calcular explícitamente expansiones de Puiseux de alto grado en una gran cantidad de casos. Combinando este enfoque con algoritmos modulares para el cálculo de radicales y primos asociados de ideales cero dimensionales, obtenemos un algoritmo más eficiente que otros algoritmos conocidos.

Aplicaciones típicas de bases enteras son el cálculo de ideales adjuntos (ver [3]), espacios de Riemann-Roch (ver [2], [1]) y parametrización de curvas racionales (ver [5]).

Bibliografía.

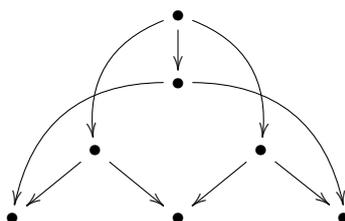
- [1] F. Hess. Computing Riemann-Roch spaces in algebraic function fields and related topics. *J. Symbolic Comput.*, 33:425–445, 2002.
[2] Ming-Deh Huang and Doug Ierardi. Efficient algorithms for the Riemann-Roch problem and for addition in the Jacobian of a curve. *J. Symbolic Comput.*, 18:519–539, 1994.
[3] M. Mnůk. An algebraic approach to computing adjoint curves. *J. Symbolic Comput.*, 23(2-3):229–240, 1997.
[4] Mark van Hoeij. An algorithm for computing an integral basis in an algebraic function field. *J. Symbolic Comput.*, 18(4):353–363, 1994.

- [5] Mark van Hoeij. Rational parametrizations of algebraic curves using a canonical divisor. *J. Symbolic Comput.*, 23(2-3):209–227, 1997. Parametric algebraic curves and applications (Albuquerque, NM, 1995).

Autores: Eduardo J. Dubuc
Lugar: Dpto. Mat. F.C.E. y N. UBA, CABA
Expositor: Eduardo J. Dubuc

Span refinements of the Čech Nerve

Un 2-span es un diagrama conmutativo de la siguiente forma:



Todo cubrimiento (es decir, epimorfismo) $U \rightarrow 1$ en un topos $\mathcal{E} \xrightarrow{\gamma} \mathit{Set}$ determina un conjunto simplicial U_\bullet , $U_n = U \times U \times \dots \times U$, $n + 1$ veces. Un *hypercubrimiento* es un conjunto simplicial X_\bullet munido de un morfismo $X_\bullet \rightarrow U_\bullet$. Una *familia simplicial* es un conjunto simplicial junto con un morfismo $X_\bullet \rightarrow \gamma^*(S_\bullet)$. Un *hypercubrimiento indexado* es un X_\bullet munido de ambos morfismos. Descubrimos que los n -simpleces de una familia simplicial determinan una noción de n -span íntimamente ligada al funtor coesqueleto. Desarrollamos esta teoría y su aplicación en la construcción del grupoide fundamental de un topos arbitrario, generalizando el caso localmente conexo. En este caso todo conjunto simplicial está indexado canónicamente por el conjunto simplicial de las componentes conexas, y este hecho permanece implícito en la teoría. En el caso general, la indexación tiene que ser dada explícitamente como parte del dato de un hypercubrimiento.

Autores: Wai Kiu Chan (1), María Inés Icaza (2), Emilio Lauret (3)

Lugar: (1) Wesleyan University, USA; (2) Universidad de Talca, Chile; (3) Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

Expositor: Emilio Lauret

Una nueva generalización de la constante de Hermite

Sea \mathcal{O} el anillo de enteros de una extensión cuadrática imaginaria K de los números racionales. Para S una matriz $n \times n$ hermítica definida positiva, definimos el *mínimo proyectivo* de S como

$$\mu^p(S) = \min_{v \in \mathcal{O}_K^n \setminus \{0\}} \frac{v^* S v}{N(\langle v \rangle)^2},$$

donde $\langle v \rangle$ es el ideal de \mathcal{O} generado por las coordenadas de v y $N(\cdot)$ denota la norma.

Introduciremos una nueva generalización de la constante de Hermite sobre formas hermíticas sobre K llamada *constante de Hermite proyectiva*. Ésta está dada por

$$\gamma_{K,n}^p = \sup_S \frac{\mu^p(S)}{\det(S)^{1/n}},$$

donde S recorre todas las matrices $n \times n$ hermíticas definidas positivas. Por medio de un método geométrico, podremos calcularla en el caso binario ($n = 2$) para cuerpos de discriminante mayor a -70 .

Conferencia Invitada

Guillermo Cortiñas

Departamento de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires - IMAS, CONICET, Buenos Aires

Homología de álgebras asociadas a un grafo orientado

Dados un grafo orientado Q y un cuerpo k , es posible asociar a Q diversas k -álgebras. La más conocida es el álgebra de caminos, PQ . Localizando PQ se obtienen nuevas álgebras, el álgebra de Cohn CQ [2] y el álgebra de Leavitt LQ [4], [1]. Ambas son álgebras con involución, y cuando $k = \mathbb{C}$, pueden representarse fielmente como álgebras de operadores acotados en un espacio de Hilbert. Completando se obtienen C^* -álgebras bien conocidas; por ejemplo completando el álgebra de Leavitt se obtiene la C^* -álgebra de Cuntz y Krieger [3]. Por un resultado de Rørdam ([5]), las álgebras de Cuntz-Krieger

simples y puramente infinitas están clasificadas por su K -teoría. La charla versará sobre un trabajo conjunto con Pere Ara, en el cual resolvemos negativamente la pregunta acerca de si existe una clasificación similar en el caso algebraico. Nuestro resultado se basa en el cálculo de la homología de Hochschild de CQ y LQ .

Bibliografía.

- [1] G. Abrams, G. Aranda Pino. The Leavitt path algebra of a graph *J. Algebra* 293:319–334, 2005.
- [2] P. M. Cohn. Some remarks on the invariant basis property. *Topology* 5:215–228, 1966.
- [3] J. Cuntz, W. Krieger. A class of C^* -algebras and topological Markov chains. *Invent. Math.* 56:251–268, 1980.
- [4] W. G. Leavitt. The module type of a ring. *Trans. Amer. Math. Soc.* 103:113–130 (1962).
- [5] Rørdam, Mikael. Classification of Cuntz-Krieger algebras. *K-Theory* 9:31–58, 1995.

Autores: María Emilia Descotte

Lugar: Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires

Expositor: María Emilia Descotte

2-Ind-Objetos

En [1], Grothendieck desarrolla la teoría de Ind-Objetos de una categoría. Los Ind-Objetos de una categoría dan lugar a una nueva categoría con la propiedad de ser cerrada por colímites filtrantes de manera universal.

Esta teoría tiene aplicaciones en topología algebraica cuando se trabaja módulo homotopía. En la teoría de la forma fuerte se guarda la información que se pierde al trabajar módulo homotopía. Una consecuencia de ello es que sistemas que al trabajar módulo homotopía resultaban filtrantes, dejan de serlo cuando se trabaja en teoría de la forma fuerte; y, por lo tanto, dejan de ser Ind-Objetos. Sin embargo, deberían ser Ind-Objetos en un sentido 2-categorico.

En los últimos tiempos, la teoría de 2-categorías ha tenido un gran auge, sin embargo no se encuentra desarrollada una teoría análoga a la de Ind-Objetos para 2-categorías. En [2], se introduce la noción de 2-categoría 2-filtrante y se construyen los bicómites 2-filtrantes demostrando sus propiedades básicas. Con estas herramientas, hemos desarrollado una teoría de 2-Ind-Objetos de una 2-categoría. Los 2-Ind-Objetos de una 2-categoría dan lugar a una 2-categoría con la propiedad de ser cerrada por bicómites 2-filtrantes de manera universal. El desarrollo de esta nueva teoría no consistió en una generalización inmediata de las demostraciones de la teoría

de Ind-objetos de Grothendieck, sino que planteó problemas propios de la teoría de 2-categorías que fuimos resolviendo para poder avanzar.

Durante la comunicación describiremos algunos ejemplos de categorías y 2-categorías de Ind-Objetos y de 2-Ind-Objetos respectivamente, dirigidos a una audiencia no especializada en el tema.

Bibliografía.

[1] J.L. Verdier M. Artin, A. Grothendieck. SGA 4 (1963-1964), Theorie des Topos et Cohomologie Etale des Schemas. Springer Lecture Notes in Mathematics, volume 269, 1972.

[2] E. Dubuc and R. Street. A construction of 2-filtered bicolimits of categories. Cahiers de topologie et geometrie differentielle categoriques VOL 47; NUMB 2, pages 83-106, 2006.

Autores: Antonio Cafure, Guillermo Matera, Melina Privitelli

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento, CONICET

Expositor: Melina Privitelli

Existencia de puntos racionales de intersecciones completas singulares sobre cuerpos finitos

Sea \mathbb{F}_q el cuerpo finito de q elementos y V una \mathbb{F}_q -variedad proyectiva: el conjunto de ceros comunes de una familia de polinomios homogéneos con coeficientes en \mathbb{F}_q . Un punto de V se dice q -racional si sus coordenadas homogéneas pertenecen a \mathbb{F}_q . Determinar de manera exacta, estimar o garantizar la existencia de puntos q -racionales es un problema clásico de la geometría algebraica. Dado que se conocen pocos resultados sobre la cantidad exacta de puntos q -racionales, frecuentemente resulta necesario disponer de estimaciones o resultados que aseguren la existencia de los mismos.

En este trabajo proporcionamos un resultado de existencia de puntos q -racionales de \mathbb{F}_q -variedades proyectivas intersección completa absolutamente irreducibles y singulares.

En primer lugar, estudiando una Grassmanniana adecuada y utilizando resultados sobre variedades polares asociadas a la variedad en consideración (ver [4]), obtenemos una versión efectiva del segundo teorema de Bertini.

Teorema. Sea $V \subset \mathbb{P}^n$ una \mathbb{F}_q -variedad intersección completa absolutamente irreducible de dimensión r , lugar singular de dimensión s , grado δ y multigrado $\mathbf{d} := (d_1, \dots, d_{n-r})$. Supongamos que $q > (n + 1)(n - r)^{r-s}(D -$

$1)^{r-s}\delta$, con $D := \max_{1 \leq i \leq n-r} d_i$. Entonces existe una sección lineal no singular de V de dimensión $r - s - 1$ definida sobre \mathbb{F}_q .

A partir de la estimación de Deligne ([2]) y de estimaciones de números de Betti asociados a V (ver [3]), obtenemos un resultado de existencia de puntos q -racionales que mejora los de [1] y [3] en diversos casos de interés.

Teorema. Sea $V \subset \mathbb{P}^n$ una \mathbb{F}_q -variedad intersección completa absolutamente irreducible de dimensión r , grado $\delta \geq 2$, multigrado $\mathbf{d} := (d_1, \dots, d_{n-r})$ y lugar singular de dimensión $0 \leq s \leq r - 3$. Sea $D := \max_{1 \leq i \leq n-r} d_i$ y supongamos que $q > 36(n+1)(n-r)^{r-s}(D-1)^{r-s}\delta$. Entonces V posee puntos q -racionales.

Bibliografía.

- [1] A. Cafure and G. Matera, *An effective Bertini theorem and the number of rational points of a normal complete intersection over a finite field*, Acta Arithmetica, 130(1) (2007) 19-35.
- [2] P. Deligne, *La conjecture de Weil*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. 43 (1974) 273-307.
- [3] S. Ghorpade and G. Lachaud, *Étalé cohomology, Lefschetz theorems and number of points of singular varieties over finite fields*, Moscow Math. J. 2 (2002) 589-631.
- [4] R. Piene, *Polar classes of singular varieties*. Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) 11(2) (1978) 247-276.

Autores: Natalia Bordino, Elsa Fernández y Sonia Trepode
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata, Mar del Plata
Expositor: Natalia Bordino

Un criterio para álgebras de dimensión global dos

En los procedimientos que se utilizan para clasificar las álgebras inclinadas de conglomerado es necesario considerar álgebras de dimensión global menor o igual a 2. Entonces, es de interés determinar la dimensión global de un álgebra a partir de su carcaj con relaciones.

Con este propósito, introducimos una familia de álgebras con dimensión global tres, denominadas *álgebras críticas*. En esta charla, mostraremos que un álgebra schurian fuertemente simplemente conexa es de dimensión global a lo sumo dos si no contiene un álgebra crítica como subcategoría plena. Por último, describiremos a las álgebras críticas por medio de su carcaj con relaciones.

Cabe mencionar que este problema es de interés intrínseco en teoría de representaciones, independientemente del estudio de las álgebras inclinadas de conglomerado.

Bibliografía.

- [AL] I. Assem, S. Liu. *Strongly simply connected tilted algebras*. Ann. Sci. Math. Québec 21 No. 1, (1997), 13-22.
- [BFT] N. Bordino, E. Fernández, S. Trepode. *On strongly simply connected schurian algebras of global dimension two*. En preparación.
- [D] P. Dräxler. *Completely separating algebras*. J. Algebra 165 (2), (1994), 550-565.

Autores: A. Hernández(1), M. Lattanzi(2), N. Thome(3), F. Urquiza(1)
Lugar: (1) Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ingeniería, General Pico, La Pampa. (2) Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Santa Rosa, La Pampa. (3) Universitat Politècnica de València, Valencia, España
Expositor: A. Hernández

Sobre un orden en el espacio de matrices complejas
con rango ortogonal a su espacio nulo

El estudio de órdenes parciales definidos sobre el anillo de matrices complejas vincula el Álgebra Matricial con las Estructuras Ordenadas. En este trabajo se considera el orden parcial estrella definido sobre la clase de las matrices complejas de la siguiente manera: dadas dos matrices A y B del mismo tamaño, se dice que $A \leq^* B$ si y sólo si $A^*A = A^*B$ y $AA^* = BA^*$. Se estudia este orden restringido al conjunto de matrices cuadradas con rango ortogonal a su espacio nulo. Se obtienen algunos resultados mediante demostraciones directas donde se usa la forma canónica de las matrices de dicha clase.

Autores: Herrero, María Isabel; Jeronimo, Gabriela; Sabia, Juan
Lugar: Depto de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Expositor: Herrero, María Isabel

Resolución algorítmica de sistemas polinomiales ralos genéricos

Dados $f_1, \dots, f_n \in \mathbb{Q}[x_1, \dots, x_n]$, se busca describir algorítmicamente el conjunto de soluciones del sistema de ecuaciones $f_1(x) = 0, \dots, f_n(x) = 0$ en \mathbb{C}^n

teniendo en cuenta los soportes de los polinomios (es decir, los conjuntos de monomios que aparecen con coeficientes no nulos).

Una forma de describir este conjunto de soluciones es caracterizando sus componentes de distintas dimensiones (ver, por ejemplo, [5] y [4] para algoritmos que realizan esta tarea sólo considerando grados). Para hallar los ceros aislados del sistema, es decir, la componente 0-dimensional, existen diversos algoritmos que tienen en cuenta los soportes de las ecuaciones ([3], [1], [2]). Los tiempos de ejecución de estos algoritmos se estiman esencialmente en función de cotas superiores, que dependen de los soportes, para la cantidad de soluciones a determinar. En esta comunicación, presentaremos una cota genéricamente exacta para la cantidad de soluciones aisladas en \mathbb{C}^n que se obtiene a partir del algoritmo descrito en [2]. Esta cota, que depende únicamente de los soportes de los polinomios, mejora las cotas conocidas previamente, ya que no cuenta multiplicidades, irrelevantes al hallar las soluciones.

Para sistemas con soportes prefijados, aún para coeficientes genéricos, pueden aparecer componentes del conjunto de soluciones en \mathbb{C}^n que tienen dimensión positiva. Mostraremos condiciones en función de los soportes de los polinomios que determinan, en el caso genérico, la existencia de estas componentes, así como también sus dimensiones. Finalmente, expondremos un algoritmo, obtenido a partir de esta caracterización, que permite hallar de manera simbólica un subconjunto denso del conjunto de soluciones de un sistema genérico y cuyo tiempo de ejecución depende de la estructura combinatoria de sus soportes.

Bibliografía.

- [1] T. Gao, T.Y. Li, X. Wang, Finding all isolated zeros of polynomial systems in \mathbb{C}^n via stable mixed volumes. *J. Symbolic Comput.* 28 (1999), No. 1-2, 187–211.
- [2] M.I. Herrero, G. Jeronimo, J. Sabia, Computing isolated roots of sparse polynomial systems in affine space. *Theoret. Comput. Sci.* 411 (2010), 3894–3904.
- [3] B. Huber, B. Sturmfels, Bernstein's theorem in affine space. *Discrete Comput. Geom.* 17 (1997), 137–141.
- [4] G. Jeronimo, J. Sabia, Effective equidimensional decomposition of affine varieties. *J. Pure Appl. Algebra* 169 (2002), No. 2-3, 229–248.
- [5] G. Lecerf, Computing the equidimensional decomposition of an algebraic closed set by means of lifting fibers. *J. Complexity* 19 (2003), No. 4, 564–596.

Autores: Claudia Chaio, Nicolás Llodra Schat
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata. Mar del Plata
Expositor: Nicolás Llodra Schat

Morfismos irreducibles de grado tres

En 1992, Shiping Liu introdujo el concepto de grado de un morfismo irreducible [SL]. Haciendo uso de esta noción estudió las formas de las componentes del carcaj de Auslander-Reiten (grafo orientado) de un álgebra de artin de tipo infinito. A partir del año 2001, se comenzaron a obtener nuevamente avances en el tema. El grado de un morfismo irreducible ha mostrado ser una herramienta muy importante para resolver varios problemas, entre ellos, cuándo la composición de dos morfismos irreducibles es no nula y pertenece al radical cubo [CCT]. Más aún, se resolvió el problema de la composición de "n" morfismos irreducibles entre módulos indescomponibles y su conexión con las potencias del radical para k -álgebras de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado [CLMT]. También se logró obtener una caracterización de las k -álgebras de tipo de representación finito en términos de un número finito de grados [CLMT]. Los morfismos irreducibles juegan un papel esencial en el estudio de los morfismos de la categoría y nos interesa conocer sobre el grado de los mismos.

En este trabajo vamos a considerar álgebras de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. Caracterizaremos los morfismos irreducibles de grado a izquierda (derecha) tres. Estas caracterizaciones estarán dadas a través de configuraciones de sucesiones que casi se parten. Se presentarán ejemplos en cada uno de los casos.

Bibliografía.

[CCT] C. Chaio, F. U Coelho, and S. Trepode. On the composite of two irreducible morphisms in radical cube. *Journal of Algebra* 312 Issue 2 (2007) 650–667.

[CLMT] C. Chaio, P. Le Meur, and S. Trepode. Degrees of irreducible morphisms and finite-representation type. *Journal of The London Math. Soc.* (2011). In Press (online).

[SL] S. Liu. Degrees of irreducible maps and the shapes of Auslander-Reiten quivers. *Journal of The London Math. Soc.* (2) 45, (1992) 32–54.

Autores: Sonia Trepode, Yadira Valdivieso Díaz
Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata
Expositor: Yadira Valdivieso Díaz

Álgebras inclinadas 2 Calabi-Yau con carcajes cíclicamente orientados

Dada un álgebra A de dimensión finita y de dimensión global a lo sumo 2, se puede construir una categoría de conglomerado generalizada \mathcal{C}_A . En esta categoría, bajo ciertas hipótesis se puede asegurar la existencia de un objeto inclinante de conglomerado que da lugar a un álgebra inclinada 2 Calabi-Yau (ver [1]). Esta última, en el caso hereditario, recibe el nombre de álgebra inclinada de conglomerado.

Fue probado en [4] que un álgebra inclinada de conglomerado está determinada por su carcaj. En [3] se describen las relaciones minimales de un álgebra inclinada de conglomerado con un carcaj cíclicamente orientado utilizando, entre otras, la técnica de cortes admisibles (ver [5], [2]).

En esta charla se muestra que un álgebra inclinada 2 Calabi-Yau con un carcaj cíclicamente orientado está totalmente determinada por su carcaj, extendiendo los resultados de [3].

Bibliografía.

- [1] Claire Amiot. Cluster categories for algebras of global dimension 2 and quivers with potential. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, 59(6):2525–2590, 2009.
- [2] Michael Barot, Elsa Fernández, María Inés Platzeck, Nilda Isabel Pratti, and Sonia Trepode. From iterated tilted algebras to cluster-tilted algebras. *Adv. Math.*, 223(4):1468–1494, 2010.
- [3] Michael Barot and Sonia Trepode. Cluster tilted algebras with cyclically oriented quiver. arXiv:1002.4842. 2010
- [4] Aslak Bakke Buan, Osamu Iyama, Idun Reiten, David Smith Mutation of cluster-tilting objects and potentials. arXiv:0804.3813v4, to appear in *American J. Math*
- [5] Elsa Fernández and María Inés Platzeck. Isomorphic trivial extensions of finite dimensional algebras. *J. Pure Appl. Algebra*, 204(1):9–20, 2006.

Conferencia Invitada

Martín Mereb

Universidad de Buenos Aires, Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Sobre los E-polinomios de una familia de variedades de caracteres

Algunos corolarios de las conjeturas de Weil relacionan la topología y la combinatoria de una variedad proyectiva y suave X al calcular de manera explícita los números de Betti de $X(\mathbb{C})$ en función de la cantidad de puntos de las versiones finitas $X(\mathbb{F}_q)$.

En ([1], Apéndice) se obtiene una versión análoga de este resultado para variedades en las que el número de puntos de $X(\mathbb{F}_q)$ depende polinomialmente de q , el orden del cuerpo.

Las variedades de caracteres

$$\mathcal{M}^g(Gl_n) := \{[A_1, B_1] \dots [A_g, B_g] = \zeta_n Id\} / PGL_n$$

se definen como las clases de conjugación de $2g$ -uplas de matrices en Gl_n tales que el producto de sus conmutadores da la matriz escalar $\zeta_n Id$, donde ζ_n es una raíz primitiva de la unidad de orden n . Proviene de estudiar espacios de moduli de conexiones playas sobre superficies de Riemann.

Mediante una fórmula de Frobenius ([4]) y la descripción de caracteres irreducibles de $GL_n(\mathbb{F}_q)$ dada por Macdonald ([3]) se puede probar que las variedades $\mathcal{M}^g(Gl_n)$ tienen un conteo polinomial y deducir propiedades topológicas de las mismas ([1]).

En el presente trabajo calculamos el número de puntos de $\mathcal{M}^g(Sl_n)$ usando una versión de la teoría de Clifford ([2] y [5]) para describir los caracteres irreducibles de $Sl_n(\mathbb{F}_q)$, deduciendo resultados análogos a los obtenidos para el caso $\mathcal{M}^g(Gl_n)$ y relaciones entre $\mathcal{M}^g(Sl_n)$ y $\mathcal{M}^g(PGL_n)$.

Bibliografía.

- [1] Tamás Hausel and Fernando Rodríguez-Villegas. Mixed Hodge polynomials of character varieties. *Invent. Math.*, 174(3):555–624, 2008. With an appendix by Nicholas M. Katz.
- [2] Gustav Isaac Lehrer. The characters of the finite special linear groups. *J. Algebra*, 26:564–583, 1973.
- [3] I. G. Macdonald. *Symmetric functions and Hall polynomials*. Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press Oxford University Press, New York, second edition, 1995. With contributions by A. Zelevinsky, Oxford Science Publications.
- [4] Jean-Pierre Serre. *Topics in Galois theory*, volume 1 of *Research Notes in Mathematics*. Jones and Bartlett Publishers, Boston, MA, 1992. Lecture 95 notes prepared by Henri Damon [Henri Darmon], With a foreword by Darmon and the author.
- [5] M. T. Karkar and J. A. Green. A theorem on the restriction of group characters, and its application to the character theory of $SL(n, q)$. *Math. Ann.*, 215:131–134, 1975.

Análisis Funcional y Complejo³

³Coordinan: Verónica Dimant y Jorge Antezana

Autores: Rojas, Teresita Alejandra; Nieva, José Luis; Pereyra, María Laura
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca (FACEN-UNCa)
Expositor: Pereyra, María Laura

Análisis de funciones singulares en S^2

El teorema de Stokes convierte integrales de línea de dos dimensiones en \mathbb{C} , en integrales de línea alrededor de puntos singulares, las cuales son evaluadas mediante el teorema de Cauchy del residuo. En este trabajo se analiza el valor principal de las integrales en la esfera de funciones C^n con polos, las que pueden ser expresadas como la suma de los límites de los residuos de una solución compleja de la ecuación diferencial $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = g(1 + z\bar{z})^2$. En particular, una forma diferencial $f(z, \bar{z})dz$ en $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$ puede identificarse como una 2-esfera S^2 .

Autores: Aguirre Manuel
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - Tandil
Expositor: Aguirre Manuel

La familia de funciones distribucionales N_α

En este artículo se introduce la familia de funciones distribucionales N_α definida por: $N_\alpha = N_\alpha(x) = 2^{-\frac{\alpha}{2}} e^{\frac{\pi i}{2}(\alpha-2)} m^{\frac{n-\alpha}{2}} |x|^{\frac{\alpha-n}{2}} J_{\frac{n-\alpha}{2}}(m|x|)$, donde α es un número complejo, m es un entero no negativo, n dimensión del espacio, $J_\lambda(z)$ es la función de Bessel de primera clase definida por: $J_\lambda(z) = (\frac{z}{2})^\lambda \sum_{v \geq 0} \frac{(-1)^v (\frac{z}{2})^{2v}}{v! \Gamma(\lambda + v + 1)}$ y $|x|^2 = x_1^2 + \dots + x_n^2$. Usando la transformada de Fourier N_α puede expresarse como combinación lineal de la delta de Dirac y sus derivadas lo cual permite darle sentido al producto de convolución $N_\alpha * N_\beta$. Por otra parte usando N_α se introduce la familia de funciones distribucionales A_α dándole sentido a propiedades tales como $A_\alpha * A_\beta, A_\alpha * A_{-\alpha}, (m^2 + \Delta)^k A_{2k}$ y se obtiene que $E_{2k}(x) = (-1)^k A_{2k}$ es una solución elemental del operador $(m^2 + \Delta)$ iterado k -veces, donde con el simbolo Δ se indica el operador Laplaciano.

Finalmente se le da un sentido al operador inverso de A_α obteniendo la fórmula

$$(A_\alpha)^{-1} = A_{-\alpha} = (m^2 + \Delta)^{\frac{\alpha}{2}} \delta(x).$$

Bibliografía.

- [1] Watson C.N., "A treatise on the theory of Bessel functions" 2nd. Ed. Cambridge, University Press, 1944.
- [2] Schwartz L., Méthodes Mathematiques pour les Science Physiques (Métodos matemático para las ciencias Físicas), selecciones científicas, Madrid, 1969.
- [3] Erdélyi, A., "Higher Transcendental Functions", vol. II, Mc Graw. Hill, New York, 1953.
- [4] Gradshteyn, I.S. and I.M. Ryzhik, Table of Integrals, Series and products, Academic Press, 1980.
- [5] Schwartz L., Théorie de distributions, Hermann, París, 1966.
- [6] Gelfand, I.M. and G.E. Shilov, Generalized Functions, Volume 1, Academic Press, New York, 1964.
- [7] Aguirre T., Manuel, The distribution $\delta^{(k)}(P \pm i0 - m^2)$, Journal of Computational and Applied mathematics, 88, 1997, pp. 339-348.

Autores: Luis O. Silva, Julio H. Toloza

Lugar: Instituto de Investigaciones en Matemática Aplicada y en Sistemas (UNAM, México), Centro de Investigación en Informática para la Ingeniería (FRC-UTN)

Expositor: Julio H. Toloza

El espectro de las extensiones autoadjuntas de operadores enteros con índices de deficiencia (1,1)

En esta comunicación presentaremos condiciones necesarias y suficientes que deben satisfacer dos sucesiones de números reales para que sean el espectro de una extensión autoadjunta de un operador entero, operador cuyo dominio no se supone densamente definido. Esta caracterización espectral se obtiene mediante técnicas de espacios de De Branges junto con una generalización del modelo funcional de Krein para operadores simples regulares y cerrados, con índices de deficiencia (1,1).

Este trabajo [2] generaliza resultados similares previamente obtenidos para operadores densamente definidos [1].

Bibliografía.

- [1] L.O. Silva, J.H. Toloza: On the spectral characterization of entire operators with deficiency indices (1,1). *J. Math. Anal. Appl.* 367 (2010), 360-373.
- [2] L.O. Silva, J.H. Toloza: The spectra of selfadjoint extensions of entire operators with deficiency indices (1,1). *arXiv:1104.4765v1 [math-ph]* (2011).

Autores: Silvia Lassalle, Pablo Turco

Lugar: Facultad de Ciencias exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires-
CONICET

Expositor: Pablo Turco

Funciones analíticas p -compactas y la p -Propiedad de aproximación

Para ciertos espacios de Banach, los operadores lineales y compactos pueden aproximarse por operadores de rango finito. Esta propiedad, conocida como *propiedad de aproximación*, juega un rol fundamental en la teoría de estructuras de espacios de Banach. El estudio sistemático de esta propiedad puede adjudicarse a Grothendieck [4] quien establece la equivalencia entre tener propiedad de aproximación y que el operador identidad se aproxime uniformemente por operadores de rango finito sobre conjuntos compactos.

En 1972, se conoce el primer espacio de Banach separable sin propiedad de aproximación, Enflo [3]. En el intento de entender las consecuencias que implican la propiedad de aproximación tanto para el espacio E como para las clases de operadores definidas en éste, surgieron varias versiones más débiles de aproximación. Una de ellas es la que introducen Sinha y Karn [6], llamada p -propiedad de aproximación de la que gozan los espacios en los que la identidad se aproxima uniformemente por operadores de rango finito sobre conjuntos p -compactos. Informalmente hablando, los conjuntos p -compactos están determinados por una sucesión p -sumable.

Aquí, se origina naturalmente el estudio del ideal de operadores p -compactos, formado por aquellos operadores que mandan la bola unidad del espacio subyacente en un conjunto p -compacto. En esta charla presentaremos algunos aspectos de la p -propiedad de aproximación y su relación con funciones holomorfas. Nuestro enfoque sigue la línea de trabajo de [1, 2], en la cuál se estudia la propiedad de aproximación vinculada al espacio de funciones analíticas. Los resultados que contaremos forman parte un trabajo en colaboración con Silvia Lassalle, [5].

Bibliografía.

- [1] Aron R., Maestre M., Rueda P. *p -compact holomorphic mappings*, RACSAM **104** (2) (2010), 353–364.
- [2] Aron R., Schottenloher M., *Compact holomorphic mappings and the approximation property*, J. Funct. Anal. **21**, (1976), 7–30
- [3] Enflo, P. *A counterexample to the approximation problem in Banach spaces*. Acta Math. **130** (1), (1973), 309–317.
- [4] Grothendieck, A. *Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires*, Mem. Amer. Math. Soc. (1955), no. 16, 140 pp.
- [5] Lassalle S., Turco P. *p -compact mappings and p -approximation*. Preprint

- [6] Sinha, D.P., Karn, A. K. *Compact operators whose adjoints factor through subspaces of ℓ_p* , *Studia Math.* **150** (2002), 17-33.

Autores: Juan I. Giribet, Alejandra Maestriperi, Francisco Martínez Pería, Pedro Massey

Lugar: Instituto Argentino de Matemática (C. A. Buenos Aires) y Universidad Nacional de La Plata (La Plata)

Expositor: Francisco Martínez Pería

Marcos en espacios de Krein

Dado un espacio de Hilbert \mathcal{H} , una familia de vectores $\{f_i\}_{i \in I}$ en \mathcal{H} es un marco para \mathcal{H} si existen constantes $0 < A \leq B$ tales que

$$A \|f\|^2 \leq \sum_{i \in I} |\langle f, f_i \rangle|^2 \leq B \|f\|^2,$$

para todo $f \in \mathcal{H}$. Las bases de Riesz son obvios ejemplos de marcos para un espacio de Hilbert. Todo marco para un Hilbert \mathcal{H} es un sistema de generadores para \mathcal{H} , pero los marcos resultan de interés en el caso en que son conjuntos linealmente dependientes. De hecho, si $\{f_i\}_{i \in I}$ es un marco (linealmente dependiente) para \mathcal{H} y $\{\langle f, f_i \rangle\}_{i \in I}$ son los coeficientes obtenidos a partir de un marco para un vector $f \in \mathcal{H}$, es posible reconstruir fielmente a f , aún cuando falten algunos de los coeficientes. La redundancia de datos obtenidos al analizar un vector con un marco, convirtieron a los marcos en una herramienta indispensable en algunas aplicaciones, como el procesamiento de señales.

Por otra parte, dado un espacio de Krein \mathcal{K} con simetría fundamental J , la existencia de sistemas (y bases) J -ortonormalizados está relacionada con la existencia de pares duales (maximales). Recordemos que un par de subespacios (L_+, L_-) en \mathcal{K} es un par dual si L_+ es J -no negativo, L_- es J -no positivo y éstos son J -ortogonales.

Fijado un espacio de Krein \mathcal{K} con simetría fundamental J , el propósito de esta charla es presentar una clase particular de marcos, a los que denominaremos J -marcos. Cada J -marco para \mathcal{K} tiene asociado un par de subespacios uniformemente J -definidos, los cuales no son necesariamente J -ortogonales. Discutiremos algunas caracterizaciones de los J -marcos y presentaremos algunos problemas clásicos de la teoría de marcos en este nuevo ámbito.

Conferencia Invitada

Silvia Lasalle

FCEyN - Universidad de Buenos Aires, CABA

Valores límite de funciones analíticas en la bola de un espacio de Banach

El Teorema de la Corona de Carleson dice que los morfismos de evaluación forman un conjunto denso en el espectro de H^∞ (el álgebra de funciones analíticas y acotadas en el disco complejo).

Hay resultados más débiles, llamados “teoremas de valores límite” (cluster-value theorems), que relacionan los valores límite de una función a lo largo de ciertas sucesiones, con el rango de su transformada de Gelfand en las fibras del espectro del álgebra. Estos resultados, a diferencia del teorema de la corona, se pudieron probar para dominios más generales en una o varias variables.

Esta charla se basa en un trabajo conjunto con Richard Aron, Daniel Carando, Ted Gamelin y Manuel Maestre. Luego de describir los resultados clásicos para funciones en el disco complejo, consideraremos el problema de los valores límite para álgebras uniformes de funciones analíticas en la bola de un espacio de Banach.

Obtenemos versiones débiles del teorema de la corona para funciones en la bola unidad de un espacio de Hilbert y en la de c_0 , conjuntos que pueden verse como las versiones infinito-dimensionales de la bola euclídea y del polidisco respectivamente.

Bibliografía.

- [1] Richard, Aron, Daniel Carando, T. Gamelin, Silvia Lassalle, Manuel Maestre. Cluster values of analytic functions on a Banach space. *Mathematische Annalen* (7 June 2011), pp. 1-11. doi:10.1007/s00208-011-0681-0
-

Autores: Daniel Carando, Silvia Lassalle, Martin Mazzitelli

Lugar: Depto. de Matemática, FCEN, IMAS-UBA, CONICET

Expositor: Martin Mazzitelli

Densidad de polinomios que alcanzan su norma

El teorema de Bishop-Phelps [1] afirma que para cualquier espacio de Banach X , el conjunto de las funcionales lineales y acotadas que alcanzan su norma es un subconjunto denso en X^* , el espacio dual de X . A partir de este resultado, el estudio de funciones (operadores lineales, multilineales, polinomios)

que alcanzan su norma, ha generado mucha atención. Uno de los primeros en continuar esta línea de trabajo fue Lindenstrauss [2], quien demostró que no es posible obtener un teorema de Bishop-Phelps para operadores lineales y continuos. Sin embargo, probó que el conjunto de operadores lineales y acotados (entre dos espacios de Banach X e Y cualesquiera) cuyos bitranspuestos alcanzan la norma, es denso en el espacio de todos los operadores $\mathcal{L}(X, Y)$. Este resultado fue posteriormente extendido por Acosta, García y Maestre [3] para operadores multilineales y es conocido como el teorema de Lindenstrauss multilineal.

El mismo problema en el contexto de polinomios homogéneos tiene la dificultad adicional de *la simetría*. Esto es, una multilineal puede alcanzar su norma, pero no hacerlo el polinomio homogéneo que esta define. Un avance en el caso polinomial lo dieron Aron, García y Maestre [4], quienes demostraron que el conjunto de los polinomios 2-homogéneos en X (a valores escalares) cuya extensión de Aron-Berner alcanza la norma, es denso en el espacio de todos los polinomios 2-homogéneos $\mathcal{P}({}^2X)$. En esta charla mostraremos que, bajo ciertas hipótesis sobre el espacio X , podemos extender este resultado al espacio de los polinomios N -homogéneos en X a valores en un espacio dual Y^* . Veremos también algunos ejemplos en los cuales no se verifica un teorema del tipo Bishop-Phelps polinomial [5], pero sí se aplica nuestro resultado.

Bibliografía.

- [1] Bishop E. and Phelps R., *A proof that every Banach space is subreflexive*, Bull. Amer. Math. Soc. **67**, (1961), 97-98
- [2] Lindenstrauss J., *On operators which attain their norm*, Israel J. Math. **1**, (1963), 139-148
- [3] Acosta M., García D. and Maestre M., *A multilinear Lindenstrauss theorem*, J. Funct. Anal. **235** (1), (2006), 122-136
- [4] Aron R., García D. and Maestre M., *On norm attaining polynomials*, Publ. Res. Inst. Math. Sci. **39** (1), (2003), 165-172
- [5] Jiménez Sevilla M. and Payá R., *Norm attaining multilinear forms and polynomials on preduals of Lorentz sequence spaces*, Studia Math. **127** (2), (1998), 99-112

Autores: Verónica Dimant, Daniel Galicer, Ricardo García

Lugar: Universidad de San Andrés, Universidad de Buenos Aires y Universidad de Extremadura

Expositor: Daniel Galicer

Únicas extensiones en ideales de polinomios que preservan la norma

Un resultado clásico afirma que, si X es M -ideal en Y , entonces $\bigotimes_{\varepsilon}^n X$ (el n -ésimo producto tensorial simétrico de X provisto de la norma inyectiva) resulta un M -ideal en $\bigotimes_{\varepsilon}^n Y$. Esto implica que toda forma n -lineal integral sobre X se extiende preservando la norma (integral) de manera *única* a una forma n -lineal Y .

Sorprendentemente, viendo cómo son los puntos extremales de la bola de los polinomios integrales, mostramos que no hay un resultado análogo para el producto tensorial simétrico. Probamos que, si X es M -ideal no trivial en Y , el n -ésimo producto tensorial simétrico de X provisto de la norma inyectiva $\bigotimes_{\varepsilon_s}^{n,s} X$ *nunca* es M -ideal en $\bigotimes_{\varepsilon_s}^{n,s} Y$. Sin embargo, mostramos que los polinomios integrales homogéneos de X se extienden preservando la norma integral de una *única forma* a Y .

Por otra parte, damos condiciones necesarias y suficientes relacionadas con la continuidad del morfismo de extensión de Aron-Berner para que un polinomio n -homogéneo sobre X perteneciente a un ideal maximal \mathcal{Q} se extienda preservando la norma (en \mathcal{Q}) al bidual X'' de manera *única*. Para esto, fijada una norma tensorial simétrica β , estudiamos la relación entre $(\bigotimes_{\beta}^{n,s} X)''$ (el bidual del producto tensorial simétrico de X) y $\bigotimes_{\beta}^{n,s} X''$ (el producto tensorial simétrico del bidual de X).

Otras aplicaciones se obtienen de esta importante relación.

Conferencia Invitada

Pedro Massey

FCE- UNLP y IAM-CONICET

Envolventes inyectivas y multiplicadores locales en C^* -álgebras con traza continua

Dada una C^* -álgebra A se define el álgebra de multiplicadores locales de A , notada $M_{loc}(A)$, como el C^* -límite directo del sistema $\{M(I)\}_{I \in \mathcal{I}_e(A)}$ de álgebras de multiplicadores de ideales esenciales de A . Pedersen [4] introdujo $M_{loc}(A)$ con el objeto de representar las derivaciones de A como derivaciones inner en $M_{loc}(A)$ para C^* -álgebras separables A . Frank [2] ha mostrado que

$$A \subset M_{loc}(A) \subset M_{loc}^{[2]}(A) \subset \mathcal{I}(A)$$

donde $M_{loc}^{[2]}(A) = M_{loc}(M_{loc}(A))$ y $\mathcal{I}(A)$ denota la envolvente inyectiva de A construida por Hamana [3]. Sucede que las álgebras (junto con los monomorfismos) de la cadena anterior resultan difíciles de calcular explícitamente.

Sea $\mathcal{F} = (T, \{H_t\}_{t \in T}, \Omega)$ un fibrado continuo de espacios de Hilbert sobre un espacio localmente compacto y Hausdorff T . En este caso \mathcal{F} tiene asociado una C^* -álgebra $\mathcal{A}(\mathcal{F})$, formada por los campos de operadores compactos que son límites locales de sumas finitas de operadores de rango 1 de la forma $\nu \otimes \mu$, donde $\nu, \mu \in \Omega$. Las álgebras $\mathcal{A}(\mathcal{F})$ son una versión continua del álgebra de operadores compactos sobre un espacio de Hilbert.

En esta charla, basada en trabajos conjuntos con M. Argerami y D. Farenick mostramos que $\mathcal{I}(\mathcal{A}(\mathcal{F}))$ puede representarse como el álgebra de los endomorfismos adjuntables $B(\Omega_{wk})$ de un módulo de Hilbert-Kaplansky naturalmente asociado al fibrado continuo \mathcal{F} . Describimos explícitamente como representar $\mathcal{A}(\mathcal{F})$ en $B(\Omega_{wk})$ e identificamos el álgebra $M_{loc}(\mathcal{A}(\mathcal{F}))$ dentro de $B(\Omega_{wk})$. Esta descripción generaliza los resultados de [1].

Bibliografía.

- [1] M. Argerami, D. Farenick, y P. Massey. The gap between local multiplier algebras of C^* -algebras. *Q. J. Math.*, 60(3) 273-281, 2009.
- [2] M. Frank. Injective envelopes and local multiplier algebras of C^* -algebras. *Int. Math. J.*, 1(6), 611-620, 2002.
- [3] M. Hamana. Injective envelopes of C^* -algebras. *J. Math. Soc. Japan*, 31(1), 181-197, 1979.
- [4] G.K. Pedersen, Approximating derivations on ideals of CC -algebras. *Invent. Math.* 45 (1978), no. 3, 299-305.

Trabajo realizado en colaboración con M. Argerami y D. Farenick

Análisis Numérico⁴

⁴Coordinan: Ricardo Durán y Claudio Padra

Conferencia Invitada

Eduardo M. Garau

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL), Santa Fe

Métodos de elementos finitos adaptativos inexactos
para problemas elípticos

Los Métodos de Elementos Finitos Adaptativos (AFEMs) son una herramienta efectiva en el uso eficiente de recursos computacionales para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales, y en algunos problemas, son indispensables para su resolución numérica. Éstos se basan en *estimadores de error a posteriori*, que son cantidades calculables, que dependen de los datos y de la solución discreta, e indican una distribución del error. La versión tradicional consiste en un lazo de la forma

Resolver \rightarrow Estimar \rightarrow Marcar \rightarrow Refinar,

esto es: resolver para la solución de elementos finitos en una malla, calcular los estimadores de error a posteriori, y utilizarlos para marcar algunos elementos de la malla para refinarlos (dividirlos), y finalmente refinar la malla para obtener una más fina.

Consideramos el problema elíptico sobre un dominio poligonal o poliédrico $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ($d = 2, 3$) dado por

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (\alpha \nabla u) = f & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{sobre } \partial\Omega, \end{cases}$$

donde el coeficiente de difusión α y la fuente $f \in L^2(\Omega)$ están dados. En el caso en que $\alpha := \alpha(x)$ es una matriz simétrica y uniformemente elíptica el problema anterior es lineal, mientras que si $\alpha := \alpha(x, |\nabla u|^2)$ es una función escalar positiva y acotada que satisface ciertas condiciones, el problema es casi-lineal de tipo monótono.

La convergencia y optimalidad de AFEMs para este tipo de problemas han sido demostradas en [1] para problemas lineales y en [2] para problemas casi-lineales de tipo monótono. Es importante notar que en ambos casos en el módulo Resolver se supone que los problemas discretos se resuelven exactamente (solución de Galerkin), aunque en la práctica dicha solución se aproxima con métodos iterativos.

En esta charla nos proponemos estudiar AFEMs *inexactos*, suponiendo que Resolver calcula sólo una aproximación de la “verdadera” solución discreta. En la práctica, este algoritmo inexacto resulta menos costoso que el

clásico. Analizaremos criterios prácticos para calcular una “aproximación adecuada” de cada solución discreta.

Bibliografía.

- [1] J. M. Cascón, C. Kreuzer, R. H. Nochetto, and K. G. Siebert, *Quasi-optimal convergence rate for an adaptive finite element method*, SIAM J. Numer. Anal. 46 (2008), no. 5, pp. 2524–2550.
- [2] E. M. Garau, P. Morin, and C. Zuppa, *Quasi-optimal convergence rate of an AFEM for quasi-linear problems of monotone type*, Numer. Math. Theor. Meth. Appl., en prensa (2011).

Trabajo realizado en colaboración con P. Morin y C. Zuppa.

Conferencia Invitada

M. Scheble

Centro Atómico Bariloche, Bariloche, Argentina

Adaptividad hp en sistemas con interacción fluido estructura con flujos levemente compresibles

En este trabajo presentamos y analizamos un método de elementos finitos hp -adaptativo para aproximar los modos de vibración de un conjunto de tubos soportados elásticamente, inmersos en un fluido levemente compresible contenido en una cavidad rígida.

Obtenemos estimaciones a priori e introducimos un estimador a posteriori del tipo residual. Mostramos la confiabilidad global y la eficiencia local del estimador a partir de su equivalencia con la norma de la energía del error, salvo términos de mayor orden. Cabe señalar que, si bien la constante de eficiencia local depende del grado del polinomio y por lo tanto resulta ser sub-óptima, para los métodos hp no existen aún estimaciones de confiabilidad y eficiencia con ambas constantes independientes del grado del polinomio.

Introducimos un algoritmo hp -adaptivo y exhibimos varios experimentos numéricos que muestran el buen desempeño del algoritmo propuesto. Entre ellos incluimos resultados sobre las vibraciones de un sistema con una geometría análoga a la que se presenta en un arreglo de elementos combustibles dentro de un reactor nuclear.

Trabajo realizado en colaboración con C. Padra y J. Piracés.

Autores: Gabriel Acosta, María Gabriela Armentano
Lugar: Depto. de Matemática, FCEyN - Universidad de Buenos Aires, IMAS - Conicet, Buenos Aires, Argentina
Expositor: María Gabriela Armentano

Aproximación de autovalores en dominios no Lipschitz

En este trabajo estudiamos la aproximación, mediante elementos finitos, de los autovalores del laplaciano en un dominio con una cúspide exterior. Una forma natural de llevar a cabo la aproximación es reemplazar el dominio por un dominio poligonal aproximante y resolver utilizando elementos finitos estándar. En vista que los teoremas clásicos de extensión en espacios de Sobolev no son válidos en este tipo de dominios, para llevar a cabo la aproximación y obtener las estimaciones del error se requiere analizar cuidadosamente la regularidad de la extensión de las autofunciones fuera del dominio en consideración. Valiéndonos de las estimaciones de error para el problema de Poisson, tanto en norma H^1 como en norma L^2 , obtenidas en nuestros trabajos [AA] y [AADL], y haciendo uso de la teoría espectral desarrollada en [BO], obtenemos estimaciones de error de orden óptimo en la aproximación de los autovalores usando mallas graduadas convenientemente. Finalmente, mostramos algunos experimentos numéricos.

Bibliografía.

- [AA] María G. Armentano and Gabriel Acosta, *Finite element approximations in a non-Lipschitz domain: Part II*, to appear in *Mathematics of Computations* (2010).
[AADL] Gabriel Acosta, María G. Armentano, Ricardo G. Durán and Ariel L. Lombardi, *Finite element approximations in a non-Lipschitz domain*, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol.45 (1), pp 277-295 (2007).
[BO] I. Babuska and J. Osborn, *Eigenvalue Problems*, *Handbook of Numerical Analysis*, vol. II, *Finite Element Methods (Part.1)*, 1991.
-

Autores: M. Sebastian Pauletti
Lugar: Lugar Texas A&M University, College Station, TX, USA
Expositor: M. Sebastian Pauletti

Second Order Algorithm for Surface Restoration

A novel iterative scheme for surface modeling problems such as surface restoration and blending is proposed. Its main features are simplicity and effectiveness. It is motivated on a geometric differential identity when properly

formulated in the discrete setting. Each iteration involves solving an elliptic problem but despite its second order the scheme allows to impose not only boundary values but also boundary normals. Several simulations using low order continuous finite elements are presented illustrating the power, flexibility and efficiency of the method.

Autores: Ricardo Guillermo Durán, Ariel Luis Lombardi, Mariana Inés Prieto
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina
Expositor: Mariana Inés Prieto

Superconvergencia para la aproximación por elementos finitos de una ecuación de reacción-difusión usando mallas graduadas

Dado el problema modelo de reacción-difusión:

$$\begin{aligned} -\varepsilon^2 \Delta u + u &= f & \text{en } \Omega = (0, 2)^2 \\ u &= 0 & \text{sobre } \partial\Omega \end{aligned}$$

estudiamos la aproximación por elementos finitos bilineales, utilizando mallas graduadas, independientemente del parámetro ε . Estas mallas fueron introducidas en el trabajo [1], donde se prueban estimaciones de error para una interpolación de promedios. Para estas mallas, si N es el número total de nodos, tenemos que $h = O(\frac{\log(N)}{\sqrt{N}})$.

En este trabajo, probamos que para la interpolada de Lagrange, vale

$$\|u - u_I\|_{L^2(\Omega)} \leq C \log(1/\varepsilon) h^2$$

y también obtuvimos la superconvergencia de la solución numérica respecto a la interpolada, es decir,

$$\|u_h - u_I\|_\varepsilon \leq C \log(1/\varepsilon) h^2$$

donde la norma epsilon está definida como $\|w\|_\varepsilon^2 = \varepsilon^2 \|\nabla w\|_{L^2}^2 + \|w\|_{L^2}^2$ para toda función $w \in H^1(\Omega)$.

Este resultado, sumado a la estimación que se tiene de h en función de los nodos de la malla, permite obtener la desigualdad

$$\|u_h - u_I\|_\varepsilon \leq C(\gamma) \log^3(1/\varepsilon) \frac{(\log N)^2}{N}$$

donde γ es el parámetro de graduación de la malla (independiente de epsilon). Se realizaron experimentos numéricos que confirman el orden predicho por la teoría.

Para demostrar la estimación del error de interpolación en norma L^2 y el resultado de superconvergencia, probamos desigualdades pesadas para el error de interpolación y sus derivadas, y una desigualdad de Poincaré con peso.

Bibliografía.

- [1] R. G. Durán and A. L. Lombardi, *Error estimates on anisotropic Q_1 elements for functions in weighted sobolev spaces*, Math. Comp., 74 (2005), pp. 1679–1706.

Autores: Adriana Gaudiani (1), Santiago Montiel(1) y Gabriel Acosta Rodríguez (2)

Lugar: (1) Universidad Nacional de General Sarmiento- Instituto de Ciencias, Buenos Aires, (2) Universidad de Buenos Aires- Facultad de Ciencias Exactas, Capital Federal

Expositor: Santiago Montiel

Estudio y mejora de la eficiencia de un método numérico para mallado de elementos finitos usando procesadores gráficos

El método de mallado de elementos finitos es un método numérico ampliamente utilizado en aplicaciones de cómputo científico e ingenieril.

Per-Olof Persson y Gilbert Strang del MIT, desarrollaron un código generador de mallas para MATLAB simple y de fácil acceso llamado *DistMesh*.⁵ Este método establece una analogía entre un mallado y una estructura de red. La analogía consiste en considerar los puntos de la malla como nodos de una estructura de «resortes» y las aristas de los triángulos (o tetraedros) como los «resortes» que ejercen una fuerza de presión sobre los nodos. El método numérico establece la topología del mallado mediante una triangulación de Delaunay y, mediante el método de Euler, calcula la suma de fuerzas sobre cada nodo moviéndolos para buscar el equilibrio. Los puntos que se salen del dominio son proyectados hacia su borde y una nueva triangulación de Delaunay ajusta la topología[3]. El resultado es un mallado de muy buena calidad, pero el método consume mucho tiempo de cómputo al crecer el tamaño de los datos, especialmente en geometrías muy complejas, considerando que la cantidad de nodos debe adaptarse a las irregularidades de este tipo de dominios.

Nuestro trabajo consistió en modificar el algoritmo de Distmesh para explotar al máximo la capacidad de cálculo de un entorno de procesamiento

⁵<http://math.mit.edu/~persson/mesh/>

potenciado por los multiprocesadores de las placas gráficas (GPU), las cuales se comportan como un coprocesador paralelo de punto flotante[2]. Su enorme poder de cómputo se basa en poder efectuar muchas operaciones idénticas sobre diferentes datos. Si el algoritmo presenta un alto paralelismo de datos los resultados son asombrosos[1]. Justamente, este algoritmo se adapta especialmente a estas características.

El método numérico de Distmesh fue adaptado a este modelo de procesamiento. Al mapear los datos a los multiprocesadores de las GPU se logró mejoras de 2X a 5X y una buena escalabilidad. Aun seguimos trabajando para obtener mejores resultados con dominios complejos. Nuestro objetivo es brindar una función para Matlab equivalente a Distmesh, potenciada para GPU.

Bibliografía.

- [1] Tianyl Han and Tarek. Abdelrahman, *hicuda: High-level gpgpu programming*, IEEE Transaction on Parallel and Distributed Systems. 21 (2010).
- [2] John Owens, Mike Houston, David Luebke, and James Phillips, *Gpu computing*, Proceedings of the IEEE 96 (2008), no. 5, 879–899.
- [3] Per-Olof Persson, *Mesh generation for implicit geometries*, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, February 2005.

Autores: Cristina Egüez, Antonio Sângari

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Expositor: Cristina Egüez

Implementación Computacional del Algoritmo de Koebe

El propósito de este trabajo es implementar un proceso computacional que permita resolver problemas con valores de frontera en regiones simplemente conexas del plano. Para esto, investigamos el algoritmo de Koebe que requiere de una sucesión infinita de parámetros a fin de generar, mediante un proceso iterativo, una función compuesta que aplicada a una región propia simplemente conexas del plano, converge al disco unitario.

El algoritmo de Koebe [3] consiste en generar una sucesión de funciones holomorfas biyectivas que transforma cualquier región propia del plano simplemente conexa Ω en el disco unitario abierto U . El método consiste en la construcción de regiones $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ y de funciones f_1, f_2, \dots , de modo que $f_n(\Omega_{n-1}) = \Omega_n$, y que las funciones $f_n \circ f_{n-1} \circ \dots \circ f_1$ converjan a una transformación conforme de Ω sobre U .

Se ha implementado el método en forma computacional, aplicando iterativamente la composición $\varphi_\beta \circ s \circ \varphi_\alpha$, donde φ_β y φ_α son transformaciones bilineales biyectivas del círculo unitario en si mismo, con parámetros β y α respectivamente; y s es una función tal que $w = s^2(w)$.

En trabajos anteriores [1], [2], se implementó el algoritmo de Koebe aplicado a regiones simplemente conexas y convexas, en esta oportunidad se avanzó con el estudio aplicándolo a cualquier tipo de región simplemente conexa y optimizando la rapidez del proceso iterativo. En una próxima etapa se pretende trabajar sobre la conjetura de que para dominios típicos es posible obtener una ley de formación de parámetros de manera que no requiera un cálculo iterativo y consecuentemente minimizar tiempo de cálculo.

Bibliografía.

- [1] Egüez, C., SÁNGARI, A., Aramayo, A. *Aplicación del Algoritmo de Koebe en recintos conexos*. U.M.A. Tandil (Buenos Aires). Setiembre 2010.
- [2] Egüez, C., SÁNGARI, A. *Implementación de una transformación asociada a un homeomorfismo entre una región plana simplemente conexa y el disco unitario abierto*. XI Congreso Dr. Antonio Monteiro. Bahía Blanca (Buenos Aires). Mayo 2011.
- [3] Rudin, W. *Real and Complex Analysis*. McGraw-Hill Series in Higher Mathematics. 1970.

Análisis Real y Armónico
y
Teoría de la Aproximación ⁶

⁶Coordinan: Ricardo Testoni y Marisa Toschi

Conferencia Invitada
Eleonor Harboure
IMAL, Santa Fe, Argentina

Maximales y pesos locales en abiertos de \mathbb{R}^n

Comenzaremos con el abierto más simple $(0, \infty) \subset \mathbb{R}$, y analizaremos allí una maximal local que surge naturalmente en conexión con las expansiones de Laguerre.

Luego generalizaremos la definición a un subconjunto abierto propio de \mathbb{R}^n y trataremos de convencernos de que estas maximales locales son acotadas en L^p para los pesos de Muckenhoupt asociados en forma natural. Esto significa que si la maximal involucra promedios sobre cubos pertenecientes a una familia \mathcal{F} , entonces los pesos deberán satisfacer la condición de Muckenhoupt para los cubos de esa familia.

Recordaremos las pruebas clásicas para la maximal de Hardy-Littlewood para detenernos en los puntos que traen dificultades para el caso de estos pesos locales y ver cómo pueden superarse.

Finalmente presentaremos en forma breve una estimación con pesos locales de las soluciones del problema $\Delta u = f$ en un abierto no necesariamente acotado.

Autores: Bongioanni Bruno, Cabral Adrián, Harboure Eleonor
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL), Santa Fe
Expositor: Cabral Adrián

Extrapolación para clases de pesos asociados a operadores de Schrödinger

Sea $\mathcal{L} = -\Delta + V$ el operador de Schrödinger con un potencial V , el cual es no negativo y satisface una desigualdad anti-Hölder de orden q , $q > d/2$, donde la dimensión $d \geq 3$.

Asociado a V se define la función radio crítico

$$\rho(x) = \sup \left\{ r > 0 : \frac{1}{r^{d-2}} \int_{B(x,r)} V \leq 1 \right\}, \quad x \in \mathbb{R}^d.$$

El sustituto de las clases de pesos de Muckenhoupt A_p , son en este caso las clases $A_p^{\rho, \infty}$, formadas por los pesos ω tales que

$$\left(\int_{B(x,r)} \omega \right)^{1/p} \left(\int_{B(x,r)} \omega^{-\frac{1}{p-1}} \right)^{1/p'} \leq C |B(x,r)| \left(1 + \frac{r}{\rho(x)} \right)^\theta,$$

para algún $\theta \geq 0$, las cuales fueron introducidas en [1].

Para estas clases hemos podido probar que poseen la propiedad de extrapolación de Rubio de Francia. Esto lo hacemos de un modo abstracto y se puede aplicar para obtener desigualdades con pesos para diversos operadores asociados al semigrupo de Schrödinger.

Bibliografía.

- [1] B. Bongioanni, E. Harboure, and O. Salinas. Classes of weights related to Schrödinger operators. *J. Math. Anal. Appl.*, 373 (2) : 563–579, 2011.

Autores: Bernardis, Ana Lucía - Dalmasso, Estefanía Dafne - Pradolini, Gladis Guadalupe

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL) , Santa Fe

Expositor: Dalmasso, Estefanía Dafne

Acotación de operadores maximales en espacios de Musielak-Orlicz

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ un dominio acotado y η una función de Young submultiplicativa. Definimos el operador maximal

$$M_{\eta}f(x) = \sup_{Q \ni x} \|f\|_{\eta, Q}$$

donde $\|f\|_{\eta, Q} = \inf\{\lambda > 0 : \frac{1}{|Q|} \int_Q \eta(|f(x)|/\lambda) dx \leq 1\}$.

En este trabajo se estudian estimaciones modulares y en norma con pesos para el operador M_{η} y su correspondiente versión fraccionaria en el contexto de los espacios de Musielak-Orlicz sobre Ω , generalizándose los resultados de [1] y [2] para el caso de la maximal de Hardy-Littlewood.

Bibliografía.

- [1] Cruz Uribe, D. and Fiorenza, A.: *LlogL results for the maximal operator in variable L^p spaces* Trans. Amer. Math. Soc. 361 (2009), no. 5, 2631–2647
[2] Wiener, N.: *The ergodic theorem* Duke Math. J. 5 (1939), 1–18. MR1546100

Autores: Osvaldo Gorosito, Gladis Pradolini
Lugar: FIQ-UNL, IMAL-CONICET, Santa Fe
Expositor: Osvaldo Gorosito

Acotación de operadores maximales en espacios de Lorentz

Sea η una función de Young submultiplicativa. El operador maximal generalizado M_η se define por

$$M_\eta f(x) = \sup_{x \in Q} \|f\|_{\eta, Q},$$

donde

$$\|f\|_{\eta, Q} = \inf\{\lambda > 0 : \frac{1}{|Q|} \int_Q \eta(|f|/\lambda) \leq 1\}.$$

En este trabajo se estudian las propiedades de acotación de este operador en espacios de Lorentz, generalizando el resultado contenido en [AM].

Bibliografía.

[AM] Ariño, M. and Muckenhoupt, B.: *Maximal functions on classical Lorentz spaces and Hardy's inequality with weights for non-increasing functions*, Trans. of Amer. Math. Soc. 320, (1990), 727 - 735.

Autores: María Silvina Riveros, Marta Urciuolo
Lugar: Facultad de Matemática Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba
Expositor: María Silvina Riveros

Acotaciones con pesos para operadores de tipo fraccionario

Consideremos el operador

$$(1) \quad T_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} |x - A_1 y|^{-\alpha_1} \dots |x - A_m y|^{-\alpha_m} f(y) dy,$$

para ciertas matrices A_i invertible, $\alpha_i > 0$, $1 \leq i \leq m$, $\alpha_1 + \dots + \alpha_m = n - \alpha$, $0 \leq \alpha < n$. En [RS] se prueba acotación on $L^2(\mathbb{R})$ para el caso en que $\alpha = n$, $i = 1, 2$ y $A_i = (-1)^i I$. También para este caso en [GU1], muestran que este operador es de tipo débil $(1, 1)$ y fuerte (p, p) , para $1 < p < \infty$ y en [RiU] que envía L^∞ en BMO . En [RiU] se mostró para caso $\alpha = n$ y $A_i = a_i I$ que si $w \in A_p$ y $w(A_i x) \leq Cw(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}^n$ entonces T_α es fuerte (p, p) si $1 < p < \infty$ respecto a la medida w y tipo débil $(1, 1)$ respecto de la medida w , si $p = 1$. En [RoU] se consideró el operador T_α de "tipo fraccionario", es decir

se consideró el caso $0 < \alpha < n$, allí se probó que el operador esta acotado de $H^p(\mathbb{R}^n, dx)$ en $L^q(\mathbb{R}^n, dx)$, para $0 < p < \frac{n}{\alpha}$ y $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\alpha}{n}$.

En este trabajo encontramos cuál es el operador que controla en normas p con pesos a estos operadores. Concretamente probamos:

Teorema (1). *Sea T_α definido como en (1) donde, $1 \leq i, j \leq m$, A_i son matrices invertibles tal que $A_i - A_j$ son invertibles, para $i \neq j$, $\alpha_i > 0$, $\alpha_1 + \dots + \alpha_m = n - \alpha$, $0 < \alpha < n$. Entonces para todo $0 < p < \infty$ y $w \in A_\infty$ tal que $w(A_i(x)) \leq cw(x)$ a. e. $x \in \mathbb{R}^n$ para algún $c > 0$, existe $C > 0$ tal que*

$$\int_{\mathbb{R}^n} |T_\alpha f(x)|^p w(x) dx \leq C \int_{\mathbb{R}^n} |M_\alpha f(x)|^p w(x) dx$$

siempre que el lado izquierdo sea finito, y donde M_α es el operador maximal fraccionario.

También tenemos:

Teorema (2). *Sea T_α definido como en (1) donde A_i satisfacen las hipótesis del Teorema 1 $\alpha_i > 0$, $1 \leq i \leq m$, $\alpha_1 + \dots + \alpha_m = n - \alpha$, $0 \leq \alpha < n$. Si $w \in A(p, q)$ con $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\alpha}{n}$ y $w(A_i(x)) \leq cw(x)$ a. e. $x \in \mathbb{R}^n$ para algún $c > 0$, entonces existe $C > 0$ tal que*

$$\int_{\mathbb{R}^n} |T_\alpha f(x)|^q w^q(x) dx \leq C \int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|^p w^p(x) dx.$$

Bibliografía.

- [GU1] Godoy, T. - Urciuolo, M. *About the L^p boundedness of some integral operators.* Revista de la UMA Vol 38, 192-195, (1993).
- [GU2] Godoy T., Urciuolo M. *On certain integral operators of fractional type.* Acta Math. Hungar. 82 (1-2), 99-105, (1999) .
- [RS] Ricci, F, Sjögren, P. *Two parameter maximal functions in the Heisenberg group.* Math. Z. 199-4, 565-575, (1988).
- [RiU] Riveros, M.S.- Urciuolo, M. *Weighted inequalities for integral operators with some homogeneous kernels* Czech. Math. Journal, 55 (130), 423-432(2005).
- [RoU] P. Rocha, M. Urciuolo, *On the $H^p - L^q$ boundedness of some fractional integral operators,* Under submission.

Autores: Álvaro Corvalán, Liliana de Rosa

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento (Los Polvorines, Prov. de Buenos Aires) y Universidad de Buenos Aires (CABA)

Expositor: Álvaro Corvalán

Desigualdades con pesos para operadores laterales sobre espacios de funciones pares y no-crecientes

Sean $0 \leq \beta \leq \alpha \leq 1$. Para cada función f localmente integrable sobre \mathbb{R} se definen los operadores,

$$N_{\alpha,\beta}^+(f)(x) = \sup_{h>0} \frac{1}{h^\beta} \int_x^{x+h} \frac{|f(s)|}{(s-x)^{1-\alpha}} ds.$$

Estos operadores fueron considerados en [MRT] y [MRi].

En el caso $\beta = 1 = \alpha$ el operador $N_{1,1}^+$ es igual al operador maximal lateral de Hardy-Littlewood M^+ y, $N_{\alpha,\beta}^+$ es equivalente a M^+ cuando $0 < \beta = \alpha \leq 1$.

Si $0 < \beta < \alpha = 1$, $N_{1,\beta}^+ = M_{1-\beta}^+$ es el operador maximal fraccionario lateral de orden $1 - \beta$, y $N_{\alpha,\beta}^+$ es equivalente a un operador maximal fraccionario lateral en el caso $0 < \beta < \alpha \leq 1$.

Cuando $0 = \beta < \alpha < 1$ tenemos que, $N_{\alpha,0}^+$ es el operador integral fraccionario lateral I_α^+ .

Dado un peso v , denotamos $L_{dec}^p(v)$ el conjunto de todas las funciones no-negativas en $L^p(v)$, que son pares y no-crecientes en $(0, \infty)$.

En este trabajo hallamos condiciones necesarias y condiciones suficientes sobre el par de pesos (u, v) para la acotación de los operadores laterales $N_{\alpha,\beta}^+$ desde $L_{dec}^p(v)$ en $L^q(u)$, en el caso $1 < p \leq q < \infty$.

Bibliografía.

[MRT] F. J. Martín-Reyes and A. de la Torre, *Some weighted inequalities for general one-sided maximal operators*, Studia Math. 122 (1) (1997), 1-14.

[MRi] R. A. Macías and M. S. Riveros, *One-sided extrapolation at infinity and singular integrals*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 130 (5) (2000), 1081-1102.

Autores: Mauricio Ramseyer, Oscar Salinas, Beatriz Viviani
Lugar: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Santa Fe
Expositor: Mauricio Ramseyer

Espacios $L^{p(\cdot)}$ débiles y acotación del operador Integral Fraccionaria

En el contexto de los L^p con p variable, definimos el espacio de las funciones de Lebesgue generalizado débil $L^{p(\cdot),\infty}$ como el conjunto de las $f \in L^1_{loc}$ para las cuales existe una constante $\lambda > 0$ tal que:

$$\sup_{t>0} \int_{\mathbb{R}^n} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{p(x)} \chi_{\{|f|>t\}}(x) dx \leq 1$$

donde $p : \mathbb{R}^n \rightarrow (1, \infty)$ con $1 \leq \inf p(x) \leq \sup p(x) < \infty$. Puede verse que $L^{p(\cdot),\infty}$ equipado con

$$[f]_{p(\cdot),\infty} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \sup_{t>0} \int_{\mathbb{R}^n} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{p(x)} \chi_{\{|f|>t\}}(x) dx \leq 1 \right\}$$

es un espacio vectorial casi normado. Este espacio verifica propiedades naturales como $L^{p(\cdot)} \hookrightarrow L^{p(\cdot),\infty}$ y su definición coincide con $L^{p,\infty}$ en el caso p constante.

Diremos que $p \in \mathcal{P}^{log}$ si $1 < \inf p(x) \leq \sup p(x) < \infty$ y además cumple con condiciones estándares de decaimiento local y en el infinito. Esta última implica que $\lim p(x) = p_\infty$ cuando $|x| \rightarrow \infty$. Por otro lado, para $0 < \alpha < n$, definimos el espacio $\mathfrak{L}_{\alpha,p(\cdot)}$ como el conjunto de las funciones $f \in L^1_{loc}$ tales que

$$\frac{1}{|B|^{\frac{n}{\alpha}} \|\chi_{2B}\|_{p'(\cdot)}} \int_B |f(x) - m_B f| dx \leq C$$

para toda bola $B \in \mathbb{R}^n$, donde $p'(x) = p(x)/(p(x) - 1)$ y $m_B f$ es el promedio de f sobre la bola. De esta forma, enunciamos el resultado obtenido.

Teorema. Sea $0 < \alpha < n$ y $p \in \mathcal{P}^{log}$ tal que $\frac{n}{\alpha} < \inf p(x) \leq \sup p(x) < \frac{n}{(\alpha-1)^+}$ con $p(x) \leq p_\infty$ fuera de una bola de radio $r_0 \geq 1$, entonces el operador I_α puede ser extendido a un operador lineal y acotado \tilde{I}_α desde $L^{p(\cdot),\infty}$ en $\mathfrak{L}_{\alpha,p(\cdot)}$ a través de

$$\tilde{I}_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \left(\frac{1}{|x-y|^{n-\alpha}} - \frac{1 - \chi_{B(0,1)}(y)}{|y|^{n-\alpha}} \right) f(y) dy.$$

Bibliografía.

- [1] O. Kováčik, J. Rákosník. *On spaces $L^{p(x)}$ and $W^{k,p(x)}$* . Czechoslovak Math. J. 41(116), 4, 592-618. (1991).
- [2] Harboure, Eleonor; Salinas, Oscar; Viviani, Beatriz “*Boundedness of the fractional integral on weighted Lebesgue and Lipschitz spaces.*” Trans. Amer. Math. Soc. 349, no. 1, pp 235-255. (1997).

Autores: Bibiana Iaffei , Liliana Nitti

Lugar: IMAL, FHUC(UNL), Santa Fe

Expositor: Liliana Nitti

Acotación de la integral fraccionaria generalizada en espacios de Orlicz sobre espacios de tipo homogéneo con componentes de diferentes dimensiones

Es sabido que muchas propiedades de acotación de operadores dependen fundamentalmente de la dimensión del espacio euclídeo subyacente. En este trabajo se obtiene la acotación de un operador de tipo integral fraccionaria generalizada en los espacios de Orlicz sobre un espacio de tipo homogéneo, pero cuando el mismo está conformado por componentes de diferentes dimensiones. El operador está definido como

$$I_{\alpha}^{\gamma_1, \gamma_2} f(x) = \int_{X_1 \cup X_2} \frac{f(y) \rho(d(x, y))}{d(x, y)^{n(x)}} d\mu^{\gamma_1, \gamma_2}(y)$$

para $0 < \alpha < n(x)$ y $\rho : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ que satisface las mismas propiedades definidas en [N]. (X, d) es un espacio métrico acotado, $X = X_1 \cup X_2 \cup \{p\}$, donde $\{p\} = \overline{X_1} \cap \overline{X_2}$. Este sistema (X_1, X_2, d) satisface la propiedad \mathcal{C} , definida en [AN], con el único punto de contacto p y con contacto de orden 0. La medida $d\mu^{\gamma_1, \gamma_2}(y)$, se genera a partir de cada una de las medidas normales soportadas en cada una de las componentes del espacio.

Bibliografía.

- [AN] H. Aimar and L. Nitti, *Separation and contact of sets of different dimensions in a doubling environment*, Publ. Math. Debrecen, 74/3-4 (2009), 351–368.
- [N] Eiichi Nakai, *On generalized fractional integrals in the Orlicz spaces on spaces of homogeneous type*, Scientiae Mathematicae Japonicae, 54 (2001), 473–487.

Autores: Hugo Aimar, Ivana Gómez
Lugar: IMAL, Santa Fe
Expositor: Hugo Aimar

Suavidad de temperaturas en términos de la regularidad Besov de los datos inicial y de borde

Probamos el siguiente resultado.

Sea D un dominio Lipschitz acotado en \mathbb{R}^d . Entonces existe $1 \leq p_0 < 2$, que depende sólo del carácter Lipschitz de D , tal que si u es una solución de

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u, & \text{en } D \times (0, T) \\ u(x, t) = f(x), & \text{para } (x, t) \in \partial D \times (0, T) \\ u(x, 0) = g(x), & \text{para } x \in D, \end{cases}$$

tenemos que $u \in L^\tau((0, T); B_\tau^\alpha(D))$ para (τ, α) en

$$R(p, s) = \left\{ 0 < \alpha < \left(\frac{1}{\tau} - \frac{\alpha}{d} + s \right) \frac{d}{d-1}, \max \left\{ \frac{1}{p'_0}, \frac{1}{p} \right\} < \frac{1}{\tau} - \frac{\alpha}{d} < \frac{1}{p_0} \right\},$$

cuando $f \in B_p^s(\partial D)$, $g \in B_p^s(D)$, $p > p_0$ y $0 < s < 1$.

Este teorema extiende al caso parabólico el resultado contenido en [2] para funciones armónicas. En [2], los autores obtienen mejora de suavidad para funciones armónicas en términos de la regularidad Besov del dato de borde. Las herramientas básicas usadas por Dahlke y DeVore son su Teorema 3.2 y el Teorema 5.1 de Jerison y Kenig contenido en [3]. En el caso parabólico el análogo del Teorema 3.2 en [2] está contenido en el Teorema 1 en [1]. Para demostrar el resultado, probaremos, hasta cierto punto, una extensión parabólica del Teorema 5.1 en [3].

Bibliografía.

- [1] Hugo Aimar and Ivana Gómez, *Parabolic Besov regularity for the heat equation*, Preprint.
- [2] Stephan Dahlke and Ronald A. DeVore, *Besov regularity for elliptic boundary value problems*, Comm. Partial Differential Equations 22 (1997), no. 1-2, 1-16.
- [3] David Jerison and Carlos E. Kenig, *The inhomogeneous Dirichlet problem in Lipschitz domains*, J. Funct. Anal. 130 (1995), no. 1, 161-219.

Autores: Gabriel Acosta, Ignacio Ojea

Lugar: Instituto de Investigaciones Matemáticas “Luis A. Santaló”(IMAS)
CONICET-UBA, Buenos Aires

Expositor: Ignacio Ojea

Teoremas de extensión en dominios con cúspides exteriores

Dado el espacio de Sobolev $W^{k,p}(D)$, los teoremas estándar de extensión son del tipo: *Existe un operador lineal acotado, $\Lambda : W^{k,p}(D) \rightarrow W^{k,p}(\mathbb{R}^n)$, de modo que $\Lambda f|_D = f$.* Los resultados clásicos para dominios Lipschitz son debidos a A. P. Calderón y a E. Stein. En [2], P. Jones introdujo un nuevo tipo de dominios (llamados dominios (ε, δ)), que incluyen a los Lipschitz, y construyó, a partir de su descomposición de Whitney, un operador de extensión para ellos.

Por otro lado, es sabido que para ciertos dominios no existen operadores de extensión de este tipo. Un ejemplo clásico de esta situación es el de dominios con cúspides exteriores, cuya forma más simple es la de cúspides de tipo potencia:

$$(2) \quad D = \{x = (x', x_n) \in \mathbb{R}^{n-1} \times \mathbb{R} : \|x'\| < x_n^{1+\varepsilon}, x_n > 0\}$$

para $\varepsilon > 0$. Aquí la singularidad en el origen imposibilita la extensión a \mathbb{R}^n . Sin embargo, existen resultados para esta clase de dominios, bajo un concepto general de extensión. Diremos que Λ es un operador de extensión en sentido general si: $\Lambda : W^{k,p}(D) \rightarrow W_{\sigma}^{k,p}(\mathbb{R}^n)$ es lineal y acotado, y $\Lambda f|_D = f$. El peso σ cumple la función de *compensar* la singularidad del dominio D . En [3] proporcionan una definición de dominios con cúspides exteriores que generaliza (2). Esta definición, si bien bastante general, presenta algunas limitaciones. En particular, depende fuertemente del perfil ϕ de la cúspide: cortes a distintas alturas t resultan ser dilataciones de un compacto fijo en \mathbb{R}^{n-1} , por un factor $\phi(t)$. Para esta clase de cúspides, Maz'ya y Poborchí probaron la existencia de operadores de extensión a espacios pesados, donde el peso depende del perfil ϕ y de la distancia al punto cuspidal y varía de acuerdo a los parámetros k y p y a la dimensión n .

En esta charla proponemos una definición alternativa de cúspide, que generaliza la de [3]. Esta definición se basa en la estructura de la descomposición de Whitney del dominio, por lo que proporciona una descripción intrínseca del tipo de singularidad. Para estos dominios probamos, adaptando las técnicas desarrolladas por Jones, un teorema de extensión que generaliza los resultados obtenidos por Maz'ya y Poborchí.

Bibliografía.

- [1] Chua, Seng Kee, *Extension Theorems on Weighted Sobolev Spaces*, Indiana University Mathematics Journal, Vol 41 No. 4 (1992)
- [2] Jones, Peter, *Quasiconformal mappings and extendability of functions in Sobolev spaces*, Acta Math. 147 (1981), 71-88
- [3] Maz'ya, Vladimir y Poborchii, Sergei, *Differentiable functions on bad domains*, World Scientific Publishing 1998

Conferencia Invitada

Carlos Cabrelli

Universidad de Buenos Aires. Ciudad de Buenos Aires

Compressed sampling of trigonometric polynomials

Compressed sensing is a new paradigm in sampling theory. Basically it establishes that a sparse signal can be recovered, in a nonadaptive way, from a small number of measurements (below the Nyquist rate).

In this talk, consistent with compressive sensing ideas, we will prove that a trigonometric polynomial of an arbitrary degree, but with few nonzero coefficients, say k , can be recovered from its values in $2k$ points. Another equivalent formulation of this problem is: any complex sequence with only k non zero terms can be determined from $2k$ values of its Fourier Transform.

We provide an algorithm to reconstruct the sequence, different from l_1 optimization techniques, and analyze the stability of the method.

This is one of the few methods in compressed sensing that deals with infinite dimensional spaces. We show how the method can be extended to the setting of locally compactly abelian groups.

Trabajo realizado en colaboración con A. Aldroubi, U. Molter y E. Weber.

Autores: Carlos Cabrelli, Carolina Mosquera

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires

Expositor: Carolina Mosquera

Sistemas democráticos de traslaciones enteras

En aproximación no lineal el problema fundamental consiste en obtener una buena descripción de una señal o vector f de \mathbb{R}^N usando sólo m coordenadas en alguna base fija \mathcal{B} .

Supongamos que X es un espacio de Banach separable que posee una base de Schauder $\Phi = \{\varphi_k\}_{k \in \mathbb{N}}$. Para $m = 1, 2, 3, \dots$ se define Σ_m como el conjunto de todos los $g \in X$ tal que g tiene a lo sumo m coeficientes no nulos en la base Φ .

Se define la **mejor aproximación por m términos** con respecto a la base Φ como

$$\sigma_m(f, \Phi) := \inf_{b_k, \Lambda} \left\| f - \sum_{k \in \Lambda} b_k \varphi_k \right\|,$$

donde el ínfimo se toma sobre todos los subconjuntos de m elementos $\Lambda \subset \mathbb{N}$ y escalares arbitrarios $\{b_k\}_{k \in \Lambda}$.

Consideremos ahora, el siguiente algoritmo, conocido como **Algoritmo Greedy**. Para un elemento $f \in X$ sea $f = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(f) \varphi_k$, su desarrollo en la base Φ . Se define el **m -ésimo aproximante greedy** para f con respecto a la base Φ como, $G_m(f, \Phi) := \sum_{j=1}^m c_{k_j}(f) \varphi_{k_j}$ y el error de aproximación

$$e_m(f, \Phi) := \left\| f - G_m(f, \Phi) \right\|.$$

Es claro que $\sigma_m(f, \Phi) \leq e(f, \Phi)$. Uno quisiera que el aproximante greedy diese un error del orden de σ_m cualquiera sea m y f . O sea, que exista una constante $C > 0$ sólo dependiendo de X y Φ tal que

$$e(f, \Phi) \leq C \sigma_m(f, \Phi),$$

para toda $f \in X$ y todo $m \in \mathbb{N}$ (i.e. la base Φ es **greedy**).

Telmyakov [1], caracterizó las bases greedy de un espacio de Banach: *Una base Φ de un espacio de Banach X es greedy si y sólo si es incondicional y democrática.*

Una base Φ se dice **democrática** si para cualesquiera dos conjuntos finitos de índices P y Q , de igual cardinal, existe una constante $C = C(X, \Phi)$ tal que $\left\| \sum_{k \in P} \varphi_k \right\| \leq C \left\| \sum_{k \in Q} \varphi_k \right\|$.

Los resultados que presentaremos aquí son acerca de la noción de democracia en el caso de sucesiones marcos de traslaciones enteras en $L^2(\mathbb{R})$. Se obtienen ejemplos de colecciones democráticas y no democráticas y condiciones necesarias y otras suficientes para que una colección sea democrática.

Bibliografía.

- [1] Konyagin, S. V. ; Temlyakov, V. N., *A remark on greedy approximation in Banach spaces.*, East J. Approx., 5, (1999), no. 3, 365–379.

Autores: María Inés Tropicovsky, Eduardo Serrano, Marcela Fabio
Lugar: Universidad de Buenos Aires- Universidad Nacional de San Martín
Expositor: Eduardo Serrano

Resolución de ecuaciones pseudo-diferenciales utilizando
la transformada wavelet

Consideramos la ecuación $Af = g$ donde A es el operador pseudo-diferencial

$$A(f)(x) = \int_{\mathbb{R}} p(x, \omega) \widehat{f}(\omega) \exp(ix\omega) d\omega$$

para $p(x, \omega) \in C^\infty(\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^N)$ y $|D_x^\alpha D_w^\beta p(x, \omega)| \leq C_{\alpha, \beta} (1 + |\omega|^2)^{m - \rho\alpha + \delta\beta}$ para $\rho, \delta \in [0, 1]$, α y β multi-índices y $m \in \mathbb{R}$, esto es, $p \in S_{\rho, \delta}^m$, (ver [1], [3]).

Distinguimos tres problemas:

- la resolución del *problema directo*, es decir hallar g dada f .
- la resolución del *problema inverso*, es decir hallar f dada g .
- la regularización del denominado *problema inverso mal planteado*, cuando el dato \tilde{g} que se dispone es ruidoso: $\|g - \tilde{g}\| < \varepsilon$.

En un trabajo anterior [4] aproximamos la solución de un problema mal planteado, donde A es un operador de convolución:

$$Af = k * f = g, \quad \widehat{k}(\omega) = \frac{1}{(1 + \omega^2)^\alpha}$$

con $\alpha > 1$, utilizando una descomposición del tipo *wavelets-vaguelette*, [2], [4].

En esta comunicación analizamos un caso más general, en el cual $p(x, \omega) = a(x)b(\omega)$, dependiendo efectivamente de las dos variables.

Resolvemos el problema directo e inverso efectuando una proyección de tipo Galerkin a un espacio adecuado de wavelets. Estudiamos la posibilidad de construir, en este caso, las *vaguelettes* asociadas a las wavelets propuestas a fin de regularizar el problema inverso mal planteado [2].

Bibliografía.

- [1] W. Cheng, *Fundamentals of Pseudodifferential Operators*, preprint, 2009.
- [2] V. Dicken and P. Maaß, *Wavelet-Galerkin methods for ill-posed problems*, J. Inv Ill-Posed Problems, Vol 4, N° 3, pp 203-222, 2006.
- [3] M. E. Taylor, *Pseudodifferential Operators and Nonlinear PDE*, monografía, 1991.
- [4] M. I. Tropicovsky, E. Serrano, *Wavelet Projection Methods for Solving Inverse Problems: Pseudodifferential operator case*, Proceedings III MACI, 2011.

Autores: C. A. Cabrelli, U. M. Molter, J. L. Romero
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires
Expositor: U. M. Molter

Generalized painless wavelets in anisotropic Besov and Triebel-Lizorkin spaces

Given a matrix $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$, a set $\Lambda \subseteq \mathbb{R}^d$ and a function $\psi \in L^2(\mathbb{R}^d)$, the wavelet system $W(\psi, A, \Lambda)$ is the set,

$$W(\psi, A, \Lambda) := \left\{ |\det(A)|^{j/2} \psi(A^j \cdot -\lambda) \right\} \lambda \in \Lambda, j \in \mathbb{Z}.$$

In this context, a general construction was proposed in [1] giving sufficient conditions for a triple (ψ, A, Λ) to generate a wavelet frame $W(\psi, A, \Lambda)$ for $L^2(\mathbb{R}^d)$. The emphasis is set on allowing a wide range of matrices A and sets Λ . Indeed, the matrix A is only assumed to be expansive and the set Λ is required to be sufficiently dense but it is otherwise arbitrary.

The construction can be seen as a generalization of the so-called painless method [3]. It mainly consists of using a number of geometric barriers to ensure the validity of the frame inequality for the system $W(\psi, A, \Lambda)$. It does not provide, however, an explicit dual system for the frame. It is not clear then whether the proposed construction of the wavelet system $W(\psi, A, \Lambda)$ yields an atomic decomposition for other functional spaces besides $L^2(\mathbb{R}^d)$. This is not a trivial question since it is known that, in contrast to the case of time-frequency decompositions not every “nice” wavelet system yields an atomic decomposition for the whole range of L^p spaces ($1 < p < +\infty$).

The purpose of this article is to present a positive result in this direction. Every wavelet system, constructed following the “painless recipe” in [1] yields an atomic decomposition of the class of anisotropic Besov-Triebel-Lizorkin spaces introduced by Triebel (1984, 2005, 2006) and Bownik et. al. (2005 – 2010).

We prove this result by explicitly constructing a dual system for $W(\psi, A, \Lambda)$. To construct such a dual system we will resort to certain results on frames of exponentials with irregular frequencies from [2].

Finally we use a perturbation argument to obtain a wavelet window with compact support, obtaining the following result: Given an expansive matrix $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$, a well-spread set Λ and an integer $N \geq 0$, there exists a **compactly-supported** function $\psi \in C^\infty(\mathbb{R}^d)$ with N vanishing moments such that the wavelet system $W(\psi, A, \Lambda)$ provides an atomic decomposition for $L^p(\mathbb{R}^d)$, $1 < p < +\infty$.

Bibliografía.

- [1] A. Aldroubi, C. A. Cabrelli, and U. Molter. Wavelets on irregular grids with arbitrary dilation matrices, and frame atoms for $L^2(\mathbb{R}^d)$. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 17(2):171 – 191, 2004.
- [2] A. Beurling. Local harmonic analysis with some applications to differential operators. In *Some Recent Advances in the Basic Sciences, Vol. 1*, pp 109–125. Belfer Graduate School of Science, Yeshiva Univ., New York, 1966.
- [3] I. Daubechies, A. Grossmann, and Y. Meyer. Painless nonorthogonal expansions. *J. Math. Phys.*, 27(5):1271–1283, 1986.

Autores: Actis Marcelo, Cabrelli Carlos, Scotto Roberto

Lugar: IMAL, Santa Fe

Expositor: Actis Marcelo

A multiresolution analysis for wavelets on irregular grids
with arbitrary dilatations matrices

Sea X un lattice irregular de la forma $X = \{x_{j,k} \in \mathbb{R}^d : j \in J, k \in K\}$ y sea $\{A_j \in GL_d(\mathbb{R}) : j \in J\}$ una familia arbitraria numerable de matrices invertibles de $d \times d$ que no tienen necesariamente una estructura de grupo. Un método general para construir wavelets $\{|\det A_j|^{1/2} \psi(A_j x - x_{j,k}) : j \in J, k \in K\}$ en este tipo de lattices fue desarrollado en [1]. Una pregunta natural es si dichas wavelets pueden o no estar asociadas con un Análisis de Multiresolución (MRA).

En esta charla veremos que esto es de hecho posible con sólo algunas suposiciones adicionales, y el MRA asociado surgirá de un modo natural a partir de la propia construcción de las wavelets.

Bibliografía.

- [1] Akram Aldroubi, Carlos Cabrelli, and Ursula M. Molter. “Wavelets on irregular grids with arbitrary dilatations matrices, and frames atoms for $L^2(\mathbb{R}^d)$ ”. *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 17(2): 119–140, 2004.

Autores: Montenegro Fabiana, Viviani Beatriz

Lugar: Fac. de Ingeniería Química y Fac. de Ingeniería y Cs. Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe

Expositor: Montenegro Fabiana

Caracterización de espacios Hardy-Orlicz pesados a través de wavelets

El propósito de este trabajo es la caracterización a través de wavelets de una versión pesada de los espacios de Hardy-Orlicz. Para alcanzar dicho objetivo el punto de partida fue una versión atómica pesada de los mismos siguiendo las técnicas desarrolladas en [1], [2], [3].

Las principales herramientas utilizadas fueron los operadores de Calderón-Zygmund a valores vectoriales, la estructura de los espacios involucrados, condiciones de crecimiento de funciones mediante la noción de tipos y propiedades que relacionan pesos y funciones de crecimiento.

La presente caracterización permitió demostrar que adecuadas bases de wavelets son bases incondicionales de estos espacios.

Bibliografía.

[1] B. Viviani. An atomic decomposition of the predual de $bmo(\rho)$. Revista Matemática Iberoamericana, 3(3,4): 401-425, 1987.

[2] C Serra. Acotación de operadores sobre Espacios de Hardy-Orlicz. Universidad Nacional del Litoral, 1996.

[3] E. Harboure, O. Salinas B. Viviani. Wavelets expansions for $bmo(\rho)$ -functions. Enviado para publicación 2002.

Autores: Carlos Cabrelli, Victoria Paternostro

Lugar: Universidad de Buenos Aires, FCEyN, Departamento de Matemática. Buenos Aires

Expositor: Victoria Paternostro

Espacios invariantes por traslaciones y modulaciones en grupos LCA

Nuestro objetivo es generalizar un resultado de Bownik [1] sobre espacios invariantes por traslaciones y modulaciones en $L^2(\mathbb{R}^d)$ al contexto de grupos localmente compactos y abelianos (grupos LCA).

Para ello, primero introducimos el concepto de espacios invariantes por traslaciones y modulaciones en $L^2(G)$ bajo el par (K, Λ) , *espacios (K, Λ) -invariantes*, siendo G un grupo LCA, K un subgrupo cerrado de G y Λ un subgrupo cerrado del grupo dual de G .

Para el caso en que K y Λ son reticulados uniformes, adaptamos las técnicas de fibración y funciones rango conocidas en el caso clásico a este nuevo contexto de trabajo. Luego, utilizamos estas herramientas para caracterizar los espacios invariantes por traslaciones y modulaciones en grupos LCA en función de sus fibras.

Bibliografía.

- [1] Marcin Bownik, *The structure of shift-modulation invariant spaces: the rational case*, J. Funct. Anal. 244 (2007), no. 1, 172-219.

Autores: Molter, Ursula (UBA) - Moure, María del Carmen (UNMdP) - Quintero, Alejandro

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Mar del Plata. Mar del Plata

Expositor: Quintero, Alejandro

Orden de Precisión de funciones refinables por Grupos Cristalograficos

Sean f_1, \dots, f_r funciones a valores complejos definidas sobre \mathbb{R}^d , sea Γ un grupo cristalográfico en \mathbb{R}^d , y A una matriz expansiva tal que $A\Gamma A^{-1} \subset \Gamma$. Diremos que el vector de funciones $\mathbf{f}(x) = (f_1(x), \dots, f_r(x))^T$ es *refinable* o satisface una ecuación de refinamiento, si existen una cantidad finita de matrices d_γ de $r \times r$ tales que

$$\mathbf{f}(x) = \sum_{\gamma \in \Gamma} d_\gamma f(\gamma^{-1}(Ax)).$$

El subespacio de $L^2(\mathbb{R})$ generado por la clausura de las combinaciones lineales finitas de las f_i y sus *traslaciones* a lo largo del grupo Γ , es un subespacio invariante por la acción del grupo Γ .

El orden de precisión (accuracy) de f es el mayor grado $p > 0$ tal que todos los polinomios multivariados q tales que $gr(q) < p$, se pueden expresar como combinaciones lineales de traslaciones de f_1, \dots, f_r a lo largo del grupo Γ .

De alguna manera, esto mide la *suavidad* del espacio generado por \mathbf{f} . Para el caso en que el grupo Γ son las traslaciones por un reticulado, esto ha sido estudiado y caracterizado completamente en [1, 2].

En esta charla contaremos los avances logrados en la caracterización de este tipo de funciones, para grupos más generales. Daremos condiciones sobre las matrices d_γ para asegurar el accuracy de f .

Bibliografía.

- [1] C. Cabrelli, C. Heil, and U. Molter, *Accuracy of lattice translates of several multidimensional refinable functions*, J. Approx. Theory 95 (1998), 5-52.
[2] ———, *Accuracy of lattice translates of several multidimensional refinable distributions*, J. Fourier Analysis Appl. 6 (2000), 213-245.

Autores: Ignacio Garcia (1), Carlos Gustavo Moreira (2)

Lugar: (1) Universidad Nacional de Mar del Plata, (2) Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, Brasil

Expositor: Ignacio Garcia

Sobre dos nociones de distorsión acotada en \mathbb{R}

Sean I_1 e I_2 dos subintervalos cerrados disjuntos de $[0, 1]$ y sea $F : I_1 \cup I_2 \rightarrow [0, 1]$ una función C^1 tal que $F|_{I_i}$ es un difeomorfismo sobre $[0, 1]$, con $F' > 1$ en su dominio. Luego, F tiene asociado un único conjunto maximal invariante dado por $K = \bigcap_{k \geq 1} F^{-k}([0, 1])$, que es un conjunto de Cantor cuyas dimensiones de Hausdorff y Box superior coinciden. Más información sobre K se obtiene imponiendo más condiciones a F . Por ejemplo, si F' es α -Hölder continua, entonces i) K tiene medida de Hausdorff t -dimensional finita y positiva, con t la dimensión de K ([2]); además, ii) existe la función escala, que es un invariante C^1 completo para conjuntos de Cantor definidos por funciones suaves ([1]).

La propiedad i) se tiene pues, en este caso, F satisface la *propiedad de distorsión acotada* (DA1), mientras que ii) es consecuencia de la *propiedad de distorsión acotada localizada* (DA2). Más precisamente, sea Ω_k el conjunto de k -uplas formadas con los símbolos 0 y 1. Notar que la k -ésima iteración F^k está definida en la familia de 2^k intervalos cerrados $\{I_\omega : \omega \in \Omega_k\}$. Decimos que F satisface DA1 si existe $1 \leq C < \infty$ tal que

$$\frac{(F^k)'(x)}{(F^k)'(y)} \leq C \text{ para todo } k > 0,$$

y para todo $x, y \in I_\omega$ y $\omega \in \Omega_k$. Además, F satisface DA2 si existe una sucesión β_l que decrece a 1 tal que

$$\frac{(F^k)'(x)}{(F^k)'(y)} \leq \beta_l \text{ para todo } k > 0, l \geq k,$$

siempre que x, y pertenezcan al mismo intervalo I_ω , con $\omega \in \Omega_l$.

Claramente DA2 implica DA1, y aunque uno sospecha que DA2 es en realidad más fuerte que DA1, no encontramos en la literatura un ejemplo que ilustre este hecho. En esta charla se muestra cómo construir una función F que verifique DA1 pero no DA2.

Bibliografía.

- [1] Tim Bedford and Albert M. Fisher. Ratio geometry, rigidity and the scenery process for hyperbolic Cantor sets. *Ergodic Theory Dynam. Systems*, 17(3):531–564, 1997.
- [2] Jacob Palis and Floris Takens. *Hyperbolicity and sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations*, volume 35 of *Cambridge Studies in Advanced Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

Autores: Ignacio Garcia, Leandro Zuberma
Lugar: FCEN-UBA, Buenos Aires
Expositor: Leandro Zuberma

La medida packing exacta de conjuntos de Cantor centrales en la recta

In this work we consider a class of symmetric Cantor sets in \mathbb{R} . Under certain separation condition we determine the exact packing measure of such a Cantor set through the computation of the lower density of the uniform probability measure supported on the set. With an additional restriction on the dimension we give also the exact centered Hausdorff measure by computing the upper density of the same measure.

Conferencia Invitada
Marilina Carena
IMAL (CONICET-UNL), Santa Fe

Acotación uniforme del operador maximal de Hardy-Littlewood en órbitas generadas por similitudes contractivas

El papel del operador maximal de Hardy-Littlewood M es central en el estudio de propiedades de acotación de ciertos operadores clásicos en el análisis armónico. Existen al menos dos razones para ello. La primera es que en algún sentido M controla a dichos operadores, y la segunda es que su definición involucra las dos estructuras del espacio sobre el cual las funciones están definidas: métrica y medida.

Un contexto natural para la acotación en L^p (con $1 < p < \infty$) y el tipo débil $(1, 1)$ del operador M en espacios métricos de medida es la estructura de espacio de tipo homogéneo: un espacio métrico con una medida duplicante. Más aún, la teoría desarrollada por Muckenhoupt en [4] provee condiciones necesarias y suficientes sobre un peso (una densidad positiva) w para obtener la acotación de M en $L^p(w d\mu)$. Las funciones w que satisfacen estas condiciones son conocidas con el nombre de pesos de Muckenhoupt en A_p . Se tiene que si μ duplica sobre Y y $w \in A_p(Y, \mu)$ entonces $w d\mu$ también duplica sobre Y ([4]), y M está acotado en $L^p(w d\mu)$ ([1]).

Por otra parte, los resultados obtenidos por Mosco en [3] prueban que los fractales clásicos obtenidos como puntos fijos de sistemas iterados de funciones presentan una propiedad de homogeneidad precisa. Por lo tanto, en dichos fractales, el operador maximal de Hardy-Littlewood tiene un buen comportamiento. Ya que por otro lado la unicidad del teorema del punto fijo de Banach nos permite llegar al mismo límite sin importar cual es el espacio inicial, nos preguntamos cómo debe ser el mismo para poder asegurar la acotación uniforme de la sucesión de operadores maximales de Hardy-Littlewood M_n en L^p de los espacios aproximantes (Y_n, μ_n) . Aunque vimos que el hecho que el espacio inicial sea de tipo homogéneo no es suficiente para tal fin, obtuvimos resultados positivos cuando el mismo posee una propiedad más fuerte, que es conocida como normalidad Ahlfors.

Bibliografía.

- [1] Aimar, Hugo and Macías, Roberto A., *Weighted norm inequalities for the Hardy-Littlewood maximal operator on spaces of homogeneous type*, Proc. Amer. Math. Soc. **91** (1984), no. 2, 213–216.
- [2] John E. Hutchinson, *Fractals and self-similarity*, Indiana Univ. Math. J. **30** (1981), no. 5, 713–747.
- [3] Umberto Mosco, *Variational fractals*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **25** (1997), no. 3-4, 683–712 (1998),
- [4] Benjamin Muckenhoupt, *Weighted norm inequalities for the Hardy maximal function*, Trans. Amer. Math. Soc., (1972), no. 165, 207–226.

Trabajo realizado en colaboración con Hugo Aimar y Bibiana Iaffei.

Autores: Aimar Hugo, Toschi Marisa

Lugar: IMAL, Santa Fe

Expositor: Toschi Marisa

Una familia de pesos A_p en espacios métricos

Daremos una demostración alternativa al resultado probado en [2], donde se obtienen condiciones suficientes sobre β para que, dado F un s -conjunto, $d(x, F)^\beta$ pertenezca a la clase de pesos $A_p(\mathbb{R}^n)$.

Para ello debemos probar el siguiente teorema que resulta de generalizar a espacios métricos el resultado dado en [1].

Teorema. *Sea (X, d, μ) un espacio métrico con medida μ doblante y sea $f \in L^1_{loc}(X, d, \mu)$ tal que $Mf(x) < \infty$ c.t.p. Entonces $Mf(x)^\delta \in A_1(X, \mu)$, para $0 \leq \delta < 1$.*

Por otra parte, como la desigualdad débil (1,1) para la función maximal vale también para una medida de Borel finita ν , podemos reemplazar $f \in L^1_{loc}(X, \mu)$ por dicha medida ν tal que $M\nu < \infty$ c.t.p. Entonces $(M\nu)^\delta \in A_1(X, \mu)$ para $0 \leq \delta < 1$, donde

$$M\nu(x) = \sup_{B_x} \frac{\nu(B_x)}{\mu(B_x)}.$$

Con este resultado, obtenemos una familia de pesos en la clase $A_p(X, \mu)$ cuando X es α -normal y F es s -normal.

Teorema. *Sea (X, d, μ) con $\mu(B(x, r)) \simeq r^\alpha$ y F un compacto tal que existe un medida ν soportada en F con $\nu(B(x, r) \cap F) \simeq r^s$. Entonces $w(x) = d(x, F)^\beta \in A_p(X, \mu)$ para $-(\alpha - s) \leq \beta < (\alpha - s)(p - 1)$.*

Bibliografía.

- [1] J. Duoandikoetxea *Fourier Analysis*, Graduate Studies in Mathematics 29, American Mathematical Society, 2001.
- [2] R. G. Durán and F. López García *Solutions of the divergence and analysis of the Stokes equations in planar Hölder- α domains*, Math. Mod. Meth. Appl. Sci. 20, 95-120, 2010.

Autores: Horacio A. De Pasquale

Lugar: Universidad Nacional de Mar del Plata. Mar del Plata

Expositor: Horacio A. De Pasquale

Marcos duales y operadores standard

Dados dos espacios de Hilbert separables \mathbf{H}_1 y \mathbf{H}_2 , es bien conocido que existe un único operador lineal y acotado, S , que transforma una base de Riesz $\{e_j\}_{j=1}^\infty$ para \mathbf{H}_1 en otra base de Riesz $\{f_j\}_{j=1}^\infty$ para \mathbf{H}_2 . Tal operador S tiene la forma

$$(3) \quad Sx = \sum_{j=1}^{\infty} \langle x, \tilde{e}_j \rangle_1 f_j, \text{ con } x \in \mathbf{H}_1$$

donde $\{\tilde{e}_j\}_{j=1}^\infty$ es la única sucesión biortogonal de $\{e_j\}_{j=1}^\infty$.

Si se consideran marcos en lugar de bases de Riesz, la situación es completamente diferente. En general, un marco para un espacio de Hilbert no tiene una sucesión biortogonal, pero sí tiene un marco dual. Tal marco dual no es único, por lo tanto si $\{e_j\}_{j=1}^\infty$ es un marco para \mathbf{H}_1 y $\{f_j\}_{j=1}^\infty$ es un marco para \mathbf{H}_2 se tienen varios operadores de la forma (3). Tales operadores serán denominados *operadores standard*.

Si $\{e_j\}_{j=1}^\infty$ es un marco para el espacio de Hilbert \mathbf{H}_1 , sea S_E su operador de marco. Es bien conocido que la sucesión $\{S_E^{-1}e_j\}_{j=1}^\infty$ también es un marco dual y se lo conoce como el *marco dual canónico* de $\{e_j\}_{j=1}^\infty$. El operador

$$S_c x := \sum_{j=1}^{\infty} \langle x, S_E^{-1}e_j \rangle_1 f_j$$

será denominado *operador canónico*.

Dada una sucesión de Bessel $\{e_j\}_{j=1}^\infty$ en \mathbf{H}_1 y otra $\{f_j\}_{j=1}^\infty$ en \mathbf{H}_2 se estudian las propiedades que los operadores S y S_c adquieren de las propiedades de las sucesiones $\{e_j\}_{j=1}^\infty$ y $\{f_j\}_{j=1}^\infty$ y recíprocamente qué propiedades adquieren las sucesiones $\{e_j\}_{j=1}^\infty$ y $\{f_j\}_{j=1}^\infty$ de las propiedades de los operadores S , S_c y sus respectivos adjuntos.

Se aplican los resultados obtenidos en la sección anterior en el caso $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2 = L^2(\mathbb{R}^d)$ donde las sucesiones son sistemas afines generados por un número finito de elementos de $L^2(\mathbb{R}^d)$ asociados a una matriz de dilatación $A \in GL_n$ que preserva el reticulado. Se estudian condiciones sobre los operadores S y S_c para que preserven la estructura de multiresolución, o sea transformen sistemas afines generados por un análisis de multiresolución en otro con las mismas propiedades y se obtiene un método para construir sistemas afines con estructura de marco para $L^2(\mathbb{R}^d)$ a partir de marcos afines semi-ortogonales generados por un análisis de multiresolución.

Autores: Sigrid Heineken

Lugar: Departamento de Matemática, FCEyN, UBA, Buenos Aires

Expositor: Sigrid Heineken

Un método de transformación para la construcción de marcos

Se estudian propiedades de marcos y bases de Riesz de familias de funciones obtenidas dilatando y trasladando una función átomo (o una cantidad finita de funciones) a lo largo de un conjunto de puntos que no pertenecen necesariamente a un reticulado. Se presenta una regla de transformación que provee un método para construir marcos y bases de Riesz para los espacios generados por estas familias y se estudian sus marcos duales.

Autores: Hugo Aimar, Ana Bernardis, Luis Nowak

Lugar: Dpto. de Matemática, Universidad Nacional del Comahue, Neuquén- Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral, IMAL, Santa Fe

Expositor: Luis Nowak

Equivalencia de bases de Haar asociadas a diferentes familias diádicas

Abordamos el estudio de la equivalencia, en el sentido de equivalencia de bases de Schauder como es definido en [4] (o en [3]), de bases de tipo Haar construidas sobre diferentes familias diádicas en espacios de tipo homogéneo. En el caso euclídeo es fácil construir simples perturbaciones de cubos diádicos en \mathbb{R}^n , como imágenes de los intervalos diádicos usuales a través de funciones bi-Lipschitz. Precisamente, si F es un mapeo bi-Lipschitz de \mathbb{R}^n sobre \mathbb{R}^n y si $Q_{\vec{k}}^j$ son los cubos diádicos usuales, con $\vec{k} = (k_1, \dots, k_n) \in \mathbb{Z}^n$ y $j \in \mathbb{Z}$, entonces la familia $\{F(Q_{\vec{k}}^j) : j \in \mathbb{Z}, \vec{k} \in \mathbb{Z}^n\}$ comparte ciertas propiedades geométricas con la familia de los cubos diádicos usuales. Es de alguna manera natural esperar que en algún sentido un sistema de Haar en $L^2(\mathbb{R}^n)$ soportado en la familia $\{F(Q_{\vec{k}}^j) : j \in \mathbb{Z}, \vec{k} \in \mathbb{Z}^n\}$ sea equivalente al sistema de Haar soportado en la familia $\{Q_{\vec{k}}^j : j \in \mathbb{Z}, \vec{k} \in \mathbb{Z}^n\}$. Un contexto muy general de sistemas de Haar definidos sobre diferentes familias diádicas es proporcionado por la construcción de Christ dada en [2] y los sistemas de Haar definidos sobre ellos en el contexto de espacio de tipo homogéneo. En efecto, el algoritmo de construcción de los cubos de Christ se basa en procesos de selección de puntos sobre una familia fija de redes. Tal selección, si bien está condicionada por la métrica subyacente en el espacio, no es única y por lo tanto se pueden construir en general diferentes descomposiciones del espacio en cubos de Christ.

Abordaremos en este trabajo el problema de buscar condiciones geométricas sobre dos familias diádicas \mathcal{D}_1 y \mathcal{D}_2 tales que sistemas de tipo Haar \mathcal{H}_1 y \mathcal{H}_2 asociados a las familias \mathcal{D}_1 y \mathcal{D}_2 respectivamente sean equivalentes sobre los espacios de Lebesgue pesados $L_w^p(X, \mu)$, $1 < p < \infty$ cuando el peso w pertenece a la clase de pesos de

Muckenhoupt A_p . Una herramienta central en este caso es una desigualdad de tipo Fefferman–Stein y otra es la caracterización de los espacios de Lebesgue pesados via coeficientes de Haar.

Bibliografía.

- [1] H. Aimar, A. Bernardis and L. Nowak, *Equivalence of Haar bases associated to different dyadic systems*, En prensa en Journal of Geometric Analysis.
- [2] M. Christ, *A $T(b)$ theorem with remarks on analytic capacity and the Cauchy integral*, Colloq. Math. **60/61** (2) (1990), 601–628.
- [3] S. Konyagin and V. Temlyakov, *A remark on greedy approximation in Banach spaces.*, East Journal on Approx., **5**(3)(1999), 365–379.
- [4] R. Young, *An introduction to nonharmonic Fourier series*, Academic Press. 1980.

Autores: Nowak Luis, Pradolini Gladis, Ramos Wilfredo

Lugar: IMAL, Santa Fe

Expositor: Ramos Wilfredo

Desigualdades en norma y wavelets en espacios de exponente variable $L^{p(\cdot)}$ de espacios de tipo homogéneo

Para $p : \mathbb{R}^n \rightarrow [1, \infty]$ medible se define el espacio de Lebesgue de exponente variable $L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^n)$ como el espacio de funciones $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ medibles tales que

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\mathbb{R}^n)} = \inf\{\lambda > 0 : \int_{\mathbb{R}^n} \left(\frac{f(x)}{\lambda}\right)^{p(x)} dx \leq 1\} < \infty.$$

Mitsuo Izuki en [5] prueba una caracterización de este espacio mediante el operador $Vf(x) = \left(\sum |\langle f, \psi_{j,k}^l \rangle \psi_{j,k}^l(x)|^2\right)^{\frac{1}{2}}$ donde $\{\psi_{j,k}^l(x) = 2^{\frac{jn}{2}} \psi^l(2^j x - k), (l, j, k) \in \{1, \dots, l\} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^n\}$ es un conjunto de wavelets cumpliendo ciertas condiciones de regularidad y la función exponente $p(\cdot)$ cumple propiedades que garantizan la acotación de un operador maximal.

En el contexto de espacios de tipo homogéneo (espacios métricos con medida) se pueden definir wavelets de tipo Haar sobre familias diádicas, cf. [1], o wavelets más generales equivalentes al sistema de Haar, cf. [2].

En este trabajo se generaliza el resultado en [5] al contexto de los espacios de tipo homogéneo, haciendo uso de propiedades de operadores maximales y un teorema de extrapolación, cf. [3], [4].

Bibliografía.

- [1] Aimar H.; Bernardis A.; Iafei B. *Multiresolution approximation and unconditional bases on weighted Lebesgue spaces on spaces of homogeneous type*. Journal of Approximation Theory 148 (2007) 12-34.

- [2] Aimar H.; Bernardis A.; Nowak L., *Dyadic Fefferman-Stein inequalities and the equivalence of Haar bases on weighted Lebesgue spaces*. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A. vol.141. 2011.
- [3] L. Diening, *Maximal function on Musielak-Orlicz spaces and generalized Lebesgue spaces*. Bull. Sci. Math. 129 (2005), 657-700.
- [4] P. Harjuleto; P. Hästö; Mikko Pere, *Variable Exponent Lebesgue Spaces on Metric Spaces: The Hardy-Littlewood Maximal Operators* Real Anal. Exchange 30 (2004/05) 87-104.
- [5] Mitsuo Izuki, *Wavelets and modular inequalities in variable L^p sapaces*. 2007.

Autores: Héctor H. Cuenya, Claudia N. Rodriguez
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto. Río Cuarto
Expositor: Claudia N. Rodriguez

Diferenciabilidad y mejor aproximación local en varios puntos. Caso múltiplo

Sean $k, n \in \mathbb{N}$, $A = \{x_1, \dots, x_k\} \subset \mathbb{R}$, y Π^n el espacio de polinomios algebraicos de grado a lo sumo n . Si f es una función continua en un entorno V del conjunto A , para $1 < p < \infty$ y $\epsilon > 0$ consideramos $P_\epsilon \in \Pi^n$ el mejor aproximante de f en $I_\epsilon = \cup_{i=1}^k (x_i - \epsilon, x_i + \epsilon) \subset V$ con la norma $\|\cdot\|_{p, I_\epsilon}$, o sea P_ϵ minimiza

$$\|f - P\|_{p, I_\epsilon} = \left(\sum_{i=1}^k \int_{x_i - \epsilon, x_i + \epsilon} |(f - P)(x)|^p dx \right)^{1/p}, P \in \Pi^n.$$

Cuando el $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} P_\epsilon$ existe, éste es llamado el mejor aproximante local.

Suponemos $n = kq$. Es bien conocido que si f es $q - 1$ veces diferenciable en los puntos x_i , el mejor aproximante local existe y es el polinomio interpolador de Hermite de f en A , es decir, $H^{(j)}(x_i) = f^{(j)}(x_k), 0 \leq j \leq q - 1, 1 \leq i \leq k$.

En este trabajo nosotros probamos que si f es $q - 2$ veces diferenciable en los puntos x_i y existen las derivadas laterales de orden $q - 1$ en los x_i , entonces el mejor aproximante local existe y es el promedio de los polinomios interpoladores de Hermite izquierdo y derecho. Los casos $p = 1$ y $p = \infty$ son también considerados.

En el caso particular que $p = 2, k = 1$, y bajo la suposición de que existan las derivadas laterales de f hasta el orden $q - 1$ en el punto x_1 , probamos que la condición de ser diferenciable hasta el orden $q - 2$ es también necesaria para que exista el mejor aproximante local.

Autores: H. Cuenya, F. Levis, C. Ridolfi

Lugar: Universidad Nacional de San Luis- Universidad Nacional de Río Cuarto

Expositor: C. Ridolfi

Mejor Aproximación Local en Espacios de Orlicz

Sea (X, \mathcal{B}, m) un espacio de medida de Lebesgue en \mathbb{R} , donde X es un conjunto abierto y acotado. Sea $\phi : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, una función convexa con $\phi(x) = 0$ sólo en $x = 0$. Consideramos el espacio de Orlicz

$$L^\phi(X) := \left\{ f \text{ medible} : \int_X \phi(\alpha|f(x)|) dm(x) < \infty, \text{ para algún } \alpha > 0 \right\}$$

con la norma de Luxemburg

$$\|f\|_{\phi, X} := \inf \left\{ \lambda > 0 : \int_X \phi \left(\frac{|f(x)|}{\lambda} \right) dm(x) \leq 1 \right\}.$$

Dado $\{x_1, \dots, x_n\} \subset X$, para cada $\delta > 0$ sea $V_k(\delta) \in \mathcal{B}$ un entorno de x_k . Consideramos la red $V_\delta = \cup_{k=1}^n V_k(\delta)$ y supongamos $\sup_{y \in V_k(\delta)} \{|x_k - y|\} \rightarrow 0$ cuando $\delta \rightarrow 0$, $1 \leq k \leq n$. Si $f \in L^\phi(X)$ y $S \subset L^\phi(X)$ es un subespacio de dimensión finita, denotamos por g_δ a un mejor aproximante de f por elementos de S , con respecto a la norma $\|\cdot\|_{\phi, V_\delta}$, esto es,

$$\|f - g_\delta\|_{\phi, V_\delta} \leq \|f - h\|_{\phi, V_\delta}, \text{ para todo } h \in S.$$

Si cualquier red g_δ converge a un mismo límite en S cuando $\delta \rightarrow 0$, este límite se llama el *mejor aproximante local de f por elementos de S sobre $\{x_1, \dots, x_n\}$* .

Cuando algunos puntos x_k son más importantes que otros, se puede reflejar esta importancia en la velocidad de convergencia de los entornos $V_k(\delta)$. En un trabajo previo, se ha estudiado la existencia y caracterización el mejor aproximante local de f por elementos de S , cuando estos entornos son balanceados.

Nosotros aquí probamos la existencia y caracterización del mejor aproximante local de f por elementos de S , cuando los entornos no son balanceados.

Autores: Albina Priori, Héctor Cuenya, Fabián Levis
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto
Expositor: Albina Priori

Mejor aproximación simultánea local en varios puntos

Sean $k \in \mathbb{N}$, $x_j \in \mathbb{R}$, $1 \leq j \leq k$, e $I = \bigcup_{j=1}^k B_j$, donde $B_j \subset \mathbb{R}$ son intervalos cerrados y disjuntos dos a dos, centrados en x_j y de radio $\beta > 0$. Para $s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ denotemos por $C^s(I)$ al espacio de funciones reales definidas sobre I con derivadas continuas hasta el orden s . Consideremos $C^0(I)$ con la siguiente norma $\|h\| := \left(\int_I |h(t)|^p \frac{dt}{|I|} \right)^{\frac{1}{p}}$, $1 < p < \infty$, donde $|I|$ representa la medida de Lebesgue de I . Para $0 < \epsilon \leq 1$, sea $\|\cdot\|_\epsilon$ la seminorma sobre $C^0(I)$ definida por $\|h\|_\epsilon = \|h^\epsilon\|$, donde $h^\epsilon(t) = h(\epsilon(t - x_j) + x_j)$, $t \in B_j$.

Dado $n \in \mathbb{N}$, consideremos Π^n la clase de polinomios de grado a lo sumo n , y suponemos $n + 1 = kq + r$, $0 \leq r \leq k - 1$. Sean f_1 y $f_2 \in C^0(I)$, $0 < \epsilon \leq 1$ y $P_\epsilon \in \Pi^n$ el mejor aproximante (l_∞, L_p) -simultáneo (m.a.s.) a f_1 y f_2 desde Π^n respecto $\|\cdot\|_\epsilon$, es decir,

$$\max\{\|f_1 - P_\epsilon\|_\epsilon, \|f_2 - P_\epsilon\|_\epsilon\} = \inf_{P \in \Pi^n} \max\{\|f_1 - P\|_\epsilon, \|f_2 - P\|_\epsilon\}.$$

Si la red $\{P_\epsilon\}$ tiene un límite, cuando $\epsilon \rightarrow 0$, entonces decimos que el límite es el mejor aproximante local (l_∞, L_p) -simultáneo de f_1 y f_2 desde Π^n sobre $\{x_1, \dots, x_k\}$.

Se probó el siguiente resultado de interpolación: el (l_∞, L_p) -m.a.s. a dos funciones $f_1, f_2 \in C^0(I)$, interpola a una combinación convexa de cualquier extensión continua de f_1 y f_2 en al menos $n + 1$ puntos de la cápsula convexa de I . Este resultado permite ver que la red $\{P_\epsilon\}$ es uniformemente acotada sobre compactos, cuando $f_1, f_2 \in C^{n+1}(I)$. Bajo ciertas condiciones sobre las funciones se obtuvo la existencia y caracterización del mejor aproximante local (l_∞, L_p) -simultáneo de f_1, f_2 desde Π^n sobre $\{x_1, \dots, x_k\}$.

Aplicaciones de la Matemática ⁷

⁷Coordinan: Rubén Spies y Pablo Lotito

Autores: Juan Miguel Medina, Bruno Cernuschi Frías
Lugar: IAM-CONICET y Universidad de Buenos Aires
Expositor: Juan M. Medina

A Kramer type Sampling Theorem for a Class of Random Processes

The classical Kramer sampling theorem is a universal method to obtain orthogonal sampling formulas [1] [2]. Kramer's result proves a sampling formula which holds in the range space of a linear integral transformation defined in a suitable Lebesgue space $L^2(\mathbb{R}, \mu)$. This contains the classical Shannon sampling theorem for band limited functions. Sampling formulas are very useful in the context of signal processing theory. In this work we prove an analogous result for finite variance random signals defined over a probability space (Ω, \mathcal{F}, P) , of the form

$$Y(t) = \int_U k(x, t) dM(x), t \in \mathbb{R},$$

where M is an orthogonal random measure, and k and U are an appropriate measurable function and set respectively. A converse of this result is also discussed, that is: under suitable conditions on the sampling scheme we obtain a Riesz basis of the closed linear span of the whole process $\{Y_t\}_t$ in $L^2(\Omega, \mathcal{F}, P)$. This contains as particular cases some classical related results for stationary random processes .

Bibliografía.

- [1] H.P. Kramer, "A generalized Sampling theorem", *J. Math Phys.* , 63, 68-72, 1957.
 - [2] M.Z. Nashed and G.G. Walter, "Reproducing kernel Hilber spaces from sampling expansions", *Contemp. Math.*, 190, 221-226, 1995.
-

Autores: Averbuj, Corina; Vampa, Victoria
Lugar: Centro de Investigación en Economía Teórica y Matemática Aplicada, EEN-UNSAM y Depto de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas UNLP
Expositor: Averbuj, Corina

Soluciones aproximadas al problema de Evolución asociado a modelos tipo Black-Scholes con costos de transacción

A partir del modelo presentado por Black y Scholes (1973) para valorar opciones, se ha observado un creciente interés en estudiar modelos que provienen de la Matemática Financiera, especialmente para valorar instrumentos derivados. El estudio de estos problemas nos conduce a plantear ecuaciones diferenciales en derivadas parciales del tipo parabólicas.

Se supone inicialmente, que el retorno del activo subyacente a la opción sigue un proceso estocástico de Ito (en particular un movimiento geométrico Browniano) dado

por

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dZ$$

donde μ y σ son parámetros constantes. Si $F(S, t)$ es el precio de la opción de compra europea que depende del activo subyacente S y del tiempo t , se puede ver que $F(S, t)$ satisface la siguiente ecuación parabólica antidifusiva:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + rS \frac{\partial F}{\partial S} - rF = 0$$

Con condiciones de contorno: $F(S, T) = \max(S - K, 0)$, $F(0, t) = 0$, $F(S, 0) \sim S$ cuando S es suficientemente grande.

Empíricamente, se ha observado que la serie de tiempo histórica de los retornos del precio de la acción, cuando cotiza en el mercado de capitales, tiene un “sesgo” respecto a la propuesta por B-S. Por ello, se comenzó a estudiar variantes del modelo clásico.

Un supuesto clásico en la resolución del modelo inicial de Black y Scholes (1973) es el revalúo continuo de la cartera del inversor. Esta dinámica implica costos de transacción, debido a la compra/venta de los activos necesarios para mantener el equilibrio de la cartera. Numerosos autores (Leland, 1985) han estudiado modelos que incluyen costos de transacción proporcionales a la cantidad de activos. La existencia de economías de escala hace que los costos sean distintos para diferentes propietarios del portafolio. En general, cuanto mayor es la cantidad de activo que necesite comercializar, menos significativos serán los costos de transacción, por ello en (Amster, Averbuj, Rial, 2005) se ha propuesto que los costos de transacción se comporten como una función lineal decreciente dependiente de la cantidad de activo comercializado para mantener el valor esperado de la cartera en equilibrio y se ha probado la existencia de solución analítica.

Bajo estos supuestos, el problema de evolución está dado por

$$(1) \quad \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} - a \left| \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \right| \sigma S^2 \sqrt{\frac{2}{\pi \delta t}} + b\sigma^2 S^3 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \right)^2 + rS \frac{\partial F}{\partial S} - rF = 0$$

Se estudian y analizan distintos modelos numéricos para hallar soluciones aproximadas al problema presentado.

Se muestran en este trabajo resultados obtenidos en la experimentación numérica para algunos casos particulares del problema (1), con condiciones de Dirichlet adecuadas.

Autores: Fabio M., Figliola A., Rosenblatt M., Serrano E.
Lugar: Centro de Matemática Aplicada - UNSAM
Expositor: Fabio M.

Análisis de una serie econométrica utilizando una especial familia de wavelets

En esta comunicación se expone la aplicación de una wavelet ortogonal del tipo Meyer-Malvar, especialmente diseñada sobre el dominio de las frecuencias, ya presentadas en una comunicación anterior, [1] y [2].

Se procesa, una serie econométrica $p(t) > 0$, que refleja el comportamiento promedio diario del precio de la acción de las treinta compañías más importantes de Estados Unidos y la correspondiente serie de retornos

$$r(t) = \log \left(\frac{p(t+1)}{p(t)} \right).$$

Se presenta un algoritmo basado en la FFT para el cómputo de los coeficientes wavelet, que reemplaza al tradicional algoritmo de Malat, manteniendo la misma complejidad.

Refinando la localización en frecuencia mediante la utilización de sub-wavelets [3], detectamos las eventuales componentes cuasi-monocromáticas significativas y caracterizamos sus amplitudes y frecuencias instantáneas.

También, se analiza la regularidad Hölder puntual de las series mencionadas mediante la técnica de *wavelet leaders* [4].

Se exponen y correlacionan los resultados obtenidos y extraen conclusiones acerca del proceso representado por la serie.

Bibliografía.

- [1] E. Serrano, M. Fabio, *Diseño de funciones elementales combinando el uso de la Transformada Wavelet y la Transformada de Hilbert*, LX UMA 2010.
- [2] Y. Meyer, *Wavelets, Algorithms and Applications*, SIAM, Philadelphia, 1993.
- [3] E. Serrano, M. Fabio, A. Aragón, *Caracterización de la frecuencia instantánea en señales tipo pasa-banda*, Proceedings III MACI, 2011.
- [4] B. Lashermes, S. Jaffard, P. Abry, *Wavelet Leaders in Multifractal Analysis*, Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Sp. and Sig., 2008.

Autores: Galdeano, Patricia, Quintas, Luis
Lugar: Universidad Nacional de San Luis, Departamento de Matemática, San Luis
Expositor: Galdeano, Patricia

Soluciones para un juego cooperativo con transferencia de información

En esta comunicación se presenta un problema de decisión sobre el valor de la información en un modelo cooperativo. Hay un agente (el innovador), que tiene información relevante que puede vender a algunos potenciales compradores (los usuarios).

Estos potenciales usuarios comparten un mercado. La utilidad prevista de cada uno de ellos es mejorada obteniendo la información. La situación entera se modela como un juego cooperativo de $(n+1)$ persona.

Se supone: Un mercado fijo, donde ningún agente puede ingresar o retirarse del mercado durante todo el juego y los usuarios que adquieren la información hacen uso de ella.

Se define la función característica del juego donde nada se sabe de la actitud de los jugadores ajenos a la coalición pero, adoptando el principio de la prudencia, se asigna a cada coalición la utilidad que obtendría en el peor escenario posible, además se estudian las propiedades de la función característica de este juego. La cual satisface una versión débil de superaditividad, a saber 0-monotónica. El juego se demuestra ser monotónico.

Se estudian y computan soluciones del juego como el Core y el valor de Shapley y se determina la relación entre estas soluciones. También se estudian los casos límite cuando los compradores potenciales están totalmente informados o mal informados; que incluye los juegos del Big Boss Games (Muto y otros (1988)) y otros casos límite. Se ve que el Core no es vacío comprobando que el Valor de Shapley pertenece al Core.

Autores: N. Iris Auriol, Ezio Marchi

Lugar: Universidad Nacional de San Luis, San Luis

Expositor: N. Iris Auriol

Una noción de dominación en familias de juegos

Este trabajo está motivado por los juegos biformes que introdujeron Brandenburger and Stuart [1] como una forma de modelar juegos que involucran acciones estratégicas y comportamientos competitivos. En este modelo de juegos a cada perfil de estrategias elegido por los jugadores le corresponde un juego cooperativo. Se obtiene entonces, en esta etapa (cooperativa), un conjunto de juegos cooperativos. Con el objeto de que los participantes puedan comparar imputaciones pertenecientes a juegos diferentes, nosotros hemos introducido dos posibles generalizaciones del concepto de dominación de von Neumann and Morgenstern [2]. Así el conjunto de imputaciones no dominadas se puede considerar como una especie de core' del juego biforme.

Estas nociones de dominación pueden aplicarse a una familia de juegos cooperativos que no necesariamente forme parte de un juego biforme, siempre que el conjunto de participantes permanezca invariable.

Presentamos aquí resultados que dan condiciones necesarias y/o suficientes para que una imputación sea no dominada, y también incluimos ejemplos ilustrativos.

Aunque no usamos los índices de confianza que forman parte de la definición de un juego biforme éstos podrían usarse para definir el pago a cada jugador, una vez obtenido el conjunto de estrategias no dominadas.

Bibliografía.

- [1] Brandenburger, A. and Stuart, H. W., Jr., *Biform Games*, Management Science, vol. 53, N° 4, 2007, 537-549
- [2] Von Neumann, J., and Morgenstern, O., *Theory of Games and Economics Behavior*, Princeton University Press, 1944

Autores: Noelia Juarez, Jorge Oviedo

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL y CONICET), San Luis

Expositor: Noelia Juarez

Propiedades del modelo de asignación bilateral uno-a-uno con indiferencias

En este trabajo estudiamos el modelo de asignación bilateral uno-a-uno donde los agentes tienen preferencias no estrictas o con indiferencias (simplemente modelo con indiferencias). Últimamente han surgido problemas donde se muestra la necesidad de estudiar el modelo con indiferencias. Un ejemplo es el ingreso de alumnos de nivel inicial (o medio) a la escuela (ver Referencias), las escuelas priorizan a los alumnos con algún criterio (cercanía o zona de influencia, etc.) sin embargo puede haber indiferencias en estos ordenes de prioridad.

El modelo con indeferencias es una generalización del modelo (de asignación bilateral uno-a-uno) donde los agentes tienen preferencias estrictas o sin indeferencias. Hay ejemplos con preferencias no estrictas donde no valen resultados del modelo sin indiferencias. Damos una condición suficiente en el modelo con indiferencias bajo la cual, se pueden generalizar algunos resultados del modelo con preferencias estrictas, en particular mostramos la validez del teorema del single y teorema de reticulado.

Bibliografía.

- [1] Abdulkadiroğlu, Atila, Parag A. Pathak, y Alvin E. Roth, 2005. "The New York City High School Match," American Economic Review, **95**, 364-367.
- [2] Abdulkadiroğlu, Atila, Parag A. Pathak, y Alvin E. Roth, 2009. "Strategy-proofness versus Efficiency in Matching with Indifferences: Redesigning the NYC High School Match," American Economic Review, **99**, 1954-1978.
- [3] Abdulkadiroğlu, Atila, Parag A. Pathak, Alvin E. Roth, y Tayfun Sönmez, 2005. "The Boston Public School Match," American Economic Review, **95** 368-371.
- [4] Abdulkadiroğlu, Atila, Parag A. Pathak, Alvin E. Roth, y Tayfun Sönmez, 2006. "Changing the Boston School Choice Mechanism: Strategy-proofness as Equal Access", mimeo
- [5] Pathak, Parag A. y Tayfun Sönmez (2011) "School Admissions Reform in Chicago and England: Comparing Mechanisms by their Vulnerability to Manipulation" NBER Working Paper 16783.

Autores: María Evangelina Alvarez, Silvia Di Marco, Katrin Eldrenbruch, Mabel Tidball
Lugar: CONICET–FCEIA, Universidad Nacional de Rosario
Expositor: María Evangelina Alvarez

Evaluación de ciertas estrategias impulsionales mixtas en problemas de gestión de recursos naturales

En los modelos de gestión de recursos naturales renovables – ver [1, 2, 3] – se consideran usualmente dos tipos bien diferentes de extracciones. En un modelo de evolución temporal continua puede considerarse que en cada instante se extrae una porción de población de manera que la medida de la misma nunca cambia abruptamente. El segundo tipo son las políticas impulsionales: en ciertos instantes privilegiados una cantidad de población es extraída, produciendo cambios abruptos; excepto en esos instantes, la población se deja evolucionar naturalmente. Un control mixto impulsional-continuo será uno que combine ambas acciones.

En el modelo clásico que propone Clark, ver [1], la cantidad del recurso bajo explotación es gobernado por $\frac{dy}{ds}(s) = ay(s)(1 - \frac{y(s)}{K}) - \alpha(s)$, $y(0) = x$. El término $ay(s)(1 - \frac{y(s)}{K})$ corresponde a la evolución natural, conocida como función logística, y $\alpha(\cdot)$ es la tasa de extracción del recurso. Allí se considera que en cada instante la extracción del recurso produce una ganancia que depende de la cantidad de bien disponible y la velocidad de extracción, a la que se aplica un factor de descuento. Eso resulta en un criterio $J(x, \alpha(\cdot)) = \int_0^{\infty} (p - c(x))\alpha(s)e^{-\lambda s} ds$. El problema consiste en encontrar, si existe, $\alpha^*(\cdot)$ tal que $J(x, \alpha^*(\cdot)) = \max_{\alpha(\cdot)} J(x, \alpha(\cdot))$. Las suposiciones sobre los datos, conducen a que se trate de un problema singular. La ecuación de Euler resulta una ecuación algebraica con solución única, la cual es un nivel de población estable que se recomienda alcanzar lo más rápido posible y mantener a lo largo del tiempo. Cuando los controles, que actúan como velocidades, no están acotados, no queda determinado el control que produce el acercamiento más rápido. El caso límite parecería ser el que produce un control mixto que salta instantáneamente a esa trayectoria estable en $t = 0$. En la extracción de agua subterránea para riego-utilización humana la extracción se hace tanto de manera continua como impulsional; la evolución natural en ese caso está comandada por una *función lineal truncada*. Para estas dinámicas y ganancias se busca comparar la ganancia obtenida cuando se utilizan sólo controles continuos o sólo controles impulsionales, con la que se obtiene si se tiene la posibilidad de usar ambos.

Bibliografía.

- [1] Colin Clark, *Mathematical bioeconomics. Optimal Management of renewable resources*, Wiley, Second Edition, 2005
- [2] Colin Clark, *Mathematical bioeconomics. The mathematics of conservation*, Wiley, Third Edition, 2010

- [3] Michel De Lara, Luc Doyen, *Sustainable Management of Natural Resources, Mathematical Models and Methods*, Springer-Verlag, 2008.

Autores: Mercedes Pérez Millán, Alicia Dickenstein, Anne Shiu, Carsten Conradi
Lugar: Dto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires (Ciudad Autónoma de Buenos Aires)
Expositor: Mercedes Pérez Millán

Ideales tóricos en los estados de equilibrio del sistema de fosforilaciones con distintos sitios posibles

En este trabajo mostramos que los estados de equilibrio de los sistemas de reacciones químicas asociados a las fosforilaciones de una proteína con distintos sitios posibles, bajo la suposición de un mecanismo distributivo secuencial, se pueden describir por ecuaciones binomiales, y por lo tanto pueden ser parametrizados explícitamente por monomios. Este resultado está implícito en el trabajo de Wang y Sontag (2008) y es un caso particular de los sistemas analizados en Thomson y Gunawardena (2009). Además, damos condiciones suficientes para que un sistema de reacciones químicas cualquiera pueda tener esta propiedad. Los llamamos sistemas de reacciones químicas con estados de equilibrio tóricos.

Bibliografía.

- M. Thomson and J. Gunawardena, 2009. *The rational parameterisation theorem for multisite post-translational modification systems*. J. Theor. Biol. 261(4), 626–636.
- L. Wang and E. Sontag, 2008. *On the number of steady states in a multiple futile cycle*. J. Math. Biol. 57(1), 29–52.

Autores: Eduardo Philipp, Elina Mancinelli
Lugar: Universidad Nacional de Rosario - Rosario, Santa Fé, Argentina
Expositor: Eduardo Philipp

Resolución de un problema de control óptimo con restricciones de estado y saltos en la dinámica como límite de una familia de problemas regulares

Consideramos el siguiente problema de control en \mathbb{R}^n con saltos en la dinámica:

$$(C) \begin{cases} \dot{y}(t) = f(y(t), \alpha(t)) + g(y(t)) \cdot \dot{u}(t) & t \in [0, T] \\ y(T) = x \end{cases}$$

donde

- la función de control $\alpha \in \mathcal{A}$.
- u una función de variación acotada.

- f, g están acotadas y son Lipschitz continuas.

Sea $H \subseteq \mathbb{R}^n$ un conjunto cerrado de restricciones de estado. Para $(x, T) \in H \times [0, +\infty)$ definimos el conjunto de trayectorias admisibles

$$S_{[0, T]}(x) = \{y/y \text{ solución de } (C) \text{ con } y(T) = x, y(s) \in H \text{ p.c.t. } s \in [0, T]\}$$

Definimos ahora el problema de control. Dada Φ continua y acotada tal que existe $M_0 < 1$ tal que

$$|\Phi| \leq M_0 \text{ en } H \text{ y } \Phi \equiv 1 \text{ en otro caso}$$

definimos la función valor

$$V(x, T) = \begin{cases} \inf_{y \in S_{[0, T]}(x)} \Phi(y(0)) & \text{if } S_{[0, T]}(x) \neq \emptyset \\ 1 & \text{if } S_{[0, T]}(x) = \emptyset \end{cases}$$

Consideramos una sucesión $\{u_k\}_k$ de funciones C^1 cuyo límite en c.t.p. es u y estudiamos las dinámicas regulares (C_k) que cada u_k determina. Tomando para cada k un cierto conjunto de restricciones de estado H_k más relajado, es decir, $H_{k+1} \subset H_k \forall k$ y $\lim_{k \rightarrow \infty} H_k = H$, obtenemos en primer lugar una noción satisfactoria de solución de la dinámica (C) y consistente con aquella investigada por DalMasó-Rampazzo (1991) a través de la técnica de completación del gráfico. En segundo lugar probamos la existencia de un control y una trayectoria óptimas para el problema (C) como el límite de una sucesión de pares óptimos para cada (C_k) .

Bibliografía.

- [1] O. Bokanowski, N. Forcadel, H. Zidani, *Deterministic state constrained optimal control problems without controllability assumptions*. Mathematics Subject Classification. 35B37, 49J15, 49Lxx, 49J45, 90C39. 1991.
- [2] A. Bressan, F Rampazzo, *Impulsive control systems with commutative vector fields*. Journal of optimization theory and applications. Vol. 71, No. 1, 1991.
- [3] G. Dal Maso y F. Rampazzo, *On systems of ordinary differential equations with measures as controls*, Diff. and int. equations, Vol. 4. Number 4, July 1991, 739-765.
- [4] E. Philipp, *Problemas de control óptimo con restricciones de estado para sistemas que involucran medidas de Radon*. Tesina de grado - FCEIA - UNR - Argentina - Marzo 2010.
- [5] J.P. Raymond, *Optimal control problems in spaces of functions of bounded variation*, Differential and Integral Equations 10, p. 105-136, 1997.

Autores: Antonio SÁngari
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Expositor: Antonio SÁngari

Cálculo de una viga con la teoría de Timoshenko

En este trabajo se presenta un método de resolución de un problema de una viga tratada usando la teoría de elasticidad de Timoshenko. En la modelización se estudia una viga que consta de varias rótulas con restricciones elásticas, sometida a una carga distribuida a lo largo y a una distribución de fuerzas axiales. También se tiene en cuenta restricciones elásticas de rotación y de traslación. Se muestran resultados numéricos para algunos casos particulares.

Autores: Romina Cardo, Álvaro Corvalán
Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento. (Los Polvorines, Pcia de Buenos Aires)
Expositor: Romina Cardo

Reconocimiento de Potenciales Evocados de Origen Semántico mediante Filtros de Kalman y Algoritmos Q-Learning

Estudiamos aquí el problema de percibir la correlación entre las variaciones de parámetros numéricos de una red neuronal y la ocurrencia presunta de otro evento que involucra una subred de la misma y, en forma concomitante, el problema de enseñar a ciertas rutinas de software a realizar el reconocimiento automático de la respuesta de la subred a partir de los datos numéricos.

Esta es una tarea bastante general que ocurre en muchos contextos, e involucra simultáneamente cuestiones estadísticas y de procesamiento de señales, y por otra parte problemas algorítmicos relacionados a reconocimiento de patrones.

Por otra parte el ajuste no-lineal requerido para realizar un reconocimiento automático de la respuesta puede interpretarse como un problema de predicción secuencial bajo información incompleta -análogo a un problema de bandidos de n -brazos-, y encararse mediante algoritmos de aprendizaje por refuerzos disponiendo de un período de entrenamiento y datos lo bastante extensos.

El problema de la amortiguación de ruidos que puedan afectar a la señal se realiza mediante la utilización de filtros tipo Kalman, como herramienta para estimar respuestas evocadas en las sub-redes de reconocimiento semántico, a pesar de que la observación directa no está disponible. y se propone una implementación en Matlab de un algoritmo Q-Learning que trabaja no sobre mediciones directas, sino sobre un mapeo del mismo, donde el filtrado de las ondas permite una representación posiblemente menos aguda pero más robusta de la respuesta.

Conferencia Invitada

Elvio A. Pilotta

FaMAF (UNC) - CIEM (CONICET), Córdoba

El problema de Fermat-Weber y un algoritmo para un problema de localización

Este problema consiste en encontrar un punto en \mathbb{R}^n que minimice la suma de las distancias ponderadas de m puntos dados en \mathbb{R}^n no colineales. Una formulación para el caso bidimensional fue propuesta inicialmente por Fermat (con 3 puntos) y estudiada por Torricelli y Simpson, usando argumentos geométricos. Posteriormente, a comienzos del siglo XX, el economista alemán Alfred Weber planteó el problema de localización óptima de una fábrica que se abastece de materia prima de ciertos depósitos y que desea vender sus productos en el mercado de manera que se minimice el costo total del transporte, que se supone proporcional a las distancias recorridas y a la carga transportada. Algunas décadas después, se propuso un algoritmo de punto fijo para resolver el problema de Fermat-Weber, aunque el análisis de convergencia ha sido tema de estudio desde entonces. Además, se han propuesto diferentes variantes del método original que son de interés no sólo como problema matemático sino también por sus aplicaciones a problemas de la vida real.

Una variante interesante es el caso del problema de Fermat-Weber con restricciones y/o barreras. Particularmente proponemos un nuevo método basado en el algoritmo de Weiszfeld para el que mostramos resultados de convergencia bajo hipótesis adecuadas. Además, probamos resultados de factibilidad y optimalidad en el punto límite de la sucesión generada por este nuevo algoritmo. Mostramos también algunos experimentos numéricos para validar el método propuesto.

Bibliografía.

[1] R. Andreani, S. Castro, J. Chela, A. Friedlander, S. Santos, *An inexact-restoration method for nonlinear bilevel programming problems*, *Comput. Optim. Appl.*, DOI 10.1007/s10589-007-9147-4, 2007.

[2] J. M. Martínez, E. A. Pilotta, *Inexact Restoration methods for nonlinear programming: advances and perspectives*, *Optimization and Control with Applications*, Applied Optimization Series, Chapter 12, pp. 271–292, Springer, 2005.

Trabajo realizado en colaboración con Germán Torres.

Autores: Damián Fernández, Elvio A. Pilotta, Germán A. Torres
Lugar: FaMAF, Córdoba
Expositor: Germán A. Torres

Un nuevo método de tipo Lagrangiano aumentado inexacto

Los métodos de Restauración Inexacta (IR) para programación no lineal fueron introducidos en [1], los cuales generan iterativamente una sucesión de aproximaciones de la solución. Cada iteración consiste en dos fases: una de restauración, en la cual se mejora la factibilidad, y otra de minimización en la cual se mejora la optimalidad en una aproximación tangente del conjunto factible.

El método de Programación Cuadrática Secuencial Estabilizada (sSQP) fue estudiado por Wright [2] y es una modificación del método de Programación Cuadrática Secuencial para tratar problemas con restricciones degeneradas. Resultados recientes han mostrado que sSQP es cuadráticamente/superlinealmente convergente cerca de la solución con multiplicadores de Lagrange que satisfacen condiciones de segundo orden.

En este trabajo desarrollamos un método híbrido que combina dos estrategias en Optimización: Lagrangiano aumentado y Programación Cuadrática Secuencial Estabilizada (sSQP), para tomar ventaja de sus aspectos individuales. Por una parte, se tiene un buen comportamiento local de sSQP, aún teniendo restricciones degeneradas, y por otro lado se tiene convergencia global del método de Lagrangiano aumentado, de manera de resolver correctamente los subproblemas mal condicionados para valores grandes del parámetro de penalización. Más aún, el esquema de Restauración Inexacta es computacionalmente atractivo, puesto que la fase de restauración es directa y en consecuencia sólo se requiere resolver problemas cuadráticos con restricciones lineales para obtener la solución inexacta del subproblema.

Bibliografía.

- [1] J. M. Martínez, E. A. Pilotta, *Inexact-restoration algorithm for constrained optimization*, J. Optim. Theory Appl., 104(1):135–163, 2000.
[2] S.J. Wright, *Superlinear convergence of a stabilized SQP method to a degenerate solution*, Computational Optimization and Applications, 11:253–275, 1998.

Autores: Jorgelina Walpen, Elina M. Mancinelli, Pablo A. Lotito
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario, Rosario
Expositor: Jorgelina Walpen

Sobre el problema de estimación de una matriz OD en una red congestionada

La modelización matemática del tráfico requiere una gran cantidad de datos sobre la red vial y sobre las demandas de transporte, esto último dado por una matriz origen

destino (OD). El objetivo es la estimación de una matriz OD (EMOD) para una cierta red de transporte congestionada, utilizando mediciones reales de flujo en determinados arcos del sistema y una matriz OD de referencia (matriz target). El problema consiste en encontrar una matriz OD, tal que cuando es asignada en la red, induzca flujos cercanos a los observados. En principio no se dispone de observaciones de tráfico en todos los arcos del sistema y aun disponiendo de datos exactos del tráfico en todos los arcos se tiene una gran cantidad de matrices OD que asignadas a la red producirían esos flujos, por ello la mayoría de los modelos utilizan una matriz OD objetivo (por ejemplo una antigua matriz OD de referencia u obtenida por otro medio).

El marco para la formulación de este problema es el de la programación matemática con restricciones de equilibrio. En este caso dichas restricciones corresponden a la versión determinística del problema de equilibrio del usuario de Wardrop (DUE) parametrizado en la variable demanda, que aparece como variable del nivel superior, donde tenemos el problema de ajuste de la matriz OD que combina información de anteriores estimaciones y mediciones actuales de la red. Éste último consiste en un problema de minimización que involucra una combinación lineal de métricas que evalúan las diferencias entre la matriz OD actual y la target y los flujos asociados a la demanda actual y los medidos.

Si formulamos nuestro problema EMOD sobre el espacio de flujos por ruta, resulta el problema de minimizar una función F que es suma de métricas donde las restricciones son: el problema de equilibrio del usuario de Wardrop y una restricción de no negatividad para las demandas.

El problema puede reformularse poniendo a la función objetivo como función implícita definida a partir de la solución de un problema de optimización. Esto conduce a un problema de optimización no lineal, en un solo nivel. Se hace un estudio exhaustivo de la función valor y la función argumento de valor óptimo para una implementación efectiva que tenga en cuenta las propiedades de dichas funciones.

Se presentan resultados numéricos de aplicación a redes pequeñas.

Bibliografía.

- [1] Chen Y., Florian M., (1996), *OD demand adjustment problem with congestion: Part I. Model Analysis and optimality conditions*, Advanced Methods in Transportation Analysis, Springer-Verlag, Berlin, pp.1-22.
- [2] CiudadSim: <http://www-rocq.inria.fr/metalau/ciudadsim/>
- [3] García-Ródenas R., Verastegui-Rayó D. (2006), *A column generation algorithm for the estimation of origin-destination matrices in congested traffic networks*, European Journal of Operational Research, ,pp.860-878.
- [4] Lotito P. (2006), *Issues in the Implementation of the DSD Algorithm*, EJOR, European Journal of Operational Research, Elsevier. ISSN: 0377-2217.
- [5] Lotito P., Mancinelli E., Quadrat J.P., Wynter L. (2003), *The Traffic Assignment Toolboxes of Scilab*, INRIA - Rocquencourt.
- [6] Lundgren J.T., Peterson A. (2008), *A Heuristic for the Bilevel Origin-Destination Matrix Estimation Problem*, Transportation Research Part B: Methodological, 42, 4, pp.339-354.
- [7] Patriksson M. (1994), *The Traffic Assignment Problem. Models and Methodes*, VSP BV, Utrecht.

Autores: V. Yanina González, Gustavo Gasaneo

Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, UNCuyo, Mendoza - Universidad Nacional del Sur/ CONICET, Bahía Blanca

Expositor: V. Yanina González

Estructura de la Función Sturmiana en la ecuación de Schrödinger

Una gran variedad de problemas físicos y/o matemáticos se formulan matemáticamente como problemas de autovalores del tipo de Sturm-Liouville. Algunos de los ejemplos más conocidos surgen de las ecuaciones de Laplace o de Helmholtz en diversos sistemas de coordenadas. En la mecánica cuántica, por ejemplo, la dinámica de dos partículas interactuantes se estudia mediante la ecuación de Schrödinger. En los casos en los que los potenciales poseen simetría esférica, tales como el oscilador armónico, o el potencial Coulombiano, las soluciones correspondientes a energías negativas están directamente asociados al problema de Sturm-Liouville.

Otro tipo importante de funciones que resultan de un problema de Sturm-Liouville son las Funciones Sturmianas Generalizadas (FSG) S_n [1,2]. Éstas son las soluciones de una ecuación del tipo de la de Schrödinger pero en la cual la energía del problema es fijada externamente. En particular, la ecuación radial correspondiente al problema de dos cuerpos es:

$$(2) \quad [T + U(r) - E] S_n(r) = -\beta_n V(r) S_n(r)$$

junto con las condiciones de borde

$$\begin{aligned} S_n(r=0) &= 0 \\ S_n(r \rightarrow \infty) &\rightarrow e^{-kr}, \quad k = \sqrt{-2\mu E} \end{aligned}$$

En la ecuación anterior, T es el operador de energía cinética, E la energía del sistema, U es denominado potencial auxiliar y V es el potencial generador. En la ecuación (2), β_n es el autovalor y $S_n(r)$ son las autofunciones del problema.

Sólo para algunos potenciales particulares, de la ecuación (2), existen soluciones analíticas. Por esta razón, es necesario desarrollar una técnica numérica que nos permita disponer de soluciones de dicha ecuación de manera general. En esta presentación desarrollaremos un método para dicho propósito. Mostraremos que, en general, la solución de la ecuación (2) tiene la forma

$$S_n(r) = \varphi(r) p_n(x(r))$$

donde $\varphi(r)$ es la parte de la solución que no depende del número cuántico n , y contiene las condiciones de borde; $p_n(x(r))$ es un polinomio de grado n , cuyos ceros determinan los nodos de la FSG, y $x(r)$ es una función $C^2([0, \infty))$. Ejemplificaremos el método a partir del estudio de diversos ejemplos.

Bibliografía.

[1] A. L. Frapiccini, V. Y. Gonzalez, J. M. Randazzo, F. D. Colavecchia, G. Gasaneo, *Int. J. Quantum Chem.*, vol 107, 832-844, 2007.

[2] J. M. Randazzo, L. U. Ancarani, G. Gasaneo, A. L. Frapiccini,¹ and F. D. Colavecchia, PRA 81, 042520, 2010.

Autores: María Beatriz Pintarelli, Fernando Vericat
Lugar: Facultad de Ingeniería - UNLP; Departamento de Matemática - Facultad de Ciencias Exactas - UNLP - La Plata
Expositor: María Beatriz Pintarelli

Ecuación de Klein-Gordon lineal como problema de momentos

Consideramos aquí la ecuación lineal de Klein Gordon

$$\frac{\partial^2 w(t, x)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w(t, x)}{\partial t^2} = aw(t, x) + bf(t, x) \quad (t, x) \in R^+ \times R^+ \quad (1)$$

con las condiciones de contorno

$$\begin{aligned} w(t, 0) &= g_1(t), & w(0, x) &= g_2(x) \\ \frac{\partial w(t, x)}{\partial t} \Big|_{t=0} &= g_3(x), & \frac{\partial w(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= g_4(t) \end{aligned}$$

En este trabajo aplicamos un enfoque, a nuestro entender novedoso, que combina técnicas de problema de momentos y transformación de Laplace para resolver este problema. Utilizando la transformada bidimensional de Laplace se transformará (1) en un problema de momentos de Hausdorff bidimensional. Se encontrará una solución aproximada y se acotará el error de la solución estimada utilizando las técnicas sobre problema de momentos bidimensional.

Además se mostrará que (1) es equivalente a resolver una ecuación integral de Fredholm de primera especie, la cual también se puede resolver como un problema de momentos de Hausdorff bidimensional.

Autores: Ana Rosso, Claudia Denner, Juan Cesco, Jorge Pérez
Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto. Río Cuarto. Córdoba
Expositor: Ana Rosso

El uso de funciones de Hermite para evaluar ciertas integrales de interés en Física Molecular

En cálculos moleculares, en los que se utiliza una base de funciones compuestas por orbitales 1s de Slater (STO) y 1s gaussianos (GTO), se necesita evaluar la energía coulombiana electrón-núcleo, la que viene expresada por:

$$V(\vec{R}) = \kappa \int_0^\infty \int_0^\infty \exp(-x^2)g(x)\exp(-w^2h(x))j_0(w)dx dw$$

definiendo

$$f(w) = \int_0^\infty \exp(-x^2)g(x)\exp(-w^2h(x))dx$$

resulta

$$V(\vec{R}) = \kappa \int_0^\infty f(w)j_0(w)dw$$

Debido a la complejidad de la función $f(w)$, no resulta sencillo la "evaluación numérica directa" de $V(\vec{R})$; se presentarán cálculos pilotos para mostrar esas dificultades.

Como alternativa se propone el desarrollo de la parte no oscilatoria del integrando, $f(w)$, por una suma finita de funciones ortogonales de Hermite ($\Phi_n(w)$), es decir:

$$f(w) \simeq \sum_{n=0}^M c_n \Phi_n(w)$$

con

$$c_n = \int_0^\infty f(w)\Phi_n(w)dw$$

y

$$\Phi_n(w) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{w^2}{2}} H_n(w)$$

donde $H_n(w)$ son los polinomios ortogonales de Hermite. Con esta aproximación el cálculo de la energía potencial resulta:

$$V(\vec{R}) \simeq \kappa \sum_{n=0}^M c_n \int_0^\infty \Phi_n(w)j_0(w)dw$$

donde

$$\int_0^\infty \Phi_n(w)j_0(w)dw$$

pueden calcularse de manera exacta.

Se estudia el comportamiento del error relativo que provee la aproximación con el fin de buscar estrategias de truncamiento en el desarrollo de $f(w)$ y realizar comparaciones con la estimación de la integral exacta.

Autores: Gabriela Vargas, Graciela A. González

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires- CONICET

Expositor: Gabriela Vargas

Control adaptativo para el oscilador de Colpitts modelado por un sistema continuamente diferenciable

Dado un sistema caótico, el problema de modificar su dinámica mediante alguna acción “pequeña” de control, explotando la riqueza propia del sistema, se enmarca en lo que se conoce como *control de caos*.

Nuestro objetivo es el control de caos en el oscilador de Colpitts. En un principio este oscilador fue modelado por un sistema de ecuaciones diferenciales C^1 a trozos, pero luego se propuso el siguiente sistema de ecuaciones continuamente diferenciables:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(-\eta(y) + z) \\ \dot{y} = bz \\ \dot{z} = -c(x + y) - dz \end{cases}$$

siendo $\eta(y) = e^{-y} - 1$ y $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Este sistema presenta comportamiento caótico para ciertos valores de los parámetros a, b, c, d .

Como los parámetros se consideran desconocidos nos proponemos tratar el problema del control de caos en el oscilador de Colpitts a través de un controlador adaptativo.

En una comunicación anterior hemos presentado un controlador adaptativo utilizando la primera modelización. La técnica desarrollada, basada en el método directo de Lyapunov, arrojó resultados interesantes que superaron algunas desventajas de propuestas anteriores de la bibliografía.

El modelo continuamente diferenciable permite plantear otros dos controladores basados en los métodos de Lyapunov, haciendo uso tanto del método directo como indirecto. Utilizando estos desarrollos implementamos dos algoritmos de control de caos. El diseño y análisis de estos esquemas así como la confrontación de sus respectivos resultados forman parte de este trabajo.

Este trabajo se enmarca dentro de la programación UBACyT 2010-2012.

Autores: Hernandez Matías, Barrea Andrés
Lugar: FaMAF (UNC) - Conicet
Expositor: Hernandez Matías

Optimización de protocolos de quimioterapia

La ecuación de Gompertz

$$\frac{dN}{dt} = N(t) \left\{ \lambda \ln \left(\frac{\theta}{N(t)} \right) - \sum_{j=1}^d \kappa_j \sum_{i=1}^n C_{ij} [H(t - t_i) - H(t - t_{i+1})] \right\}$$

es utilizada con éxito para describir la dinámica de un tumor sometido a un tratamiento de quimioterapia. En la anterior ecuación $N(t)$ es el número de células cancerígenas en el tiempo t , t_1, \dots, t_n son los tiempos en los que las drogas son suministradas al paciente, d es el número de drogas diferentes que se utilizan, C_{ij} la concentración de la droga j suministrada en el tiempo t_i , λ y θ son parámetros de crecimiento, κ_j mide la efectividad de la droga j y H es la función de Heaviside. Nosotros planteamos dos objetivos: (i) $f_1(C) = \int_{t_1}^{t_n} N(\tau) d\tau$ y (ii) $f_2(C) = \sum_{i,j} C_{ij}$, que juntos a las restricciones (R) que acompañan a todo tratamiento de quimioterapia dan lugar a un problema de optimización multiobjetivo, encontrar una matriz C que sea pareto optimal del problema

$$(3) \quad \min_C (f_1(C), f_2(C))$$

sujeto a (R).

Para resolver el problema (3) utilizamos el método minimax con pesos que consiste en

$$\min_{C \in \Omega} \max_i \left(w_i \left| \frac{f_i(C) - f_i^{id}}{f_i^{id}} \right| \right),$$

sujeto a las restricciones (R), donde $\mathbf{w} = (w_1, w_2)$ satisfaciendo que

$$w_1 + w_2 = 1, w_j \geq 0, j \in \{1, 2\},$$

representa los grados de importancia de los objetivos.

Las restricciones (R) se escriben en forma difusa, y la ecuación de Gompertz se reemplaza por la ecuación diferencial estocástica

$$dN_t = N_t \left\{ \lambda \ln \left(\frac{\theta}{N_t} \right) - \alpha(t, C) \right\} + \sigma N_t dB_t,$$

donde $\alpha(t, C) = \sum_{j=1}^d \kappa_j \sum_{i=1}^n C_{ij} [H(t - t_i) - H(t - t_{i+1})]$, obteniendo de este modo una representación más exacta de la realidad.

Finalmente presentamos los resultados numéricos de aplicar el modelo a un protocolo para un cáncer de vejiga.

Autores: Knopoff, Damián - Torres, Germán - Turner, Cristina
Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física (UNC) - Córdoba
Expositor: Knopoff, Damián

Recuperación de parámetros en un problema de frontera libre para el crecimiento de tumores

En este trabajo mostraremos un modelo matemático para el crecimiento de tumores con quimioterapia. Dicho modelo está planteado como un problema de frontera libre, constituida por el borde del tumor, siendo el dominio el propio tumor. Se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales parciales para el número de células tumorales (n), la concentración de nutrientes (c), la velocidad del flujo de células (v) y la concentración de droga (w). Se asume un tumor esférico, con simetría radial, con lo cual nuestras variables independientes son el radio r y el tiempo t .

Las ecuaciones involucradas en el modelo son las siguientes:

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 vn)}{\partial r} &= f_1(n, c, w) \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 vc)}{\partial r} - \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial c}{\partial r}) &= f_2(n, c, w) \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v)}{\partial r} &= f_3(c, n, w) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 vw)}{\partial r} - \frac{D_w}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial w}{\partial r}) &= f_4(n, c, w)\end{aligned}$$

donde $S(t)$ es la frontera libre y las f_i son funciones que se derivan de cuestiones de cinética química y biológica. Las condiciones de borde e iniciales son prefijadas.

Es importante recalcar que en este modelo hay incluidos parámetros cuya obtención constituye un problema por sí mismo. En este trabajo mostraremos un método de estimación de los mismos vía resolución de un problema inverso. Esto es, vía la minimización de un funcional adecuado. En particular, dado un parámetro (o vector de parámetros) α definimos:

$$J(N, S; \alpha) = \int_0^1 \int_0^T [N_\alpha(y, t) - N^*(y, t)]^2 dt dy + \mu \int_0^T [S_\alpha(t) - S^*(t)]^2 dt,$$

donde $N_\alpha(y, t)$ y $N^*(y, t)$ son la densidad de células vivas para el problema directo resuelto con el valor α y para los datos reales, respectivamente (ambas en el dominio $[0, 1] \times [0, T]$) (ídem para S).

Bibliografía.

- J.P. Ward, J.R. King, Mathematical modelling of drug transport in tumour multicell spheroids and monolayer cultures, *Math. Biosciences* 181 (2003) 177-207.
- J. Agnelli, A. Barrea, C. Turner, Tumor location and parameter estimation by thermography, *Mathematical and Computer Modelling*. In press, doi:10.1016/j.mcm.2010.04.003, (2010).

Autores: Juan Carlos Rosales(1), Orlando José Ávila Blas(1), Juan Pablo Aparicio(2), José Gil(3)

Lugar: (1) Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta. (2) Departamento de Física. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta. (3) Centro de Enfermedades Tropicales, Orán, Salta

Expositor: Juan Carlos Rosales

Posibles Períodos Principales para los Casos Humanos de Leishmaniasis Tegumentaria Americana en la década 1985-1995, en la Ciudad de Orán, Salta, Argentina

Se analizó la serie de tiempo de los casos humanos de Leishmaniasis Tegumentaria Americana (LTA) correspondiente a la década 1985-1995, en la ciudad de San Ramón de la Nueva Orán (23°08' S; 64°20' O), del Departamento de Orán, Salta, Argentina. Se construyó el Periodograma de Fourier y el diagrama de Potencia para la serie de tiempo correspondiente, identificando 2(dos) picos principales cuyas magnitudes verifican, $1.41 \cdot 10^2 < \text{magnitud}^{\frac{1}{2}} < 2.00 \cdot 10^2$. El pico principal indica una periodicidad de 24 (meses/ciclos) y el segundo señala un período secundario de 60 (meses/ciclos). Se construye la superficie asociada, el análisis de los cambios transversales para la década de la serie de casos de LTA, sugiere una distribución anual unimodal alcanzando un máximo comprendido en el trimestre Julio-Agosto-Septiembre. Esta superficie permitiría la construcción de "mapas" con los patrones temporales de la dinámica de la LTA, en San Ramón de la Nueva Orán, para la década investigada.

Conferencia Invitada

Marcela Morvidone

UTN-FRBA (Ciudad de Buenos Aires), UNSAM (San Martín, Buenos Aires)

Descripción de señales sonoras combinando atributos cepstrales e información de escala: aplicación al reconocimiento de instrumentos musicales

En un problema de clasificación automática de señales es fundamental la elección de los *atributos* por medio de los cuales se las describe. Se desea, en general, que las características esenciales de la señal queden correctamente representadas por un pequeño número de atributos que permitan distinguir unas categorías de otras con el menor error posible.

En problemas de análisis del habla, como el de identificación del orador, los atributos más utilizados son los coeficientes cepstrales de frecuencia Mel (Mel-frequency cepstral coefficients, MFCCs), pues han demostrado ser extremadamente eficaces al describir la distribución de los formantes de manera compacta y perceptivamente significativa. La eficacia de los MFCCs quedó igualmente demostrada en tareas de discriminación de timbres de otras señales sonoras como el reconocimiento de instrumentos musicales y la clasificación de sonidos ambientales.

Para describir una señal cuyos estadísticos varían con el tiempo usando MFCCs, se calcula estos atributos de manera localizada, sobre pequeñas ventanas temporales en las cuales se supone que la señal es estacionaria. Por ejemplo, para señales de habla se utilizan ventanas de 20–30 ms desplazadas cada 10 ms. Sin embargo, para las señales musicales la hipótesis de estacionariedad sobre una única duración temporal es, en general, poco razonable debido a los fenómenos que se dan sobre diferentes rangos de escalas temporales, por ejemplo, transitorios, vibratos, trémolos, armónicos sostenidos, etc.

En este trabajo presentamos dos nuevos conjuntos de atributos que combinan representaciones multi-escala de señales con descripciones compactas del timbre (MFCCs). Definimos primero un conjunto de atributos *OverCs* a partir de transformadas redundantes en múltiples escalas. Luego definimos un segundo conjunto de atributos, *SparCs*, basados en una representación esparsa de la señal.

Finalmente, comparamos la capacidad descriptiva de nuestros atributos contra la de los MFCCs realizando dos tareas simples: discriminación de un par de instrumentos musicales y clasificación de instrumentos musicales. Las señales utilizadas fueron extraídas de grabaciones musicales reales. Nuestros resultados muestran que en estas tareas ambos conjuntos de atributos *OverCs* y *SparCs* mejoran la caracterización del timbre global y de la estacionariedad local respecto de los MFCCs promedio.

Trabajo realizado en colaboración con Bob Sturm y Laurent Daudet.

Autores: Ana Cecilia Larrán, Rubén Daniel Spies

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, UNT, Tucumán e IMAL (CONICET-UNL), Santa Fe

Expositor: Ana Cecilia Larrán

Regularización de problemas inversos por penalización con variación acotada

Durante los últimos 15 años, varios autores (ver por ejemplo [1], [2], [3]) han propuesto diversas generalizaciones del tradicional método de Tikhonov-Phillips, basados en la estrategia de inducir estabilidad a través de la utilización de diferentes penalizantes, dando lugar a una gran variedad de métodos con penalizantes no suaves. En 1994, Acar y Vogel ([1]) introdujeron el método de regularización por variación acotada, utilizando como penalizante la norma de variación acotada $\|\cdot\|_{BV}$, y analizaron los problemas de existencia, unicidad y estabilidad de los minimizantes de funcionales del tipo

$$(4) \quad J_\alpha(u) = \|Tu - v\|^2 + \alpha\|u\|_{BV}, \quad u \in BV(\Omega),$$

donde $T : L^p(\Omega) \rightarrow \mathcal{Y}$ es un operador lineal, acotado de rango no cerrado, $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, \mathcal{Y} es un espacio de Hilbert, $1 \leq p < \infty$ y $\alpha > 0$.

En este trabajo presentaremos algunos resultados sobre existencia, unicidad, estabilidad y convergencia para el caso en que el penalizante $\|u\|_{BV}$ en (4) es reemplazado por la seminorma de variación acotada, es decir por el funcional $J_0(u) = \int_\Omega |\nabla u| dx$ y por una aproximación diferenciable de la misma. También mostraremos algunos ejemplos de aplicación a problemas restauración de imágenes.

Bibliografía.

[1] R. Acar y C.R. Vogel *Analysis of bounded variation penalty methods for ill-posed problems*, Inverse Problems 10 (1994), pp. 1217-1229.

[2] E. Casas, K. Kunisch y C. Pola, *Regularization by functions of bounded variation and applications to image enhancement*, Appl. Math. Optim. 40 (1999), pp. 229- 257.

[3] A. Chambolle y P.L. Lions, *Image recovery via total variation minimization and related problems*, Numerische Mathematik, 76 (1997), pp. 167-188.

Autores: Levstein Fernando, Lezama Javier, Maldonado Carolina, Penazzi Daniel
Lugar: FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba
Expositor: Lezama Javier

Grafos de distancia regular, aplicación en compresión de imágenes

Una imagen en escala de grises se representa con una matriz en donde cada entrada corresponde a un pixel representado por un entero entre 0 y 255.

Dada una matriz correspondiente a una imagen, la subdividimos en submatrices $2^n \times 2^n$, que miraremos como vectores en \mathbb{R}^{4^n} (el espacio de las matrices de orden 2^n está naturalmente identificado con \mathbb{R}^{4^n}).

A cada $v \in \mathbb{R}^{4^n}$, le aplicamos una matriz H tal que Hv son las coordenadas de v respecto de una base de autovectores de una matriz A . Descartamos la información del vector Hv correspondientes a los autoespacios asociados a los autovalores de menor valor, obteniendo un vector mas chico w . Guardamos w para luego reconstruir un vector \tilde{v} que será una aproximación de v . H debe ser bien elegida para que el ojo humano no detecte mayores diferencias entre v y \tilde{v} . Elegimos H utilizando técnicas de combinatoria algebraica.

En este trabajo consideramos una descomposición de \mathbb{R}^{64} asociada a autoespacios de la matriz de adyacencia A del grafo de Hamming. Exploramos aplicaciones a la compresión de imágenes utilizando marcos ajustados finitos. Se expondrán los resultados obtenidos en el trabajo: "Autoespacios del grafo de Hamming $H(2n, 2)$. Aplicaciones en compresión de imágenes "; aceptado en el III MACI 2011, ver actas del congreso, y mostraremos avances en el mismo y los nuevos trabajos de investigación realizados en la actualidad por el grupo en grafos de distancia regular y sus aplicaciones a la compresión de imágenes, sumandole técnicas de solapado y técnicas del sistema de visión humana (HVS).

(a) (b)

Figura 1. (a) Imagen original, (b) Imagen obtenida con compresión del 80 %

Autores: Gisela L. Mazzieri, Rubén D. Spies

Lugar: IMAL (CONICET-UNL), Facultad de Bioquímica y Ciencias Biológicas y Facultad de Ingeniería Química, UNL, Santa Fe

Expositor: Gisela L. Mazzieri

Regularización de Problemas Inversos en Escalas de Hilbert Múltiples

Sean \mathcal{X}, \mathcal{Y} espacios de Hilbert, $T \in \mathcal{L}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$, $\mathcal{R}(T)$ no cerrado, $y \in \mathcal{Y}$. Es bien sabido que bajo estas hipótesis el problema de hallar x en la ecuación

$$(5) \quad Tx = y$$

es mal condicionado en el sentido de Hadamard pues T^\dagger , la inversa generalizada de Moore-Penrose de T , no es acotada.

Una de las formas más usuales para obtener soluciones regularizadas de (5) consiste en la aplicación del método de Tikhonov-Phillips. Cuando en este método se utilizan penalizantes asociados a seminormas inducidas por operadores diferenciales, el mismo puede formularse como el problema de minimizar el siguiente funcional

$$(6) \quad J_{\alpha, L}(x) \doteq \|Tx - y\|^2 + \alpha \|Lx\|^2,$$

donde $\alpha > 0$ y $L : \mathcal{D}(L) \subset \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Z}$ es un operador lineal, cerrado, densamente definido sobre un espacio de Hilbert \mathcal{Z} .

Bajo ciertas condiciones sobre los operadores T y L puede probarse que (6) tiene un único minimizante global x_α que converge (para $\alpha \rightarrow 0^+$) en la norma del grafo de L a la solución de mínimos cuadrados de mínima $\|L \cdot\|$ seminorma.

La utilización de este método está claramente supeditada al conocimiento de que el problema (5) tenga soluciones en $\mathcal{D}(L)$. En ausencia de esta información y en el caso $L > 0$ las escalas de Hilbert ([1], [2]) introducidas originariamente por Natterer ([4]) proveen de una alternativa para obtener soluciones regularizadas de (5) en dominios de potencias fraccionarias de L , las cuales convergen a la solución exacta en una norma más débil.

En este trabajo presentaremos las escalas de Hilbert múltiples ([3]) definidas por N operadores diferenciales L_1, L_2, \dots, L_N y resultados de existencia, unicidad y convergencia de soluciones regularizadas del problema (5) en estas escalas.

Bibliografía.

[1] H. W. Engl, M. Hanke and A. Neubauer, *Regularization of inverse problems*, Mathematics and its Applications, vol. 375, Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1996.

[2] S. G. Krein and Ju. I. Petunin, *Scales of Banach spaces*, Uspehi Mat. Nauk 21 (1966), no. 2 (128), 89-168.

[3] G. L. Mazzieri and R. D. Spies, *Regularization methods in multiple Hilbert scales*, 2011, in preparation.

[4] F. Natterer, *Error bounds for Tikhonov regularization in Hilbert scales*, Applied Analysis, vol. 18, 1984, pp. 29-37.

Autores: L.S. Aragone, P.A. Lotito, L.A. Parente
Lugar: CONICET- UNR, Rosario
Expositor: Lisandro Parente

Minimización absoluta aplicada a problemas de reconstrucción de imágenes

Consideramos problemas de reconstrucción de imágenes a partir de información incompleta, provenientes de aplicaciones en topografía, batimetría, visualización de objetos 3D y reconstrucción de secuencias filmicas. Los criterios de reconstrucción adoptados se basan en elegir como solución una función Lipschitz continua que interpole los datos minimizando un apropiado funcional en L^∞ . A fin de obtener soluciones canónicas, utilizamos el abordaje de minimización absoluta de Aronsson. Presentamos nuestra implementación y mostramos algunos ejemplos numéricos.

Autores: Adriana Ramos, Rubén D. Spies
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, UNT, Tucumán e IMAL (CONICET-UNL), Santa Fe
Expositor: Adriana Ramos

Convergencia de la inversa aproximada en espacios L^2

Matemáticamente, un problema inverso se describe a menudo a través de una ecuación de la forma

$$(7) \quad Af = g$$

donde $A \in \mathcal{L}(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$, con \mathcal{X}, \mathcal{Y} espacios normados. Típicamente estos operadores tienen inversas no acotadas o no son invertibles. Si \mathcal{X}, \mathcal{Y} son espacios de Hilbert, entonces siempre es posible definir la inversa generalizada A^\dagger de A , cuyo dominio es denso en Y . Pero A^\dagger es acotada si y solo si $R(A)$ es cerrado, lo que nunca ocurre si A es compacto y $\dim R(A) = \infty$. En estos casos, resolver en forma estable el problema (7) requiere de los llamados métodos de regularización. Durante las últimas décadas se han desarrollado y estudiado muchas técnicas de regularización tales como la descomposición en valores singulares truncada, los métodos de Tikhonov-Phillips y diversos métodos iterativos tales como el de Landwever y el método del gradiente conjugado, para nombrar solo los mas populares.

El método de la inversa aproximada es una poderosa herramienta de regularización que utiliza el operador adjunto y ciertos "molificadores" para construir aproximaciones en términos de los llamados "núcleos de reconstrucción" que son capaces de atenuar el efecto de las componentes de alta frecuencia en la solución. Estos núcleos

de reconstrucción son independientes del dato y pueden ser precalculados. Otra ventaja del método es que, para problemas en grandes dimensiones, resulta una excelente alternativa a los métodos iterativos pues su implementación computacional es fácilmente paralelizable. Este método fue introducido por primera vez en 1990 por Louis y Maass ([1]) quienes posteriormente también estudiaron algunas de sus propiedades fundamentales ([2], [3]).

En este trabajo se presentarán resultados de convergencia para la inversa aproximada para el caso de operadores $A : L^2(\Omega_1, \mu_1) \rightarrow L^2(\Omega_2, \mu_2)$ lineales y acotados. Mostraremos que bajo ciertas hipótesis de integrabilidad del núcleo de reconstrucción la inversa aproximada converge a la solución de mínimos cuadrados de mínima norma del problema (7). También se extenderán las definiciones y algunos resultados al caso de espacios de Banach generales.

Bibliografía.

[1] A. Louis and P. Maass, *A mollifier method for linear operator equations of the first kind*, Inverse Problems, 6 (1990), pp 427-440.

[2] A. Louis, *Approximate inverse for linear and some nonlinear problems*, Inverse Problems, 12 (1996), pp 175-190.

[3] A. Louis, *A unified approach to regularization methods for linear ill-posed problems*, Inverse Problems, 15 (1999), pp 489-498.

Autores: Aguirre Exequiel

Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Aguirre Exequiel

Reconocimiento facial utilizando la descomposición en valores singulares

En diversas situaciones de la vida real surge la necesidad de reconocer imágenes, en forma automática. Por citar algunos ejemplos: en agricultura para el control de áreas cultivadas, en planificación urbana para el monitoreo de edificaciones y parques, e incluso en medicina, el procesamiento e interpretación de imágenes puede resultar de gran ayuda en un diagnóstico.

En el presente trabajo se estudia una forma de caracterizar imágenes a través de la descomposición en valores singulares y se lo aplica al caso particular de reconocimiento facial. Con este fin, se proponen dos métodos, consistiendo cada uno en una función a valores reales.

Por medio de la descomposición en valores singulares, se construye una función que a cada par de imágenes le asigna un valor real no negativo, con el objetivo de comparar ambas imágenes.

Los valores singulares se utilizan para extraer características intrínsecas de las imágenes, y así poder trabajar con atributos estables, con la esperanza que la aplicación de esta función a dos imágenes de un mismo sujeto produzcan un valor pequeño.

Aplicaciones de la Matemática

Se utiliza un conjunto de fotografías de distintos individuos, realizando diferentes gestos, con variados accesorios y tomadas en varios ángulos para realizar pruebas que comparan y miden la efectividad de cada método.

Se proponen dos métricas y se analizan los resultados obtenidos, de donde se concluye que uno de los métodos es claramente superior, y que solo unos pocos valores singulares son los fundamentales en el proceso.

Se analiza como influye en las métricas la cantidad de valores singulares utilizados.

Autores: Quiroga A., C. Padra, M. de Torres Curth

Lugar: FAMAF-UNC Córdoba

Expositor: Quiroga A.

Sistemas dinámicos con parámetros desconocidos

Consideramos un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (no lineal) con restricciones, dependiente de parámetros desconocidos. Dados los valores de la solución en N tiempos distintos, que llamaremos mediciones, el problema que queremos resolver es encontrar los parámetros óptimos que ajusten adecuadamente la solución a dichas mediciones.

Definimos una función objetivo que depende de los parámetros y que representa el error entre los valores calculados de las soluciones (para valores iniciales arbitrariamente fijados para los parámetros) y los valores observados, que incluye una función de penalización. De esta manera, el problema inverso de identificación de los parámetros se transforma en uno de optimización con restricciones, y se aproxima el mínimo mediante el método adjunto. Este método reduce a uno (y lineal) la cantidad de sistemas que se deben resolver en el cálculo del gradiente de la función objetivo. Luego de fijar los valores iniciales para los parámetros, en cada paso calculamos numéricamente la solución del sistema y la solución del sistema adjunto. A continuación evaluamos el gradiente y obtenemos la dirección de descenso en el espacio de los parámetros. Finalmente, realizamos una minimización en dicha dirección, obteniendo un nuevo juego de parámetros para recomenzar el ciclo.

Autores: Celso Normando Lamas

Lugar: Universidad Nacional de Salta, Salta

Expositor: Celso Normando Lamas

Intercambio de claves

La criptografía es esencial en la sociedad de hoy en día, pues antes resultaba interesante sólo para las agencias de seguridad, los gobiernos, las grandes empresas, etc.. Existen dos grandes tipos de métodos de cifrado de la información según el uso que se

hace de las claves utilizadas: los criptosistemas de clave secreta (el emisor y el receptor poseen las mismas claves para cifrar y descifrar y, consecuentemente, se mantienen secretas para terceras personas) y los criptosistemas de clave pública (en los que cada usuario posee una clave para cifrar -conocida por el resto de los usuarios-, y otra clave para descifrar -conocida única y exclusivamente por el propio usuario-).

Sin embargo los criptosistemas de clave secreta presentan inconvenientes fácilmente comprensibles: hay que mantener una clave distinta para cada par de usuarios que intercambian información; cada parte debe citarse personalmente para acordar dicha clave; no es posible firmar el mensaje, etc. Así en la década de los 70 apareció el novedoso concepto de la criptografía de clave pública. Los autores W. Diffie y M. Hellman, desarrollaron un método por el cual dos partes podían intercambiar una información a través de un canal público sin que el conocimiento aportado por la escucha del canal pueda conducir a averiguar nada respecto a la información intercambiada. Por ello, este protocolo recibe el nombre de *intercambio de clave de Diffie-Hellman*. Los criptosistema de Clave pública (RSA, ElGamal) están basado en este modelo. Personalmente no tengo conocimiento que exista otro protocolo de intercambio de clave. En este trabajo se estudiarán los autómatas celulares de Wolfram, sus propiedades algebraicas, sus ciclos y otros, para luego plantear un protocolo de intercambio de clave (que es una propuesta personal), usando un autómata celular de Wolfram, expresado en forma algebraica, de allí la importancia de las propiedades algebraicas.

El uso de los autómatas celulares con propósitos criptográficos es relativamente reciente, se usan como generadores de secuencias pseudoaleatorias para la implementación de un método de cifrado en flujo (criptosistema de clave secreta) donde el mensaje es codificado en una cadena de bits, la cual es cifrada usando como clave la secuencia pseudoaleatoria de bits generada por el autómata; pero no se usaron para intercambiar clave.

Entonces en este protocolo de intercambio de clave basado en autómatas celulares, dos usuarios (emisor y receptor) que se encuentran distantes, pueden intercambiar información secreta por medios de canales inseguros (internet, radio, etc.), donde dicho protocolo es de dominio público, o sea conocido por todos los escucha del canal, pues así, si el mensaje es interceptado por terceros estos no pueden acceder a dicha clave, con los recursos usuales. Aclaramos que los usuarios que intercambian clave no tienen un contacto previo entre ellos, para acordar una contraseña o algo así.

Este protocolo es solo un planteo, donde no estamos asegurando que su eficiencia sea mejor que el protocolo de Diffie-Hellman, solo que es una nueva forma de intercambiar clave, la cual es usando autómatas celulares, posiblemente sea un nuevo camino de investigación en la criptografía.

Autores: Jose Luis Vacaflor

Lugar: Cátedras de Geodesia Superior. Departamento de Geodesia Y Topografía. Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología (FACEyT). Universidad Nacional de Tucumán. (UNT). San Miguel de Tucumán

Expositor: Jose Luis Vacaflor

Weights in the selection of datum points of a geodetic network

The TRS(x,y) is a trirectangular trihedron right-handed oriented, its vertex is a point P not specified of the Earth's surface and is the origin o of the Cartesian coordinate system (x,y). The scale is completely defined and it is realized by means of observations. The first and second rays are the ox and oy positive axis respectively with orientations fully defined and realized through observations. The third ray is oriented "upward" aligned with the vertical in P and is orthogonal to the others two rays. The lack of definition in the origin of the TRS(x,y) cause a datum defect and a rank-deficient Singular Gauss-Markov Model (SGMM). It is developed here, within a Singular Gauss-Markov Model (SGMM), the general form of two linear conditions equations namely minimum constraints to define the datum of a two-dimensional geodetic network based in: a) a known "a priori" Terrestrial Reference Frame TRF (x_0,y_0), b) a positive definite weight matrix for the selected coordinate increments (dx,dy) of the datum points, and c) two parameters of translation of a plane coordinate Helmert transformation model.

Ecuaciones Diferenciales ⁸

⁸Coordinan: Pablo Amster y Pablo de Nápoli

Conferencia Invitada

Beatriz Viviani

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, Santa Fe

Estimaciones a priori para operadores elípticos de tipo Schrödinger

En este trabajo se obtienen estimaciones a priori en $W^{2,p}(R^n)$ para operadores elípticos en forma de no-divergencia con coeficientes en VMO y un potencial V satisfaciendo una apropiada condición “reverse-Hölder”, generalizando resultados previos de Chiarenza-Frasca-Longo. Se aplican tales estimaciones para derivar resultados de existencia y unicidad globales, bajo cierta suposición adicional sobre V .

Autores: Castillo, María Emilia; Morin, Pedro

Lugar: IMAL, Santa Fe

Expositor: Castillo, María Emilia

Sobre un modelo de difusión-disolución para la liberación de droga desde dispositivos poliméricos

Presentaremos un modelo matemático que involucra simultáneamente difusión y disolución de droga en dispositivos poliméricos inertes y acotados. El estudio se origina en la necesidad de modelar la liberación de drogas en matrices poliméricas de la industria agro-veterinaria, con el objetivo final de asistir en el diseño de dispositivos que logren una liberación controlada. El modelo resulta esencialmente en dos ecuaciones diferenciales acopladas. Una de difusión para la concentración C de droga disuelta, y otra de disolución para el área a de las microesferas de droga en estado sólido, que se hallan distribuidas en el dispositivo. La concentración de droga disuelta se ve afectada por el área a de las microesferas, que multiplicada por la diferencia entre la concentración C y la concentración de saturación C_s , constituye un término fuente para la ecuación de difusión que gobierna la evolución de C . A su vez, el área de las microesferas disminuye a medida que las mismas se van disolviendo, a una tasa proporcional a la diferencia entre la concentración C y la concentración de saturación C_s .

Más precisamente, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el modelo se escriben de la siguiente manera:

$$C_t = D\Delta C + \alpha(x) a (C - C_s),$$

$$a_t = \beta(x) \sqrt{a} (C - C_s),$$

con $\alpha(x)$ y $\beta(x)$ funciones no-negativas dadas que dependen, entre otros factores físicos del problema, de la distribución espacial de esferas de droga sólida, y D es una constante positiva de difusividad de la droga disuelta. Las condiciones de borde para C son de tipo Neumann en una parte de la frontera y de tipo Robin no-homogéneas

en otra parte de la frontera. La ecuación para a , al no involucrar derivadas espaciales no necesita de condiciones de borde.

Presentaremos resultados cualitativos de las soluciones, y algunas simulaciones numéricas preliminares obtenidas con un método de elementos finitos.

Autores: Amster Pablo, Maurette Manuel

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina

Expositor: Maurette Manuel

Un sistema elíptico singular con condiciones de borde periódicas generalizadas

Estudiamos el siguiente sistema singular elíptico: Hallar una solución $u : \Omega \subset \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^N$ de

$$\begin{cases} \Delta u + g(u) = f(x) & \text{en } \Omega \\ u \equiv C & \text{en } \partial\Omega \\ \int_{\partial\Omega} \frac{\partial u}{\partial \nu} dS = 0 \end{cases}$$

con $g : \mathbb{R}^N \setminus S \rightarrow \mathbb{R}^N$ continua, dónde S es un conjunto de medida cero de singularidades. $f : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^N$ continua tal que $\bar{f} := \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} f(x) dx = 0$. El valor que toma u en el borde, es un vector constante desconocido $C \in \mathbb{R}^N$. Las condiciones de borde pueden ser vistas como una generalización de las condiciones periódicas en el caso $d = 1$ y Ω un intervalo abierto. Aplicamos técnicas de grado topológico para probar existencia de soluciones cuando g satisface ciertas condiciones que generalizan las propuestas por Nirenberg.

Bibliografía.

- P. Amster, M. Maurette, *Periodic solutions of systems with singularities of repulsive type*, Adv. Nonlin. Stud. 11. 2011, 201-220.
- R. E. Gaines, J. L. Mawhin, *Coincidence degree, and nonlinear differential equations*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 568. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1977.
- L. Nirenberg, *Generalized degree and nonlinear problems*, Contributions to nonlinear functional analysis, Ed. E. H. Zarantonello, Aca. P. 1971.
- G. Stampacchia, *Le problème de Dirichlet pour les équations elliptiques du second ordre à coefficients discontinus*. Ann. Inst. Fourier, 15, 1965.

Autores: Adriana C. Briozzo, María F. Natale

Lugar: Depto. Matemática, Facultad de Ciencias Empresariales, Universidad Austral y CONICET, Rosario

Expositor: Adriana C. Briozzo

Un problema de Stefan a una fase con conductividad térmica dependiente de la temperatura

Se estudia el siguiente problema de Stefan a una fase para un material semi-infinito con conductividad térmica dependiente de la temperatura y un término convectivo, con condición de temperatura en el borde fijo $x = 0$:

$$\begin{aligned}\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(k(\theta, x) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - v(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad 0 < x < s(t), \quad t > 0 \\ \theta(0, t) &= g(t), \quad 0 \leq g(t) \leq M, \quad t > 0 \\ k(\theta(s(t), t), s(t)) \frac{\partial \theta}{\partial x}(s(t), t) &= -\rho l \dot{s}(t), \quad t > 0 \\ \theta(s(t), t) &= 0, \quad t > 0, \quad s(0) = B \\ \theta(x, 0) &= f(x), \quad 0 \leq x \leq B\end{aligned}$$

donde la conductividad térmica $k(\theta, x)$ y la velocidad $v(\theta)$ están dadas por

$$v(\theta) = \rho c \frac{d}{2(a + b\theta)^2}, \quad k(\theta, x) = \rho c \frac{1 + dx}{(a + b\theta)^2}$$

Se prueba existencia y unicidad de la solución, local en el tiempo, usando un método de representación integral de Friedman Rubinstein y el teorema de contracción de Banach.

Autores: Pablo Amster, Julián Haddad

Lugar: Departamento de matemática, FCEN UBA

Expositor: Julián Haddad

A Hartman-Nagumo type condition for a class of contractible domains

En 1960, Hartman [H] probó que el sistema de segundo orden para una función vectorial $x : I = [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ que cumple

$$\begin{cases} x'' = f(t, x, x') \\ x(0) = x_0 \\ x(1) = x_1 \end{cases}$$

con $f : I \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ continua, tiene al menos una solución si f satisface:

$$\langle f(t, x, y), x \rangle + |y|^2 > 0 \text{ para } (t, x, y) \in I \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, x \in \partial B_R(0)$$

para cierto $R \geq |x_0|, |x_1|$.

$$|f(t, x, y)| \leq \phi(y) \text{ donde } \phi : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+ \text{ y } \int_0^\infty \frac{x}{\phi(x)} dx = \infty,$$

$$|f(t, x, y)| \leq \alpha(\langle f(t, x, y), x \rangle + |y|^2) + C, \text{ con } \alpha, C > 0.$$

Extenderemos este resultado reemplazando la bola $B_R(0)$ por un dominio más general $D \subset \mathbb{R}^n$, no necesariamente convexo. Nuestra generalización, dada en [AH], se basa en el empleo de la segunda forma fundamental de ∂D y técnicas de continuación.

Bibliografía.

[AH] P. Amster, J. Haddad, A Hartman-Nagumo type condition for a class of contractible domains. *Enviado*.

[H] Hartman, P., On boundary value problems for systems of ordinary nonlinear second order differential equations, *Trans. Amer. Math. Soc.* 96 (1960), 493-509.

Autores: Ivana Gómez, Julio Rossi

Lugar: IMAL-Santa Fe, Universidad de Alicante-España

Expositor: Ivana Gómez

El infinito Laplaciano con dependencia espacial

El infinito Laplaciano es un operador no lineal elíptico degenerado de la forma $\Delta_\infty v := \langle D^2 v \cdot Dv; Dv \rangle = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial v}{\partial x_i} \frac{\partial v}{\partial x_j} \frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_j}$. Esta expresión puede leerse como la derivada segunda de v en la dirección de su gradiente, ver [1].

El juego "tug-of-war" relacionado al infinito Laplaciano (ver [4]), es un juego de dos personas, de suma cero, es decir, donde uno de ellos, el jugador I, trata de maximizar el resultado final y el otro, jugador II, intenta minimizarlo. Se considera un dominio acotado $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, y se toma una zona $\Gamma \subset \mathbb{R}^n \setminus \Omega$ alrededor de la frontera $\partial\Omega$ de Ω . Sea $F : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ una función Lipschitz, la función de pago final. El juego comienza con una posición inicial $x_0 \in \Omega$. Se tira una moneda y el ganador mueve la posición del juego a cualquier $x_1 \in \overline{B_\epsilon(x_0)}$. Cada vez que se tira la moneda el ganador elige una nueva posición del juego $x_k \in \overline{B_\epsilon(x_{k-1})}$. El juego finaliza cuando algún x_τ cae en Γ , y el primer jugador gana $F(x_\tau)$, mientras que el segundo jugador gana $-F(x_\tau)$. Este juego tiene un valor esperado $u_\epsilon(x_0)$, que se llama el valor del juego y verifica, $u_\epsilon(x) = \frac{1}{2} \sup_{y \in \overline{B_\epsilon(x)}} u_\epsilon(y) + \frac{1}{2} \inf_{y \in \overline{B_\epsilon(x)}} u_\epsilon(y), x \in \Omega$. Aquí $u_\epsilon(x) = F(x)$ para $x \in \Gamma$. $u_\epsilon \rightrightarrows v$ uniformemente cuando $\epsilon \rightarrow 0$, y este límite v , resulta la única solución viscosa al problema de Dirichlet del infinito Laplaciano.

Cuando reemplazamos las bolas euclídeas $\overline{B_\epsilon(x)}$ por una familia más general de conjuntos $\mathcal{A}_\epsilon(x)$, obtenemos una PDE, cuando ϵ tiende a 0, que depende del punto en el cual una función suave φ con gradiente distinto de cero alcanza su máximo (mínimo)

en $\mathcal{A}_\epsilon(x)$. Las condiciones sobre los conjuntos $\mathcal{A}_\epsilon(x)$ son tales que existe una dirección, que denotamos $J_x(D\varphi(x))$, donde los máximos y mínimos de una función suave φ , cuyo gradiente no es cero, se encuentran cerca cuando $\epsilon \rightarrow 0$. El resultado principal es el siguiente.

Dada una familia de posibles movimientos $\mathcal{A}_\epsilon(x)$ y suponiendo que el conjunto Ω tiene frontera con curvatura estrictamente positiva, los valores del juego “tug-of-war” descrito antes, convergen uniformemente (a lo largo de subsucesiones) a algún límite continuo v que es una solución viscosa a

$$\begin{cases} -\langle D^2v \cdot J_x(Dv); J_x(Dv) \rangle(x) = 0 & x \in \Omega, \\ v(x) = F(x) & x \in \partial\Omega. \end{cases}$$

Aquí solución viscosa es en el sentido de [2] y [3]. En esta ecuación límite hay una segunda derivada de v con la dirección dada por el vector $J_x(Dv(x))$ que depende de x .

Bibliografía.

- [1] G. Aronsson, M. Crandall, and P. Juutinen, *A tour of the theory of absolutely minimizing functions*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 41 (2004), no. 4, 439–505.
- [2] L. Caffarelli and X. Cabré, *Fully nonlinear elliptic equations*, American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 43, AMS, Providence, RI, 1995.
- [3] T. Ishibashi and S. Koike, *On fully nonlinear PDEs derived from variational problems of L^p norms*, SIAM J. Math. Anal. 33 (2001), no. 3, 545–569 (electronic).
- [4] Y. Peres, O. Schramm, S. Sheffield, and D. Wilson, *Tug-of-war and the infinity Laplacian*, J. Amer. Math. Soc. 22 (2009), no. 1, 167–210.

Autores: Amster Pablo, Déboli Alberto

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Departamento de Matemática. UBA. Buenos Aires

Expositor: Déboli Alberto

Existencia de solución para un sistema resonante con la no linealidad no acotada

La modelización del proceso de electro difusión de dos iones con idénticas valencias a través de un líquido que fluye sobre una membrana eléctricamente neutra en los reservorios, [3], conduce a estudiar existencia de solución de problema de valores de borde con condiciones de Neumann homogéneas del siguiente tipo:

$$(1) \quad \begin{cases} y'' = f(x, y(x), y(0), y(1)), \\ y'(0) = y'(1) = 0 \end{cases}$$

La particularidad del problema radica en que la no linealidad $f \in C([0, 1] \times \mathbb{R}^3, \mathbb{R})$, depende de los valores, desconocidos, de la solución sobre el borde.

Amster, Kwong y Rogers [2] han demostrado, utilizando un argumento de shooting 2-dimensional, existencia de solución de (1). En un trabajo posterior [1], usando grado de Leray-Schauder, hemos demostrado existencia de solución de (1) para funciones f que satisfacen una condición de Landesman-Lazer no asintótica y para funciones acotadas de un solo lado o de crecimiento a lo sumo lineal. Finalmente hemos considerado el problema de la existencia de solución para el modelo (1) correspondiente a sistemas para $\mathbf{f} \in C([0, 1] \times \mathbb{R}^{3n}, \mathbb{R}^n)$ y acotada bajo las siguientes hipótesis:

H1: Existe $R > 0$ tal que $0 \notin \text{co}(\mathbf{f}([0, 1] \times B(0, r) \times \{\mathbf{v}\} \times B(0, r)))$ para todo $\mathbf{v} \in \partial B(0, R)$, donde co denota la cápsula convexa y $r := \|\mathbf{f}\|_\infty$.

H2: $\text{deg}(\phi, B(0, R), 0) \neq 0$ donde $\phi(\mathbf{v}) := \int_0^1 \mathbf{f}(s, \mathbf{v}, \mathbf{v}, \mathbf{v}) ds$ para todo $\mathbf{v} \in \overline{B}(0, R) \subset \mathbb{R}^n$.

En esta oportunidad demostraremos existencia de solución en un contexto más general: por un lado se levanta la restricción de acotación para \mathbf{f} asumiendo que su imagen está incluida en un sector angular y por otro se reemplaza la bola $B(0, R)$ que figura en H1 y H2 por un abierto acotado $D \subset \mathbb{R}^n$ arbitrario.

Bibliografía.

[1] Amster P., Déboli A. A nonlinear problem depending on the unknown Dirichlet values of the solution. NoDEA (Nonlinear Differential Equations and Applications). Springer. (Octubre 2010) 18(4):363-372.

[2] Amster P., Kwong M. K. y Rogers C. On a Neumann Boundary Value Problem for Painlevé II in Two Ion Electro-Diffusion. Nonlinear Analysis, TMA.

[3] Leuchtag H. R. A family of differential equations arising from multi-ion electrodiffusion, J. Math. Phys., 22, 1317-1320 (1981).

[4] Mawhin J. Landesman-Lazer conditions for boundary value problems: A nonlinear version of resonance. Bol. de la Sociedad Española de Mat. Aplicada 16 (2000), 45-65.

Autores: Gabriela Reyero (1), Sabrina Roscani (1), Eduardo Santillan Marcus (1-2)
Lugar: (1) FCEIA - Universidad Nacional de Rosario, Rosario; (2) FCE - Universidad Austral, Rosario
Expositor: Sabrina Roscani

Sobre la solución de una ecuación de difusión fraccionaria

Se resuelve un problema de valores iniciales con condición de flujo nula en el borde fijo $x = 0$ para la ecuación de difusión fraccionaria descrita en el sentido de Caputo en un espacio unidimensional no acotado:

$$\begin{cases} D_*^\alpha c(x, t) = \lambda^2 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}(x, t) & 0 < x < \infty, t > 0, 0 < \alpha < 1 \\ c_x(0, t) = 0 & t > 0 \\ c(x, 0) = f(x) & 0 < x < \infty \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} c(x, t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

donde $D_*^\alpha = \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}$ es la derivada fraccionaria de Caputo de orden α con extremo 0^+ definida por

$$(D_*^\alpha f)(t) = \frac{1}{\Gamma(m - \alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha+1-m}} d\tau \quad m - 1 < \alpha \leq m, m \in \mathbb{N}_0$$

y $W(-z, -\nu, 1 - \nu)$ y $M_\nu(z)$ son las funciones de Wright y de Mainardi respectivamente definidas por:

$$W(-z, -\nu, 1 - \nu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-z)^n}{n! \Gamma[-\nu n + (1 - \nu)]} = M_\nu(z)$$

Además se encuentran condiciones que deben verificar los datos iniciales para que exista tal solución.

Conferencia Invitada

Sandra Martínez

IMAS- UBA

Regularidad H^2 de las soluciones del $p(x)$ -Laplaciano en dimensión dos

Sean $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un dominio acotado y convexo y $p : \Omega \rightarrow (1, +\infty)$ una función Lipschitz con $1 < p(x) \leq 2$. Nos interesa estudiar la regularidad H^2 global de las soluciones débiles del problema,

$$(2) \quad \begin{cases} -\Delta_{p(x)} u = f & \text{en } \Omega, \\ u = g & \text{en } \partial\Omega, \end{cases}$$

donde $\Delta_{p(x)} u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u)$ es el $p(x)$ -Laplaciano, $f \in L^2(\Omega)$ y $g \in H^2(\Omega)$.

Expondremos como se obtienen las acotaciones en norma H^2 a partir de mirar la ecuación regularizada y veremos como las constantes no dependen del parámetro de regularización. Para obtener las acotaciones debimos usar estimaciones globales en H^2 para soluciones de ecuaciones lineales elípticas con coeficientes en L^∞ . Mostraremos que es aquí donde se usa fuertemente el hecho de que la dimensión del espacio debe ser 2.

Trabajo realizado en colaboración con Leandro Del Pezzo.

Autores: Tomás Godoy, Uriel Kaufmann
Lugar: FaMAF - UNC, Córdoba
Expositor: Uriel Kaufmann

Soluciones positivas a ciertos problemas no homogéneos

Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un dominio suave y acotado y sea $f \not\equiv 0$ una función posiblemente discontinua y/o no acotada. Damos una condición necesaria y suficiente sobre f para la existencia de soluciones positivas para todo $\lambda > 0$ de problemas periódicos parabólicos de la forma

$$\begin{cases} Lu = h(x, t, u) + \lambda f(x, t) & \text{en } \Omega \times \mathbb{R} \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega \times \mathbb{R} \\ u \text{ } T\text{-periódica} \end{cases}$$

donde h es una función Caratheodory no negativa que es sublineal en infinito. Cuando esta condición no se satisface, bajo hipótesis adicionales sobre h , caracterizamos el conjunto de λ 's para los cuales el problema anterior admite alguna solución positiva.

Todos los resultados permanecen válidos para los correspondientes problemas elípticos, o sea,

$$\begin{cases} Lu = h(x, u) + \lambda f(x) & \text{en } \Omega \\ u = 0 & \text{en } \partial\Omega. \end{cases}$$

La charla está basada en el trabajo de T. Godoy, U. Kaufmann, *Inhomogeneous periodic parabolic problems with indefinite data*, Bulletin of the Australian Mathematical Society, en prensa.

Autores: Amster, Pablo; Kuna, Mariel Paula
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Bueno Aires
Expositor: Kuna, Mariel Paula

Estudio de las propiedades topológicas del rango de un operador no lineal

Sea $G : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 . Estudiaremos la imagen del operador semilineal $S : H_{per}^2 \rightarrow L^2((0, T), \mathbb{R}^n)$ dado por

$$Su = u'' + \nabla G(u),$$

donde $H_{per}^2 = \{u \in H^2((0, T), \mathbb{R}^n) / u(0) = u(T), u'(0) = u'(T)\}$.

Si escribimos $p(t) = \bar{p} + \tilde{p}(t)$, donde $\bar{p} := \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$, presentaremos resultados respecto a la estructura topológica del conjunto

$$\mathcal{I}(\tilde{p}) = \{\bar{p} \in \mathbb{R}^n / \bar{p} + \tilde{p} \in \text{Im}(S)\}.$$

Además, supondremos que tenemos una sucesión convergente $\{\tilde{p}^n\}_{n=1}^\infty \subset L^2((0, T), \mathbb{R}^n)$ de promedio cero, estudiaremos la convergencia de la sucesión de conjuntos compactos $\{\mathcal{I}(\tilde{p}^n)\}_{n=1}^\infty$ en la topología de Hausdorff.

Bibliografía.

- [A] Amster, P., *Métodos Topológicos en el Análisis no Lineal*, Publicações matemáticas, IMPA (2009).
[C] Castro, A, *Periodic solutions of the forced pendulum equation*, Diff. Equations 1980, 149-60.
[L] Lazer, A.C., *Application of a lemma on bilinear forms to a problem in nonlinear oscillation*, Amer. Math. Soc., 33, (1972), 89-94.
[MW] Mawhin, J. and Willem, M., *Critical point theory and Hamiltonian systems*, New York: Springer-Verlag, 1989. MR 90e58016.
-

Autores: Pablo Amster, Rocío Balderrama
Lugar: Universidad de Buenos Aires, FCEN
Expositor: Rocío Balderrama

Aplicación de un principio de dualidad de Clarke y Ekeland a un sistema de ecuaciones con condiciones periódicas

Consideraremos el sistema de ecuaciones no lineales:

$$(3) \quad \begin{cases} u'' + \nabla G(u) = \tilde{p}(t) + \bar{p} \\ u(0) = u(T), u'(0) = u'(T), \end{cases}$$

donde $u : [0, T] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función vectorial, $G : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es de clase C^1 , y definimos $\bar{p} := \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$, $\tilde{p}(t) := p(t) - \bar{p}$, donde $p \in L^2((0, T), \mathbb{R}^n)$.

Queremos estudiar el conjunto

$$\mathcal{I}(\bar{p}) = \{\bar{p} / \text{el sistema (3) tiene solución}\}.$$

Usando un principio de dualidad de Clarke y Ekeland probaremos que bajo las siguientes condiciones:

- G estrictamente convexa.
- Para todo $a, w \in \mathbb{R}^n$ con $|w| = 1$ vale

$$\liminf_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial G}{\partial w}(x + rw) - \frac{\partial G}{\partial w}(a) \geq 0$$

uniformemente para $|x| \leq C$, donde C es una constante que depende solo de a .

Se cumple que $I(\bar{p}) = \text{Imagen}(\nabla G)$.

Bibliografía.

- [A] Amster, P., *Métodos Topológicos en el Análisis no Lineal*, Publicações matemáticas, IMPA (2009).
[C] Clarke, M. and Ekeland, I., *Hamiltonian trajectories with prescribed minimal periods*, Comm. Pure Appl. Math., 33, (1980), 103-116.
-

[MW] Mawhin, J. and Willem, M., *Critical point theory and Hamiltonian systems*, New York: Springer-Verlag, 1989. MR 90e58016.

Autores: Itovich, Griselda R.; Moiola, Jorge L.
Lugar: Universidad Nacional de Río Negro, Sede Alto Valle, Villa Regina, y Universidad Nacional del Sur y IIIE (Conicet), Bahía Blanca
Expositor: Itovich, Griselda

Análisis de estabilidad y bifurcaciones de ciclos en ecuaciones diferenciales con retardo

Se estudia el comportamiento dinámico de una ecuación con retardo como

$$\dot{x}(t) = f(x(t), x(t - \tau), \mu),$$

donde $x \in R^n, \tau \in R, \tau > 0$, y $\mu \in R^m$, donde tanto τ como μ son considerados parámetros variables. Se supone que $f(x, y, \mu)$ y $f_x(x, y, \mu)$ son funciones continuas en $D \subset R^{2n+m}$. Este tipo de ecuaciones tiene como condición inicial una función $\varphi \in C([-\tau, 0], R^n)$, por lo que se trata de problemas de dimensión infinita. Por medio de la transformada de Laplace, la metodología en el dominio frecuencia permite estudiar esta ecuación y analizar la existencia de soluciones periódicas, bajo el fenómeno de bifurcaciones de Hopf. En este marco, el teorema gráfico de Hopf establece condiciones suficientes para la aparición de una rama de ciclos límites, cuando un parámetro unidimensional varía a partir de un cierto valor crítico. Además, se tiene un mecanismo para hallar expresiones aproximadas para las órbitas empleando balance de armónicos, cuya precisión se incrementa según el número de funciones periódicas utilizadas.

Una vez establecida la existencia de una solución periódica $x^* = x^*(t, T)$, se analiza su estabilidad y posibles bifurcaciones por medio de sus multiplicadores de Floquet. Estos se calculan como los autovalores de un operador S , que es la linealización de la aplicación de Poincaré, que se define como $S\Delta\varphi = y_T(\Delta\varphi)$ donde $y_T(\Delta\varphi)$ es la solución en $[T - \tau, T]$ de la ecuación

$$\dot{y}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x^0} \right|_{x^*} y(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial x^1} \right|_{x^*} y(t - \tau),$$

donde $\frac{\partial f}{\partial x^0} = \frac{\partial f}{\partial x(t)}$, $\frac{\partial f}{\partial x^1} = \frac{\partial f}{\partial x(t-\tau)}$, con condición inicial $\Delta\varphi$. Se trata de aproximar este operador S para hallar los multiplicadores de Floquet de x^* . Para esto se considera, en particular, una base de polinomios de Chebyshev de orden kn como condiciones iniciales y se hallan las soluciones correspondientes en $[T - \tau, T]$ (Balachandran et al., 1997). Expresando estos resultados en términos de la base elegida se consigue una aproximación discreta de S y de ahí resulta el cálculo de autovalores. En estos términos, partiendo de las expresiones de las órbitas que se obtienen con la metodología

en frecuencia se pudo analizar su estabilidad, la precisión de las mismas y detectar bifurcaciones de ciclos.

Bibliografía.

[1] Balachandran, B., Kalmár-Nagy, T. and Gilsinn, D. (2009). Delay Differential Equations, Springer.

Autores: J.F. Bonder, J.P. Pinasco, A.M. Salort

Lugar: Universidad de Buenos Aires, C.A.B.A.

Expositor: A.M. Salort

Convergencia de autovalores en un problema con coeficientes rápidamente oscilantes

Consideramos el problema de autovalores con coeficientes rápidamente oscilantes y condición de contorno de Dirichlet dado por

$$\begin{cases} -(A^\epsilon(x)|u_\epsilon'|^{p-2}u_\epsilon')' = \lambda_\epsilon \rho_\epsilon(x)|u_\epsilon|^{p-2}u_\epsilon & \text{en } (0, 1) \\ u_\epsilon(0) = u_\epsilon(1) = 0 \end{cases}$$

donde $\epsilon > 0$ es una sucesión de reales positivos que tiende a cero y las funciones rápidamente oscilantes A^ϵ y ρ_ϵ están definidas por

$$A^\epsilon(x) = A\left(\frac{x}{\epsilon}\right), \quad \rho_\epsilon(x) = \rho\left(\frac{x}{\epsilon}\right)$$

y son tales que para ciertas constantes $0 < \alpha < \beta$ se satisface

$$0 < \alpha \leq A(x) \leq \beta < +\infty, \quad 0 < \rho_- \leq \rho(x) \leq \rho_+ < +\infty.$$

Estamos interesados en el comportamiento de los autovalores y autofunciones para pequeños valores de ϵ . En el trabajo probamos la convergencia del espectro a un espectro límite y estimamos la velocidad de esa convergencia para cada autovalor, así como también la velocidad de convergencia de los ceros de las autofunciones y de sus dominios nodales.

Bibliografía.

- [1] Anane, A., Chakrone, O. & Moussa, M. *Spectrum of one dimensional p-Laplacian operator with indefinite weight.*, Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. 2002, No. 17, 11 pp.
- [2] Banerjee, U.; Lardy, L. J., Lutoborski, A. *Asymptotic expansions of integrals of certain rapidly oscillating functions.* Math. Comp. 49 (1987), no. 179, 243-249.
- [3] Baffico L. and Conca C. & P. Donato. *Homogenization of a class of nonlinear eigenvalue problems*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 136 (2006), no. 1, 7-22.
- [4] Braides A., Chiadó Piat V. & Rajesh M. *Homogenization of almost periodic monotone operators*, Annales de l'I. H. P., section C, tome 9, no 4 (1992), p. 399-432
- [5] Fernández Bonder J. & Pinasco J.P. *Asymptotic behavior of the eigenvalues of the one dimensional weighted p-laplace operator.* Ark. Mat., 41 (2003), 267-280.
- [6] Oleinik O., Shamaev A. & Yosifian G.. *Mathematical Problems in Elasticity and Homogenization*, Institute for Problems and Mechanics, North-Holland, 1992.

- [7] Zuazua, E. & Castro, C. *Low Frequency Asymptotic Analysis of a String with Rapidly Oscillating Density.*, SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 60, No. 4, 2000, pp. 1205-1233.

Autores: Hernán Cendra, María Etchechoury, Germán Zorba
Lugar: Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Germán Zorba

Singularidades en ecuaciones diferenciales implícitas cuasilineales

Dada una ecuación diferencial implícita de la forma

$$(4) \quad a(x)\dot{x} = f(x)$$

donde $a(x)$ es una matriz cuadrada, consideramos los conjuntos $M_0 = \{x | \det(a(x)) = 0\}$ y $M_2 = \{x | \det(a(x)) \neq 0\}$. Estudiaremos la existencia de curvas solución $x(t)$ contenidas en M_2 para $t \neq t_0$ y tales que $\lim_{t \rightarrow t_0} x(t) = x_0 \in M_0$.

Dada una de estas soluciones, se dice que x_0 es un *punto de impasse* si $(x_0, \lim_{t \rightarrow t_0} \dot{x}(t))$ no es solución de (1) y se dice que es un *punto de cruce* cuando sí es solución de (1) en el punto.

En [1] se presentan condiciones suficientes para la existencia de puntos de impasse, y en [2] para la existencia de puntos de cruce. En ambos trabajos se considera el caso particular en que M_0 es una subvariedad definida regularmente por la ecuación $\det(a(x)) = 0$.

La técnica utilizada consiste en relacionar las soluciones de (1) con soluciones de

$$(5) \quad \det(a(x))\dot{x} = \text{adj}_a(x)f(x),$$

y de

$$(6) \quad \dot{y} = \text{adj}_a(y)f(y)$$

ya que las soluciones de (1) son soluciones de (5) y estas a su vez son reparametrizaciones de soluciones de (6).

En este trabajo consideramos el caso en que los datos de la ecuación son funciones analíticas reales, proponemos condiciones suficientes más generales para la existencia de puntos de impasse (donde no se pide la condición de que M_0 sea una subvariedad). También se estudia el problema de existencia de puntos de cruce a partir de la dinámica de las soluciones alrededor de los puntos de equilibrio de (6).

Bibliografía.

- [1]: Ricardo Riaza “Differential-Algebraic Systems, analytical aspects and circuit applications”, World Scientific Publishing co. (2008).
[2]: Marszalek, Ambdeberhan y Riaza “Singularity crossing phenomena in DAEs: A Two-Phase Fluid Flow Application Case Study” Computers and Mathematics with Applications 49 (2005) 303-319.

Estadística⁹

⁹Coordinan: Ana Bianco y Ana María Sfer

Conferencia Invitada
Santana Sara Mirta
Facultad de Medicina UNT

Análisis de sobrevida: Principios generales y el enfoque de procesos de Conteo

El análisis de sobrevida es el nombre que se le da a un conjunto de técnicas estadísticas utilizadas para analizar los datos en los cuales el interés se centra en el tiempo hasta la ocurrencia de un evento. En el análisis de sobrevida se utiliza el término 'falla' para definir la ocurrencia del evento de interés, a pesar de que el evento puede ser en realidad un éxito, tales como recuperación de la terapia. La longitud de tiempo t hasta la ocurrencia de la falla se denomina 'tiempo de falla' o "tiempo de sobrevida" o "tiempo al evento". Para describir la distribución del tiempo de falla en el contexto del análisis de sobrevida se usan dos funciones: la "función de sobrevida" $S(t)$ y la "función de riesgo instantáneo de falla" (hazard), dado que aquí la probabilidad de sobrevivir más allá de un cierto punto en el tiempo y el modelado de riesgo a la falla son los aspectos de mayor interés. Típicamente los datos de sobrevida se caracterizan por la presencia de censuras, es decir, son tales que para algunos individuos sólo se conoce que su tiempo de falla fue mayor o igual al tiempo t_c . Los métodos estadísticos suponen que el proceso de generación de las censura no es informativo. La censura U_i se dice que es informativa si su distribución contiene información acerca de los parámetros que caracterizan la distribución del tiempo de falla T_i .

Si se supone que todos los individuos tienen la misma función de supervivencia (sin covariables u otras diferencias individuales), fácilmente se puede estimar $S(t)$ usando métodos no paramétricos y haciendo suposiciones paramétricas a cerca de ella.

Para tratar el problema de modelar el efecto de ciertas covariables o factores que pueden modificar la distribución del tiempo de falla, hay en la literatura diferentes propuestas entre las cuales la más conocida es el modelo de hazard proporcional dado por Cox en 1972 y sus extensiones.

Partiendo del modelo de Cox, se han derivado y analizado diferentes modelos, como los modelos multiestado, que admiten la posibilidad de tener varios tiempos de falla, los modelos "frailty", que permiten no tener independencia entre los tiempos de falla o la posibilidad de que los individuos analizados no formen un grupo homogéneo, dadas las variables explicativas del modelo. La otra gran clase de modelos para poblaciones heterogéneas está formada por los modelos de tiempo de falla acelerado.

Muchos de los métodos estadísticos usados en el análisis de sobrevida pueden ser abordados en el marco de procesos de conteo. Este enfoque fue introducido en los años 70 y permitió dar una solución y demostración formal a los muchos problemas que surgen en el tratamiento de los datos censurados. En 1978 Odd Aalen introdujo el modelo de intensidad multiplicativa para procesos de conteo y sus ideas han conducido a importantes avances en los métodos estadísticos para datos censurados.

Los problemas estadísticos no paramétricos para datos censurados fueron estudiados en término de la intensidad condicional de los procesos de conteo. Aalen mostró que formulando los modelos estadísticos en términos de una des-composición multiplicativa del proceso de conteo, en el producto de un factor puramente determinístico y factor observable, ellos pueden ser analizados de una manera unificada.

Autores: Álvarez, Enrique; Ferrario, Julieta
Lugar: UNLP, Facultad de Ciencias Exactas, Dpto. de Matemática
Expositor: Ferrario, Julieta

Una revisión de la literatura sobre la estimación en algunos modelos de Conteo bajo Contaminación

En Análisis de Supervivencia se analizan datos referidos al tiempo final de ocurrencia de un evento, T , y asociado a éste se recogen un vector de variables explicativas independientes o "covariates", Z . El enfoque más común para su estudio se basa sobre la función de intensidad o tasa de riesgo, definida como: $\lambda(t) := \lim_{\epsilon \downarrow 0} \Pr[T \leq t + \epsilon | T > t] / \epsilon$.

En los modelos clásicos semiparamétricos, la función de riesgo depende de una función desconocida no paramétrica (conocida como función baseline λ_0) y de un parámetro (β_0). Los más utilizados son:

(1) Modelo de riesgo proporcional o riesgo multiplicativo de Cox:

$$\lambda(t|Z) = \lambda_0(t) \exp(\beta_0' Z(t)).$$

(2) Modelo de tiempo de falla acelerado:

$$\lambda(t|Z) = \lambda_0(t \exp(\beta_0' Z(t))) \exp(\beta_0' Z(t)).$$

(3) Modelo de riesgo aditivo: $\lambda(t|Z) = \lambda_0(t) + \beta_0' Z(t)$.

En la literatura hay muchos trabajos sobre la estimación robusta del parámetro en los modelos multiplicativos y de tiempo de falla acelerado, pero para modelos aditivos aún no se han desarrollado métodos robustos para la estimación del parámetro. En esta comunicación se dará una revisión de los métodos robustos de los modelos multiplicativos (1) y de falla acelerado (2), ya que nos permitirá tratar de adaptarlo al modelo aditivo (3).

Entre los métodos robustos en los modelos multiplicativos, destacamos los trabajos de Bednarski (1993) y de Sasieni (1993), entre otros. Ambos han modificado la función de score introduciendo de diferentes maneras "funciones de peso" logrando estimadores robustos bajo ciertas condiciones.

En cuanto a los modelos de falla acelerado, destacamos el reciente trabajo de Locatelli, Marazzi y Yohai(2011) que consideran procedimientos robustos (en 3 pasos) para la regresión de tiempo de falla acelerado que son robustos con respecto a outliers en la respuesta y en los puntos con alta palanca. Obtienen un estimador con eficiencia completa con respecto al de máxima verosimilitud y mantiene el punto de ruptura del estimador inicial.

Cuando los datos provienen de un evento recurrente se modelan con intervalos de tiempo entre sus recurrencias. Dentro de este marco, Huang y Chen(2003) desarrollan un modelo multiplicativo marginal extendiendo el trabajo de Huang y Wang(2000), y obteniendo un estimador más eficiente que aquel que sólo considera el primer intervalo de tiempo. Sun, Park y Sun(2006) ajustan el modelo aditivo para intervalos de tiempo, obteniendo un estimador explícito del modelo como así también sus propiedades asintóticas. En cuanto al modelo de falla acelerado, Strawderman(2005) trabaja con intervalos de tiempos y su estimación esta motivada por la eficiencia asintótica en el modelo correcto. Obsevemos que en ningún modelo para intervalos de tiempo, hasta el momento, se han desarrollados estimaciones robustas. Abordaremos brevemente propuestas en esta dirección.

Autores: Orlando José Avila Blas, Juan Carlos Rosales, Jorge Oscar Roig Aranda
Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta, Salta Capital, Argentina
Expositor: Orlando José Avila Blas

Caracterización estadística del modelo GARCH(1,1)-M con excedentes acumulativos no gaussianos

En este trabajo se considera el modelo GARCH(1,1)-M de Engle y Bollerslev para el logaritmo de los rendimientos de los excedentes acumulativos Y_t definido por

$$Y_t = Y_{t-1} + c\sigma_t^2 + \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \sigma_t^2 (\beta + \alpha Z_t^2)$$

donde Z_t son variables aleatorias independientes igualmente distribuidas con densidad no gaussiana $f(Z_t)$ que tiene media 0 y varianza 1. Sin pérdida de generalidad se puede suponer que los parámetros del sistema: α , β y ω depende de $h > 0$, y que el término de tendencia en la primera ecuación del modelo y, la $Var(Z_t)$ son ambos proporcionales a h . Bajo estas consideraciones se prueba el siguiente teorema.

Teorema.

1. *El proceso de tiempo discreto asociado al modelo GARCH(1,1)-M con excedentes acumulativos no gaussianos, es de tipo Markoviano y la tendencia por unidad de tiempo, condicionada en la información al tiempo $(k-1)h$ viene caracterizada por las ecuaciones*

$$E [h^{-1} Y_{kh-h} Y_{(k-1)h} | M_{kh}] = c_h \sigma_{kh}^2$$

$$E [h \sigma_{(k+1)h}^2 - h \sigma_{kh}^2 | M_{kh}] = c_h \sigma_{kh}^2 = h^{-1} \omega_h + h^{-1} (\beta_h + \alpha_h - 1) h \sigma_{kh}^2$$

donde M_{kh} es la σ -álgebra generada por $kh, Y_0, \dots, Y_{(k-1)h}$ y $\sigma_0^2, \dots, \sigma_{kh}^2$.

2. *El problema de inferencia sobre los parámetros de los modelos de evaluación de opciones con volatilidad estocástica puede ser reducido a la estimación del modelo GARCH(1,1)-M.*
3. *La σ -álgebra generada por kh , junto con una medida de probabilidad en $(\mathbf{R}^n, \mathbf{B}(\mathbf{R}^n))$ permiten definir un proceso de transición Markoviano en \mathbf{R}^n que garantiza la existencia y unicidad de un proceso límite para aproximar el modelo GARCH(1,1)-M a un proceso de difusión GARCH, en el sentido Engle-Bollerslev.*

Bibliografía.

- [1] Engle, R. F. And T. Bollerslev (1986). Modelling the persistence of conditional variances, *Econometric Review*, 5, pp. 1-50
- [2] Frances, P. y Van Dijk, D. (2000), *Non-Linear time series models in empirical finance*, Cambridge University Press.
- [3] Sabanis, S. (2002). Stochastic volatility, *Internacional Journal of Theoretical and Applied Finance*, 5, pp. 515-530.

Autores: Diego Dechat, Manuel Pulido, Magdalena Lucini
Lugar: Universidad Nacional del Nordeste. Corrientes
Expositor: Diego Dechat

Representación óptima de trayectorias ciclónicas

Se analizan dos métodos de clustering, regresión polinomial mixta y regresión por mezcla de splines, los cuales son aplicados a la clasificación de trayectorias de ciclones. Las trayectorias de ciclones son obtenidas a través de una técnica de detección y seguimiento de mínimos de campos de geopotencial en 1000 hPa; datos provenientes del ECMWF en la región extratropical sur.

Se analiza el número de clusters "óptimo" para el cual se obtiene una representación confiable para distintos conjuntos de trayectorias (conjuntos que se diferencian entre sí en lo que respecta a la duración máxima, dominio geográfico y estacional). Se propone como metodología para determinar el número óptimo de clusters utilizar como variable de optimización los valores promedios obtenidos por la función logaritmo de verosimilitud. De esta forma el número óptimo de clusters es obtenido maximizando la función logaritmo de verosimilitud. Al variar el número de clusters con los cuales se representa el conjunto de trayectorias, los valores promedios alcanzados por la función de verosimilitud son mayores independientemente del número de clusters predefinidos para el caso de trayectorias con origen común. Además se estudian otros métodos de tratamiento previos a realizar el agrupamiento (e.g. perturbaciones de la trayectoria con respecto a la media estadística) con la finalidad de obtener una clasificación estadística robusta de los datos.

Autores: Graciela Boente, Alejandra Martínez

Lugar: Instituto de Cálculo, FCEyN, Universidad de Buenos Aires y CONICET

Expositor: Alejandra Martínez

Estimación en Modelos Aditivos con Respuestas Faltantes

El modelo de regresión no paramétrico aditivo supone que se tienen observaciones independientes (\mathbf{x}_i^T, y_i) , $1 \leq i \leq n$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ tales que $E(y_i|\mathbf{x}_i) = m(\mathbf{x}_i)$ con

$$m(\mathbf{x}) = \mu + \sum_{\alpha=1}^d g_{\alpha}(x_{\alpha})$$

Las funciones $g_{\alpha} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y el parámetro de posición marginal μ son las cantidades a estimar. Estimadores para este modelo han sido ampliamente estudiados en la literatura. Presentaremos estimadores para las componentes de un modelo aditivo cuando las respuestas pueden ser faltantes, es decir, cuando observamos $(\mathbf{x}_i^T, y_i, \delta_i)$, $1 \leq i \leq n$ donde $\delta_i = 1$ si y_i es observada y $\delta_i = 0$ si y_i es faltante. Para ello, suponemos un mecanismo de pérdida de observaciones ignorable (MAR). Bajo estas hipótesis proponemos dos familias de estimadores basados en la muestra completa, o sea, eliminando todos los pares incompletos (aquellos con $\delta_i = 0$) y que llamaremos simplificados. Una familia se basa en el estimador de núcleos de Nadaraya–Watson y la otra en estimadores internamente corregidos.

Describiremos el comportamiento asintótico de ambas propuestas y presentaremos los resultados obtenidos al comparar ambos estimadores mediante un estudio de simulación.

Autores: Fernandez Aida E., Sfer Ana María

Lugar: Fac. de Ciencias Exactas y Tecnología. UNT. San Miguel de Tucumán

Expositor: Fernandez Aída E.

Modelando con DAG (Modelo Gráfico Acíclico Dirigido)

Los modelos gráficos surgen en la década del ochenta, aunque sus orígenes se remontan al path análisis (Wright, 1921) y física estadística (Gibbs, 1902). Su forma más moderna se debe a desarrollos de Darroch, Lauritzen y Speed (1980), Lauritzen y Wermuth (1989), Whittaker (1990), Edwards (1995-2000).

Los modelos gráficos son una herramienta poderosa para modelar datos multivariados y son aplicables en diversas áreas. Constituyen, sin duda, una herramienta que acerca al investigador y al estadístico por su claridad, simpleza y flexibilidad en el modelado. Un aspecto a enfatizar es que la elección del modelo, loglineal, de regresión u otro es independiente, lógica y estadísticamente del modelo gráfico. Un gráfico es un conjunto finito de vértices y de ejes que unen tales vértices. En un gráfico cada par de vértices pueden o no tener ejes entre ellos. Los gráficos pueden ser dirigidos o no

dirigidos, cuando los ejes tienen o no dirección de influencia o causalidad. Un modelo gráfico representa una estructura de dependencia o independencia condicional de las variables bajo estudio y permite visualizar y comunicar fácilmente tal estructura. Existen también los llamados gráficos en cadena, que combinan ejes dirigidos y no dirigidos. Estos son apropiados cuando las variables pueden ser agrupadas en bloques. Si bien los bloques están ordenados, dentro de cada bloque no hay un orden de las variables. También, dentro de los gráficos dirigidos están los gráficos cíclicos y acíclicos. Cuando el vértice inicial y final coinciden se trata de un gráfico cíclico. La conexión entre los modelos gráficos y las distribuciones de probabilidad se basan en condiciones matemáticas rigurosas, denominadas Condición de Markov, Condición de Minimalidad y la Condición de Estabilidad o Fidelidad. Las propiedades de Markov sobre DAGs han sido sujeto de investigaciones, relativamente recientes, muchas de ellas se resumen en el texto Lauritzen (1990) o bien en el de Whittaker (1990). Este trabajo se refiere a modelos gráficos acíclicos dirigidos, llamados DAGs. Se presenta una teoría básica de modelado gráfico y una aplicación en datos reales.

Autores: J. Molina, A. Rotnitzky, M. Sued

Lugar: UBA, FCEyN, Instituto de Cálculo, Ciudad Autónoma de Buenos Aires

Expositor: Julieta Molina

Estimación en modelos marginales estructurales

Consideremos un estudio longitudinal donde en cada individuo se observan las variables

$$L_0, A_0, L_1, \dots, L_s, A_s, Y,$$

siendo A_k el tratamiento recibido en el instante t_k , L_0 un vector de variables medidas antes de t_0 , L_k un conjunto de variables medidas entre los instantes t_{k-1} y t_k , mientras que Y representa cierta variable respuesta de interés medida después del instante t_s .

Un régimen dinámico es una regla determinística que indica en cada instante t_k el tratamiento que debe ser asignado a cada individuo, en función de las respuestas en el observadas hasta ese instante. Mas específicamente, si \mathcal{A}_k denota el conjunto de posibles valores para el tratamiento asignado en el instante t_k , y \mathcal{L}_k denota el conjunto donde toman valores las variables intermedias, dado $\ell_i \in \mathcal{L}_i$, sea $\bar{\ell}_k = (\ell_0, \dots, \ell_k)$. Un régimen dinámico es una función $g(t_k, \bar{\ell}_k) \in \mathcal{A}_k$ prescribiendo el tratamiento debería recibir en el instante t_k un individuo en el que se observan las respuestas ℓ_0, \dots, ℓ_k .

Las variables contrafactuales $\bar{L}_{K+1, \mathbf{g}} = (L_{0, \mathbf{g}}, \dots, L_{K+1, \mathbf{g}})$ e $Y_{\mathbf{g}}$ representan las respuestas que se observarían en un mundo hipotético en el que se utilice el régimen \mathbf{g} como criterio único para prescribir a cada individuo que tratamiento debe recibir en cada instante, en función de las respuestas que en el se observan. Variables contrafactuales se relacionan con las variables observadas mediante la hipótesis de consistencia. Además, para poder identificar la distribución de $Y_{\mathbf{g}}$ a partir de la distribución

de las variables observadas, asumiremos que se satisface la hipótesis de aleatorización condicional y positividad (ver Robins (1997)). Dada una familia de regímenes dinámicos, $G = \{g_x : x \in T\}$, Orellana et. al. (2010) consideran el siguiente modelo

$$E[Y_{g_x}|Z] = h(x, Z; \beta_0) \quad \forall x \in R,$$

donde Z es un subvector de L_0 , $h(x, z; \cdot)$ es una función univariada suave conocida que depende de $\beta \in \mathbb{R}^p$, y β_0 es el parámetro de interés que queremos estimar. En este trabajo proponemos nuevos métodos de estimación para β_0 doblemente protegidos, mejorando la eficiencia de los procedimientos de estimación doble protegidos ya existentes y garantizando que esta nueva estimación esté en el mismo espacio que el parámetro a estimar.

Bibliografía.

[1] Robins JM, Causal Inference from Complex Longitudinal Data, in Latent Variable Modeling and Applications to Causality. Lecture Notes in Statistics (120), M Berkane, Editor. NY: Srpinger Verlag, 69-117. (1997).

[2] Orellana, L.; Rotnitzky, A.; and Robins, J. M. Dynamic Regime Marginal Structural Mean Models for Estimation of Optimal Dynamic Treatment Regimes, Part I: Main Content, The International Journal of Biostatistics: Vol. 6: Iss. 2, (2010).

Autores: Graciela Boente, Daniela Rodriguez, Mariela Sued

Lugar: FCEyN, UBA - CONICET, Buenos Aires

Expositor: Daniela Rodriguez

Test para operadores de covarianza

En muchas aplicaciones los datos observados provienen de fenómenos que son continuos en el tiempo o en el espacio y que pueden ser supuestos como curvas o funciones suaves. Por otro lado, cuando se trabaja con más de una población, al igual que en el caso finito dimensional, un supuesto muy común es asumir que existe igualdad entre los operadores de covarianza.

En el contexto de datos funcionales, se propondrá un test para contrastar si es razonable asumir el supuesto de igualdad entre los operadores de covarianza. En una primer respuesta al problema, estudiaremos una propuesta que permita testear $H_0 : \Gamma_1 = \Gamma_2$ vs $H_1 : \Gamma_1 \neq \Gamma_2$, donde Γ_i denota el operador de covarianza correspondiente a la i -ésima población. Para ello, consideraremos estimadores consistentes de ambos operadores, como por ejemplo la propuesta dada por Dauxois. et al (1982). Luego, construiremos un test basado en la norma de la diferencia entre los estimadores, estudiaremos su distribución bajo la hipótesis nula e implementaremos un procedimiento bootstrap. Con el objetivo de estudiar la potencia del test, se estudiará la

distribución del estadístico bajo alternativas contiguas. Finalmente extenderemos la propuesta al caso de k -poblaciones.

Conferencia Invitada

Sued, Mariela

FCEyN, UBA - CONICET, Buenos Aires

Estimadores de posición con datos faltantes

En esta charla, presentaremos diferentes problemáticas relacionadas a la inferencia estadística en el contexto de datos faltantes. Típicamente, el parámetro de interés estadístico queda determinado por la distribución de cierta variable respuesta que no es observada en todos los individuos de la muestra. En compensación, ciertas variables explicativas son observadas en toda la muestra. Ante la necesidad de identificar el parámetro de interés a partir de la distribución de las variables observadas,

distintas hipótesis han sido consideradas (aleatorización, aleatorización condicional). Una vez establecidas estas hipótesis, presentaremos diferentes métodos de estimación. En particular, comentaremos algunas propuestas clásicas y robustas para la estimación de ciertas medidas de posición (incluyendo la media y la mediana).

Física Matemática¹⁰

¹⁰Coordinan: Roberto Trincheró y Sergio Grillo

Conferencia Invitada
M. Schvellinger
IFLP-CONICET y DF-UNLP

Teorías de Gauge, Teorías de Cuerdas y Dualidad AdS/CFT

Luego de una breve exposición de algunas ideas esenciales sobre las teorías de gauge no abelianas y las teorías de cuerdas, se describirá una relación entre las mismas conocida como dualidad AdS/CFT. Esta dualidad establece la posibilidad concreta de investigar propiedades de teorías de gauge en el régimen de acoplamiento fuerte mediante la supergravedad y la teoría de cuerdas, y recíprocamente, permite estudiar la gravedad cuántica mediante el régimen de acoplamiento débil de teorías de gauge.

Autores: María Eugenia García
Lugar: UNLP, La Plata
Expositor: María Eugenia García

Algunos resultados sobre el cálculo del momento óptimo de Ortega Ratiu para acciones no propias

El momento óptimo de Ortega-Ratiu ha sido introducido en el año [2002] y clasifica las constantes de movimiento correspondientes a todos los Hamiltonianos que son invariantes por la acción de un grupo de Lie en una variedad de Poisson, siendo "óptimo" en este sentido. El momento óptimo se puede calcular mediante una fórmula concreta en el caso en que la acción sea propia y exista el momento estándar, como se indica en ([1]). En esta comunicación nos interesa mostrar ejemplos de acciones no propias en los cuales se puede extender la validez de dicha fórmula.

Bibliografía.

[1] Juan-Pablo Ortega and Tudor S. Ratiu, *The optimal momentum map*, Geometry, mechanics, and dynamics, Springer, New York, 2002, pp. 329–362.

Autores: Javier Fernández, Cora Inés Tori, Marcela Zuccalli
Lugar: Instituto Balseiro - Dto. de Matemática Universidad Nacional de La Plata
Expositor: Cora Inés Tori

Reducción en dos etapas de sistemas mecánicos discretos sin vínculos

Un sistema mecánico discreto es un par (Q, L_d) donde Q es una variedad diferenciable que determina el espacio de configuraciones y $L_d : Q \times Q \rightarrow \mathbb{R}$ es una función diferenciable que representa el lagrangiano discreto del sistema (ver [3]). Una simetría para este sistema es una acción de un grupo de Lie G sobre Q de modo que L_d es

invariante por la acción diagonal de G sobre $Q \times Q$. Como en el contexto continuo es de interés estudiar la reducción de la simetría de un sistema mecánico. El caso en el que un sistema mecánico discreto presenta vínculos no holónomos ha sido estudiado en [2].

En este trabajo especializamos al caso sin vínculos las técnicas presentadas en [2] para abordar el estudio de la reducción de sistemas mecánicos discretos en dos etapas. Es decir, consideramos un subgrupo normal H de G y comenzamos estudiando la reducción del sistema mecánico por el grupo H . Obtenemos así un sistema reducido forzado cuya dinámica es equivalente a la dinámica del sistema original. Luego, consideramos la acción residual del grupo cociente G/H sobre el sistema reducido con fuerzas y obtenemos otro sistema cuya dinámica es equivalente a la dinámica del sistema anterior. Para realizar esta segunda etapa es necesario adaptar el resultado de reducción establecido en [2] al caso de sistemas discretos con fuerzas.

Los sistemas involucrados en este proceso de reducción son sistemas libres y, por lo tanto, el momento definido por la simetría estudiada es una cantidad conservada sobre las trayectorias. Este hecho es fundamental en la presentación que hacemos para estudiar las dos etapas de reducción ya que esta ley de conservación permite obtener un sistema mecánico discreto al cual se le puede aplicar el proceso de reducción que adaptamos para sistemas forzados.

De este modo, obtenemos un caso particular de la versión discreta de la reducción en dos etapas de sistemas mecánicos continuos estudiada por Cendra, Marsden y Ratiu en [1].

Por último consideramos el sistema mecánico dado por un disco vertical apoyado sobre un plano horizontal sin fricción, por lo tanto no hay condición de rodadura y en consecuencia no hay vínculos no holónomos, para comparar los procesos de reducción en una y dos etapas.

Bibliografía.

- [1] H. Cendra, J. Marsden, T. Ratiu. Lagrangian reduction by stages. Mem. Amer. Math. Soc. 152 (2001), no. 722, 108 pp.
- [2] J. Fernandez, C. Tori, M. Zuccalli. Lagrangian reduction of nonholonomic discrete mechanical systems. Journal of Geometric Mechanics, 2 (2010), no. 1, 69-111.
- [3] M. Leok. Foundations of computational geometric mechanics. Ph. D. Thesis, Caltech, (2004).

Autores: Nicolás Borda, Javier Fernandez, Sergio Grillo
Lugar: Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo
Expositor: Nicolás Borda

Sistemas mecánicos discretos con vínculos de segundo orden

La mecánica discreta variacional tiene sus raíces en los años '60 y, desde entonces, ha habido un gran progreso en los casos de sistemas libres o con vínculos holónomos [1],

motivado por la construcción de integradores numéricos variacionales. La dinámica en el caso con vínculos no holónomos de primer orden fue introducida hace pocos años en [2].

En esta comunicación, damos una noción de sistema mecánico discreto con vínculos de segundo orden. Inspirados por [3], decimos que un tal sistema es una cuaterna (Q, L_d, D_K, D_V) , donde Q , el espacio de configuración, es una variedad diferencial de dimensión n ; L_d , el lagrangiano discreto, es una función real suave definida sobre $Q \times Q$ (espacio de fases discreto); D_K , que representa a los vínculos cinemáticos, es una subvariedad de $Q \times Q \times Q$; y D_V , los vínculos variacionales, es un subconjunto de $\{(q_0, q_1, \delta q_1) : q_0, q_1 \in Q, \delta q_1 \in T_{q_1}Q\}$, tal que $D_V(q_0, q_1) := \{\delta q_1 \in T_{q_1}Q : (q_0, q_1, \delta q_1) \in D_V\}$ es un subespacio vectorial de $T_{q_1}Q$. La dinámica a tiempo discreto de estos sistemas viene dada por un principio variacional asociado a L_d .

Recurriendo a versiones discretas de la transformada de Legendre, $\mathcal{F}^+L_d, \mathcal{F}^-L_d : Q \times Q \rightarrow T^*Q$, tales que

$$\mathcal{F}^+L_d(q, q') := (q', D_2L_d(q, q')) \text{ y } \mathcal{F}^-L_d(q, q') := (q, -D_1L_d(q, q')),$$

y utilizando $i_{(q_0, q_1)}^*$, la aplicación dual de la inclusión $D_V(q_0, q_1) \hookrightarrow T_{q_1}Q$, las ecuaciones de movimiento resultan:

$$(1) \quad i_{(q_0, q_1)}^*(\mathcal{F}^-L_d(q_1, q_2)) = i_{(q_0, q_1)}^*(\mathcal{F}^+L_d(q_0, q_1)) \text{ con } (q_0, q_1, q_2) \in D_K.$$

Conocidos q_0 y q_1 , también presentamos un teorema local de existencia y unicidad de soluciones de (1). El mismo se obtiene, bajo hipótesis adecuadas, garantizando la invertibilidad de $i_{(q_0, q_1)}^* \circ \mathcal{F}^-L_d|_{\{q_1\} \times D_K(q_0, q_1)}$, para despejar un único $q_2 \in D_K(q_0, q_1) := \{q_2 \in Q : (q_0, q_1, q_2) \in D_K\}$ "próximo" a q_1 que satisface (1).

Además, mostramos que los integradores construidos por medio de estos sistemas preservan la forma simpléctica a menos de una forma diferencial exacta.

Bibliografía.

- [1] J. Marsden, M. West, "Discrete Mechanics and Variational Integrators", Acta Numer. 10, 357-514 (2001).
- [2] J. Cortés, S. Martínez, "Nonholonomic Integrators", Nonlinearity 14, no. 5, 1365-1392 (2001).
- [3] H. Cendra, S. Grillo, "Lagrangian systems with higher order constraints", J. Math. Phys. 48, 052904/35 (2007).

Autores: Hernan Cendra, Maximiliano Palacios

Lugar: Instituto Balseiro, Bariloche

Expositor: Maximiliano Palacios

Sistemas termo-mecánicos finito dimensionales

Tanto la mecánica clásica como la termodinámica pueden ser consideradas teorías independientes en sus fundamentos y, mas allá de una interconexión estadística entre ambas, resulta de interés considerar fenómenos reales en los cuales intervienen tanto

un número finito de grados de libertad en la parte mecánica como en la termodinámica, para finalmente hacerlos interactuar consistentemente.

En la siguiente comunicación se dará una descripción de un émbolo vertical que encierra a un gas ideal donde el proceso es adiabático, cuasi-estático y reversible, visto en simultáneo como fenómeno mecánico y termodinámico. En términos prácticos se hablará de las variables mecánicas de posición q y momento p del émbolo de masa m , junto con las variables termodinámicas de energía interna U , presión P , volumen V , temperatura absoluta T y entropía S , para luego dar una descripción más geométrica en términos de la geometría simpléctica y de contacto vinculadas con las variables del espacio de fase mecánico y espacio de fase termodinámico respectivamente. Luego se verá cómo este ejemplo ayuda a construir, en el formalismo de los denominados sistemas no-holónomos generalizados, un modelo que permite el estudio de una nueva familia de fenómenos termo-mecánicos, donde el nuevo espacio de configuración Q no solo representa las variables mecánicas, sino que también alberga a las variables termodinámicas. Por otra parte, esta variedad más grande, haría posible el estudio de, por ejemplo, sistemas disipativos mecánicos o procesos termodinámicos irreversibles donde nuevas cantidades conservadas son tenidas en cuenta.

Autores: Cora Inés Tori, María de las Mercedes Trípoli, Augusto Melgarejo
Lugar: Facultad de Ingeniería, UNLP
Expositor: María de las Mercedes Trípoli

Curvatura escalar Riemanniana en un sistema cuántico interactuante

El enfoque geométrico de la termodinámica, además de facilitar el análisis de sistemas termodinámicos, ha ayudado a entender la estructura matemática de esta teoría. Una manera abordar el estudio de estos sistemas desde una mirada geométrica es considerar la variedad Riemanniana definida por el espacio de estados de equilibrio termodinámico y la métrica determinada a partir del potencial termodinámico. Este enfoque pone en relevancia y enfatiza desde una perspectiva macroscópica nociones de covarianza y consistencia expresadas naturalmente en el lenguaje de la geometría Riemanniana. En particular, la curvatura escalar, permite relacionar dos perspectivas diferentes en la descripción y comprensión de los sistemas físicos, una perspectiva microscópica y una macroscópica. Más precisamente, las inestabilidades propias del sistema están asociadas a las divergencias de la curvatura escalar, interpretadas éstas, como la divergencia del volumen de correlación. En este trabajo y desde un punto de vista macroscópico, estudiamos la ruptura del estado de Fermi en un sistema unidimensional de electrones a partir del análisis de la curvatura escalar. Esta transición está fuertemente relacionada a la presencia y a la longitud de interacción entre los electrones constituyentes del sistema reflejada en el comportamiento de la curvatura Riemanniana.

Conferencia Invitada

Alberto Clemente de la Torre

IFIMAR - CONICET - Departamento de Física - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de Mar del Plata

Quantum intentando seducir a Seshat¹¹

El formalismo matemático de la mecánica cuántica es presentado ejemplificado por el sistema cuántico más sencillo: el de una partícula sin estructura interna que se mueve libre de fuerzas. A pesar de su sencillez, este sistema exhibe todas las características asombrosas de la mecánica cuántica. Se mencionan importantes elementos relevantes para el desarrollo de una interpretación de dicha teoría, tales como lógicas cuánticas, aleatoriedad, el teorema de Bell y Kochen-Specker, desigualdades de Bell, entrelazamiento cuántico, criptografía y computación cuántica. Finalmente se hacen algunas especulaciones sobre la estructura matemática requerida para una interpretación de la teoría.

¹¹Diosa de la matemática en la mitología egipcia

Geometría¹²

¹²Coordinan: Gabriel Larotonda y Graciela Desideri

Autores: Edison Alberto Fernández Culma

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba capital

Expositor: Edison Alberto Fernández Culma

Clasificación de los nilradicales Einstein de dimensión 7

Sea M una variedad diferenciable. Una métrica Riemanniana completa g sobre M se llama *solitón de Ricci* si su tensor de Ricci satisface

$$\text{ric}_g = cg + \mathcal{L}_X g$$

para algún $c \in \mathbb{R}$ y $X \in \mathfrak{X}(M)$ un campo completo. $\mathcal{L}_X g$ denota la derivada de Lie de g en la dirección de X

Las métricas solitones de Ricci son caracterizadas por ser “puntos de equilibrio” del flujo de Ricci

$$\frac{\partial}{\partial t} g(t) = -2\text{ric}(g(t))$$

módulo difeomorfismo y homotecia. Estas métricas generalizan a las métricas Einstein y es por eso que algunas veces son llamadas *métricas casi-Einstein*.

En el caso de un grupo de Lie G con álgebra de Lie \mathfrak{g} , una métrica invariante a izquierda es llamada un *solitón de Ricci algebraico* si su operador de Ricci satisface

$$\text{Ric} = cI + D$$

para algún $c \in \mathbb{R}$, I es la transformación identidad y $D \in \text{Der}(\mathfrak{g})$. Es sabido que todo solitón de Ricci algebraico es un solitón de Ricci. Si G es un grupo de Lie soluble (resp. nilpotente) entonces un solitón de Ricci algebraico es llamado *solsolitón* (resp. *nilsolitón*). Por un teorema estructural de los solsolitones, todo solsolitón se obtiene a partir de un nilsolitón y así el estudio de los solsolitones se convierte en un problema sobre álgebras de Lie nilpotentes. Una álgebra de Lie nilpotente es llamada *nilradical Einstein* si admite una métrica nilsolitón.

En la charla, daremos un repaso de algunos avances en el estudio de los nilradicales Einstein e ilustraremos cómo obtener a partir de estos la clasificación de los nilradicales Einstein de dimensión siete.

Autores: Julio C. Barros, Cristián U. Sánchez

Lugar: UNRC-Río Cuarto, UNC-Córdoba

Expositor: Julio C. Barros

Una Caracterización de las Hipersuperficies de Cartan por medio del Laplaciano Infinito

Sea M una variedad Riemanniana, compacta, conexa, esférica de dimensión n , para cada punto $p \in M$ se denota por \widehat{X}_p el conjunto de $X \in T_p(M)$ tal que $\|X\| = 1$ y además estos vectores definen secciones normales puntualmente planas. Este conjunto queda determinado por polinomios homogéneos de grado tres. En el presente

trabajo se prueba la conjetura sugerida por el Dr. Cristián U. Sánchez, que consiste en caracterizar a las hipersuperficies isoparamétricas con tres curvaturas principales distintas, entre las hipersuperficies isoparamétricas homogéneas, en términos del Laplaciano Infinito del polinomio defintorio de las secciones normales planas. Recordamos que para una función suave u definida en un abierto de \mathbb{R}^n , el Laplaciano Infinito está definido por $\Delta_\infty u = \frac{1}{2} \langle \nabla u, \nabla \|\nabla u\|^2 \rangle$, interesaba conocer el comportamiento de estos Laplacianos Infinitos respecto del cuadrado de la norma del vector tangente, más precisamente se demostró que, el Laplaciano Infinito del polinomio defintorio de secciones normales planas correspondiente a una hipersuperficie isoparamétrica homogénea, es múltiplo del cuadrado de la norma del vector tangente, sí y sólo sí, la hipersuperficie isoparamétrica homogénea tiene tres curvaturas principales distintas. Se retoman en esta comunicación algunos temas y resultados presentados en el V Encuentro de Geometría Diferencial realizado del 22 al 24 de junio de este año.

Autores: Carlos E. Olmos, Francisco Vittone
Lugar: Universidad Nacional de Rosario, Rosario
Expositor: Francisco Vittone

Completitud de subvariedades integrales de distribuciones de nulidad

Dada una subvariedad M de una forma espacial, el subespacio de nulidad en un punto $p \in M$ es el núcleo común \mathcal{N}_p de los operadores de forma en p . El índice de nulidad en p es la dimensión de \mathcal{N}_p . El conjunto de puntos donde el índice de nulidad es mínimo, es abierto en M y la asignación $p \rightarrow \mathcal{N}_p$ es una distribución bien definida en M . En este trabajo, presentamos una prueba geométrica conceptual del hecho que si M es completa, las subvariedades integrales de \mathcal{N} por puntos de índice de nulidad mínima también son completas (ver [1] y [2]). Lo desprenderemos como consecuencia de un resultado más general que establece que dada una función diferenciable $f : M \rightarrow N$ entre variedades Riemannianas con M completa, si las subvariedades integrales de $\ker(df)$ por los puntos donde el rango de f es máximo son totalmente geodésicas, entonces son completas.

Bibliografía.

- [1] S. Alexander. *Reducibility of euclidean immersions of low codimension*. J. Dif. Geom., 3:69-82, 1969.
[2] D. Ferus. *On the completeness of nullity foliations*. Michigan Math. J., 18:61-64, 1971.

Autores: Guillermo Henry (1) y Jimmy Petean (1)(2)

Lugar: (1) Dpto. de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires. (2) CIMAT, GTO, México

Expositor: Guillermo Henry

Hipersuperficies isoparamétricas y métricas de curvatura escalar constante en variedades producto

Sea (S^n, g_0) la esfera Euclídea dotada con la métrica canónica. Consideremos la ecuación sobre S^n dada por

$$(1) \quad \Delta_{g_0} u - \lambda u + \lambda u^q = 0.$$

donde λ es una constante positiva. En este trabajo mostramos la existencia de soluciones no radiales para la ecuación (1) en el caso subcrítico, i.e. $q < (n+2)/(n-2)$. También estudiamos la cantidad de soluciones en función del parámetro λ . Para cada hipersuperficie isoparamétrica de S^n probamos que existen soluciones de la ecuación anterior que son constantes sobre la misma y cuyo número se incrementa con el crecimiento de λ . También se obtuvieron resultados similares para hipersuperficies isoparamétricas en una variedad Riemanniana en general. Estas soluciones dan una gran cantidad de métricas de curvatura escalar constante en las clases conforme de variedades productos.

Autores: Daniel A. Joaquín

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Expositor: Daniel A. Joaquín

Los tensores diferencia y de curvatura en hipersuperficies afines de tipo descomponible

Las llamadas *hipersuperficies afines de tipo descomponible*, conocidas también como hipersuperficies de traslación con curvas de traslación planas, fueron estudiadas en [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9].

En la geometría diferencial afín de hipersuperficies se distinguen dos conexiones: la conexión normal ∇ (inducida por la normal afín) y la conexión de Levi-Civita $\tilde{\nabla}$, determinada por la (seudo)métrica invariante unimodular afín definida en la hipersuperficie, que es el primer objeto geométrico introducido en la teoría. Como ambas conexiones son libres de torsión, su diferencia da origen a un tensor simétrico K de tipo $(2, 1)$ denominado tensor diferencia. [1, 5, 9, 10]

La derivada covariante de K respecto de la conexión $\tilde{\nabla}$ es un tensor $\tilde{\nabla}K$ de tipo $(3, 1)$, esto es, del mismo tipo que el tensor de curvatura R (asociado a ∇). En el presente trabajo se obtiene una clase de hipersuperficies, de tipo descomponible, para

las cuales dichos tensores son múltiplos escalares entre sí, cuando ambos tensores son no nulos, es decir, excluyendo el caso trivial de las hiperesferas afines.

Bibliografía.

- [1] S. Gigena, Constant Affine Mean Curvature Hypersurfaces of Decomposable Type, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, American Mathematical Society, Vol. 54, Part. 3 (1993), 289-316.
- [2] S. Gigena, El Invariante de Pick para Hipersuperficies Descomponibles, Mathematicae Notae, Vol. 37, (1994), 87-104.
- [3] S. Gigena, Ordinary Differential Equations in Affine Geometry, Le Matematiche, Vol. LI, Fasc. I, (1996), 119-151.
- [4] S. Gigena, Decomposable Surfaces with Vanishing Equiaffine Scalar Curvature, Actas del IV Congreso "Dr. Antonio Monteiro", (1997), 71-84.
- [5] S. Gigena, Ordinary Differential Equations in Affine Geometry: Differential Geometric Setting and Summary of Results, Mathematicae Notae, Vol. 39, (1998), 33-60.
- [6] S. Gigena, D. Joaquín, On Affine Hypersurfaces with Constant Sectional Curvature, Mathematicae Notae, Vol. 39 (1997/98), 61-86.
- [7] S. Gigena, D. Joaquín, Affine Decomposable Hypersurfaces which are Locally Symmetric, Mathematicae Notae, Vol. 40, (1999/2002), 95-113.
- [8] S. Gigena, D. Joaquín, A P.D.E. Characterization of Affine Hypersurfaces with Parallel Difference Tensor. Preprint pp. 1-8, (2009). Actas del X Congreso "Dr. Antonio Monteiro": <http://www.matematica.uns.edu.ar/XCongresoMonteiro/actas.HTM>.
- [9] D. Joaquín, Manifolds with Integrable Affine Shape Operator, LE MATEMATICHE. Vol. LX (2005 - Fasc. 1, pp. 13-27)
- [10] K. Nomizu, T. Sasaki, Affine Differential Geometry, Cambridge Tracts in Mathematics 111, Cambridge University Press 1994.

Autores: Alberto Formica, Nicolás Kranewitter, Soledad Martínez

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Universidad Abierta Interamericana

Expositor: Nicolás Kranewitter

Algunas propiedades del Join en Espacios de Convexidad

En esta comunicación, relacionada con la Convexidad Generalizada y Axiomática, se pretende desarrollar algunos resultados del Join de dos conjuntos en contexto de un Espacio de Convexidad. El espacio X en el que se trabajará es la *Geometría lineal, densa, extensible y completa (GLDEC)* definida por Coppel [1], con la estructura topológica determinada por Bressan [2].

Si bien para muchas situaciones es importante contar con la condición de convexidad de un conjunto, muchas veces, cuando ésta no puede asumirse, suele debilitarse y se exige, entonces, que el conjunto tenga la característica de ser *estrellado*. Determinar condiciones que permitan asegurar que un conjunto sea estrellado es parte del

trabajo que se realiza en el área de la *Convexidad*, y es en esta dirección en la que se encuadra nuestra comunicación.

Algunas definiciones útiles para este resumen son (para conjuntos no vacíos $A \subset X$ y $B \subset X$):

- El *join* de A a B es $J(A, B) = \{[x, y] : x \in A, y \in B\}$ (con $[x, y]$ notamos al segmento cerrado de extremos x e y).

- A es *estrellado* si existe $x \in A$ tal que $[x, y] \subset A$ para todo $y \in A$.

- El *mirador* de A es el conjunto $mir(A) = \{x \in A : \forall y \in A, [x, y] \subset A\}$

En esta comunicación introducimos la noción de conjunto C -conexo en una GLDEC y presentaremos, para dos conjuntos no vacíos $A \subset X$ y $B \subset X$, características del *Join* entre ellos, que notamos $J(A, B)$, en términos de las condiciones de estrellado y C -conexo y a partir, también, de algunas características de A y B . Establecemos, también, relaciones entre los conjuntos A y B y el mirador del join, $mir(J(A, B))$.

Bibliografía.

[1] Coppel, W. A.: *Foundations of Convex Geometry*, Cambridge University Press, 1998.

[2] Bressan, J. C.: *Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa*, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (2008), 389-396.

Autores: Silvio Reggiani

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Silvio Reggiani

Un teorema tipo-Berger para conexiones métricas con torsión antisimétrica

Sean M una variedad riemanniana y $\tilde{\nabla}$ una conexión métrica en M con las mismas geodésicas que la conexión de Levi-Civita. En tal caso decimos que $\tilde{\nabla}$ es una conexión (métrica) con torsión antisimétrica. En este trabajo probamos un resultado tipo Berger, el cual dice que si el subgrupo ortogonal generado por la torsión de $\tilde{\nabla}$ no es transitivo en la esfera (del espacio tangente), entonces el espacio es isométrico a un grupo de Lie con métrica bi-invariante (o su dual simétrico, en el caso no compacto).

Un teorema bien conocido de Cartan-Schouten dice que las únicas geometrías que admiten una conexión métrica plana con torsión antisimétrica son los grupos de Lie con métrica bi-invariante y la esfera 7-dimensional. A partir de nuestros resultados podemos caracterizar todas las conexiones métricas planas con torsión antisimétrica en grupos de Lie con métrica bi-invariante. En efecto, las únicas posibles son las conexiones (+) y (-), que hacen paralelos a los campos invariantes a izquierda y derecha, respectivamente, y son además conexiones canónicas. También probamos que en el caso no plano, la holonomía de $\tilde{\nabla}$ coincide con la holonomía riemanniana, si el grupo generado por la torsión es no transitivo en la esfera.

Autores: Alberto Formica, Juan Carlos Bressan

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Universidad de Buenos Aires

Expositor: Alberto Formica

Iluminación en una Estructura de Convexidad

La teoría de la Iluminación forma parte de la Convexidad Generalizada, y su desarrollo se efectúa en R^n . En esta comunicación presentamos una generalización de varios resultados de la Iluminación de conjuntos a la teoría axiomática de los espacios de convexidad con una topología intrínseca. Extender resultados que valen en un espacio euclídeo n -dimensional a un espacio de convexidad general es parte del trabajo que realiza la Convexidad Axiomática, y se logra luego de haber hallado las condiciones adecuadas que debe requerir un espacio para que se pueda proponer la generalización, ya sea de definiciones como de propiedades.

El espacio X que consideramos en esta comunicación es la *Geometría lineal, densa, extensible y completa* (GLDEC) definida en [2] con la topología introducida en [1]. Algunas definiciones y propiedades son:

- **Def. 1.** Dado $K \subset X$, $y \in \partial K$, $x \notin K$, se dice que y está iluminado por x sii $[x, y] \cap K = \phi$ y $[x, y] \cap \text{int}(K) \neq \phi$. En este caso escribimos $y \in \text{il}_K(x)$. Además, si $A \subset K^C$, $\text{il}_K(A) = \{y \in \text{il}_K(a) : a \in A\}$.

- **Def. 2.** $y \in \sigma_K(x)$ sii $y = x$ ó $[x, y] \cap K = \phi$ y $[x, y] \cap K \neq \phi$. Para $A \subset K^C$, $\sigma_K(A) = \{y \in \sigma_K(a) : a \in A\}$.

Los siguiente resultados relacionan ambos operadores para el caso en que $K \subset X$ es un cuerpo convexo cerrado:

- **Prop.1.** Dado $y \in \partial K$, $x \notin K$, si el segmento (x, y) es interior a $\sigma_K(x)$ entonces y es iluminado por x .

- **Prop.2.** Si $A \subset K^C$ entonces $\text{il}_K(A) = \text{il}_K(\sigma_K(A))$.

Otras propiedades válidas para $K \subset X$ cuerpo cerrado y $x \notin K$ son:

- **Prop.3.** Si $y \in \text{il}_K(x)$ entonces $[x, y] \subset \sigma_K(x)$.

- **Prop.4.** $x \in \text{mir}(\sigma_K(x))$.

- **Prop.5.** Si $y \in \text{int}(\sigma_K(x))$ entonces existe un entorno convexo U de y tal que $J(x, U) \subset \sigma_K(x)$.

- **Prop.6.** K es convexo sii $\forall x \notin K$, $\sigma_K(x) \cap \text{conv}(K)$.

Bibliografía.

[1] Bressan, J. C.: *Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa*, Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (1), 2008, 389–396.

[2] Coppel, W. A.: *Foundations of Convex Geometry*, Cambridge University Press, 1998.

[3] Formica, A.; Rodríguez, M.: *Properties and relations between visibility and illumination operators*, Revista Notas de Matemática, Vol 3 (2) N° 259, 101–109. Venezuela 2007.

[4] Boltyanski, S., Martini, H., Soltan, P. S.: *Excursions into combinatorial geometry*, Springer-Verlag, 1996.

Conferencia Invitada

Hulett, Eduardo

Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba

Solitones de la ecuación de armonicidad del mapa de Gauss para superficies en la 4-esfera

En este trabajo se considera la geometría de la aplicación generalizada de Gauss para superficies de la esfera \mathbb{S}^4 . El resultado central del trabajo establece que la ecuación de mapa armónico de la aplicación de Gauss G_f de una inmersión conforme f de una superficie de Riemann en \mathbb{S}^4 es completamente integrable (en el sentido de [G]). Este hecho permite demostrar que todo mapa armónico de Gauss no existe aislado sino que es parte de una familia de deformaciones (o solitón) parametrizada por $U(1)$. Algo similar al fenómeno de la deformación del catenoide para obtener el helicoides (ver [DC]). Se obtienen además estimaciones de la energía del mapa de Gauss de una superficie S en función del género de S . Por último una clase distinguida de inmersiones f son aquellas tales que su mapa de Gauss G_f es conforme. Se da una caracterización de estas inmersiones y se estudian algunas de sus propiedades.

Bibliografía.

[DC] Manfredo P. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces. Academic Press 1989.

[G] Martin A. Guest, Harmonic maps, loop groups, and integrable systems. London Math. Society, 1998.

Autores: Marcos Salvai

Lugar: FaMAF - CIEM, Córdoba

Expositor: Marcos Salvai

Algunas subvariedades totalmente geodésicas de la grassmanniana no lineal de un espacio simétrico compacto

Sean M y N dos variedades diferenciables conexas. Si M es compacta y orientada y N es riemanniana, entonces el conjunto \mathcal{E} de todos los embeddings de M en N es una variedad de Fréchet munida de una métrica riemanniana débil canónica, definida como sigue: Si $f \in \mathcal{E}$ y $u, v \in T_f \mathcal{E}$ (es decir, u, v son campos vectoriales suaves a lo largo de f), entonces

$$\langle u, v \rangle = \int_M \langle u(x), v(x) \rangle \omega_f(x),$$

donde ω_f es el elemento de volumen de la métrica riemanniana en M inducida por f .

Sea \sim la relación de equivalencia en \mathcal{E} definida por $\gamma \sim \sigma$ si y sólo si $\gamma = \sigma \circ \phi$ para algún difeomorfismo ϕ de M que preserva la orientación. El conjunto $\mathcal{S} = \mathcal{E}/\sim$ de clases de equivalencias, que puede pensarse como el conjunto de subvariedades de N

difeomorfas a M y se llama la grassmanniana no lineal de N de tipo M , es una variedad de Fréchet con una métrica riemanniana débil tal que la proyección $\mathcal{E} \rightarrow S$ es un fibrado principal con grupo de estructura $\text{Diff}_+(M)$, y una submersión riemanniana. Esta métrica, si bien no es la adecuada con vista a aplicaciones a *computer vision* en el caso $N = \mathbb{R}^2, M = S^1$ [1], es la natural, y ha mostrado ser conveniente en diversos contextos, por citar un ejemplo, en la caracterización de las fibraciones de Hopf de S^3 en [2].

En lo siguiente N es un espacio simétrico compacto y G es la componente conexa de la identidad del grupo de isometrías de N . Suponemos que G es semisimple y que la métrica en N es la inducida por la métrica bi-invariante en G determinada por el opuesto de la forma de Killing.

Sea M una subvariedad cerrada totalmente geodésica de N y sea \mathcal{C} el conjunto de subvariedades de N congruentes a M , que resulta un espacio homogéneo de G . Probamos que la inclusión natural de \mathcal{C} en S es totalmente geodésica.

Bibliografía.

[1] P. Michor, D. Mumford: *Riemannian geometries on spaces of plane curves*, J. Eur. Math. Soc. 8 (2006) 1–48.

[2] M. Salvai: *Some geometric characterizations of the Hopf fibration of the three-sphere*, Monatshefte fuer Mathematik 147 (2006) 173–177.

Conferencia Invitada

Oswaldo Santillan

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA

Tensores de Killing-Yano en G estructuras y sus aplicaciones

Se describirá en forma breve el rol de los tensores de Killing y de Killing-Yano en Relatividad General y en problemas de supersimetría. En particular, se demostrará que dichos tensores dan lugar a constantes de movimiento para la partícula y la superpartícula en un espacio curvo dado. Se expondrá una deducción de la lista de Papadopoulos, la cual describe las G estructuras cuyas formas G invariantes son tensores de Killing-Yano. La lista de Papadopoulos se refiere a grupos G de tipo Berger, y se describirán ejemplos que no son de este tipo y por lo tanto no figuran en la clasificación de Papadopoulos. Esto es parte de un trabajo original del autor, y se expondrán ejemplos de estructuras cuasi simpléticas, de tipo Einstein-Sasaki y estructuras $SO(3)$ en 5 dimensiones las cuales admiten tensores de Killing y Killing-Yano. Algunas aplicaciones en problemas teóricos de la física serán mencionadas brevemente.

Autores: Alberto Formica, Nicolás Kranewitter, Soledad Martínez

Lugar: Universidad Nacional de General Sarmiento - Universidad Abierta Interamericana

Expositor: Soledad Martínez

El “Conjunto Cociente”: aportes desde la Convexidad

Esta comunicación se encuadra en la Convexidad Generalizada y los resultados que presentamos están vinculados al *conjunto cociente de A por B*, que notamos A/B . En todos los casos, A y B son subconjuntos de un Espacio de Convexidad X . El espacio considerado para nuestro estudio es la *Geometría lineal, densa, extensible y completa* (GLDEC) definida en [2] con la topología dada en [1].

Dichos resultados describen características del conjunto cociente a partir de las posiciones relativas de ambos conjuntos y planteamos también una propiedad que caracteriza a los conjuntos convexos en base al cociente entre un conjunto y un punto. Por otro lado, a partir de la noción de conjunto *Cuasi-Afín*, obtenemos nuevas relaciones del cociente en términos de cuestiones topológicas y del mirador del conjunto.

A continuación señalamos algunas de las definiciones y propiedades que usamos y presentaremos. En todas consideramos que A y B son subconjuntos no vacíos del espacio X :

Si a y b son puntos del espacio X , se define el *cociente* a/b como $a/b = \{c \in X : a \in (b, c)\}$ si $a \neq b$ y $a/b = \{a\}$ si $a = b$ [3]. Además, se define el *conjunto cociente* entre A y B como $A/B = \{a/b : a \in A, b \in B\}$.

Algunos resultados:

- Si $A/B \cap B/A = \phi \implies A \cap B = \phi$ pero no vale la afirmación recíproca.
- A es convexo sii $\forall p \notin A : A/p \cap p/A = \phi$
- Si A es cuasi-afín e $inter(A) \neq \phi$ entonces $A = X$.

Bibliografía.

[1] Bressan, J. C. *Topologías intrínsecas en una geometría lineal densa, extensible y completa*. Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, T. XLII (1), 2008, 389-396.

[2] Coppel, W. A. *Foundations of Convex Geometry*. Cambridge University Press, 1998.

[3] Webster, R. *Convexity*. Oxford University press, 1994.

Autores: Edwin Alejandro Rodríguez Valencia

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba, FaMAF; Córdoba - Argentina

Expositor: Edwin Alejandro Rodríguez Valencia

Invariantes de estructuras complejas en nilvariedades

Sea (N, J) un grupo de Lie nilpotente dotado con una estructura compleja invariante. Una métrica Riemanniana invariante a izquierda en N compatible con J es *minimal*, si minimiza la norma de la parte invariante del tensor de Ricci

entre todas las métricas compatibles con la misma curvatura escalar. Se sabe que las métricas minimales (si existen) son únicas salvo isometrías y multiplicación por escalares. Esta unicidad permite distinguir dos estructuras complejas con geometría Riemanniana, la cual, sabemos, nos provee de una gran cantidad de invariantes.

El objetivo de esta charla es analizar el problema de existencia de métricas minimales en estructuras complejas abelianas en nilvariedades de dimensiones seis y ocho, mostrando algunos ejemplos explícitos de familias continuas de estructuras complejas no isomorfas dos a dos. Para lo cual se usaran: un invariante Riemanniano (los autovalores del operador de Ricci), invariantes polinomiales e invariantes discretos.

Autores: Viviana del Barco, Gabriela P. Ovando

Lugar: Depto. Matemática, ECEN - FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Rosario

Expositor: Viviana del Barco

Sobre la geometría de los grupos de Lie nilpotentes libres munidos de una métrica bi-invariante

En este trabajo empezamos por determinar los grupos de Lie conexos nilpotentes libres que admiten una métrica bi-invariante, la cual se corresponde a nivel del álgebra de Lie \mathfrak{n} con una métrica ad-invariante, es decir,

$$\langle [x, y], z \rangle + \langle y, [x, z] \rangle = 0 \quad \text{para todos } x, y, z \in \mathfrak{n}.$$

Hemos probamos el siguiente resultado.

Teorema. *Si \mathfrak{n} es un álgebra k -pasos nilpotente libre en m generadores que admite una métrica ad-invariante entonces $(m, k) = (2, 3)$ o $(m, k) = (3, 2)$.*

Para la prueba del mismo utilizamos el concepto de base de Hall bien conocido en éstas álgebras nilpotentes libres y la graduación del álgebra que aparece fijada una tal base.

Luego, describimos el grupo de automorfismos del álgebra de Lie estableciendo isomorfismos con grupos ya conocidos. Estudiamos además algunos elementos geométricos en los correspondientes grupos de Lie simplemente conexos. Aquí las herramientas son las canónicas en geometría pseudo-Riemanniana.

Bibliografía.

[1] V. del Barco, G. Ovando, Free nilpotent Lie algebras admitting ad-invariant metrics, arxiv 1104.4773.

[2] B. Kostant, On differential geometry and homogeneous spaces II. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **42** (1956), 354–357.

[3] G. Ovando, Naturally reductive pseudo-Riemannian spaces, J. of Geom. and Physics, **61** (1) (2011), 157–171.

[4] M. Hall, A basis for free Lie rings and higher commutators in free groups, Proc. Amer. Math. Soc. **1** (1950), 575-581.

[5] J. P. Serre, Lie algebras and Lie groups, Lecture Notes in Math. **1500**, Springer Verlag (1992).

Autores: Ximena Laura Fernández

Lugar: Departamento de Matemática, FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Expositor: Ximena Laura Fernández

Teoría de Morse para posets

La teoría de Morse discreta, desarrollada por R. Forman [3] en 1995, es una adaptación de la teoría clásica al contexto de los poliedros. Análogamente a lo que ocurre en el contexto de variedades diferenciables, los *puntos críticos* de las *funciones de Morse* describen el tipo homotópico del espacio.

En 1996 Chari [1] codificó las funciones de Morse en forma de *matchings acíclicos* en el diagrama de Hasse de los posets asociados a los poliedros y esto permite transformar el estudio del tipo homotópico de un poliedro en un problema puramente combinatorio. Recientemente, Minian [4] extendió los resultados de Forman y Chari a una clase más general de posets.

En esta charla repasaremos los resultados más importantes de la teoría de Morse discreta, y presentaremos algunos modos de atacar el problema combinatorio de hallar un matching acíclico en un poset con la menor cantidad de puntos críticos (entre ellos: métodos heurísticos y una construcción inductiva).

Este trabajo forma parte de mi Tesis de Licenciatura [2], que fue dirigida por G. Minian y presentada en Marzo de 2011.

Bibliografía.

[1] M. Chari. *On Discrete Morse Functions and Combinatorial Decompositions*. Discrete Math. **217** (2000), 101-113.

[2] X.L. Fernández, *Topología de espacios finitos: un enfoque algorítmico*, Tesis de Licenciatura. Departamento de Matemática, FCEyN, UBA (2011).

[3] R. Forman. *Morse theory for cell complexes*. Advances in Mathematics **134** (1998), 90-145.

[4] E.G. Minian. *Some remarks on Morse theory for posets, homological Morse theory and finite manifolds*. arXiv:1007.1930 (2010).

Autores: Gabriela P. Ovando

Lugar: Depto. Matemática, ECEN - FCEIA, Universidad Nacional de Rosario, Rosario

Expositor: Gabriela P. Ovando

Sobre grupos de Lie pseudo-riemannianos naturalmente reductivos

Nuestro primer objetivo es la construcción de ejemplos. Para ello revisamos un teorema de Kostant [Ko] sobre el grupo de isometrías de los espacios riemannianos naturalmente reductivos y lo adaptamos para el caso pseudo-riemanniano. Simplificando, este teorema establece que la variedad G/H de una variedad pseudo-riemanniana naturalmente reductiva corresponde a un grupo de Lie G con una métrica bi-invariante y un subgrupo cerrado H no degenerado. Investigamos entonces los grupos de Lie que admiten una métrica bi-invariante y a partir de la estructura de ellos damos una familia de ejemplos de grupos de Lie $\mathcal{G}(D)$ naturalmente reductivos. Esta construcción generaliza el caso de los grupos de Lie 2-pasos nilpotentes riemannianos naturalmente reductivos y permite probar que en el caso pseudo-riemanniano no existe restricción en el grado de nilpotencia. En esta construcción el grupo de isometrías que fija la identidad de $\mathcal{G}(D)$ coincide con un subgrupo de automorfismos isométricos de $\mathcal{G}(D)$ [Ov].

Por otro lado estudiamos condiciones suficientes para la existencia de métricas naturalmente reductivas en grupos de Lie. Especificamos el caso de los grupos 2-pasos para los cuales podemos describir el grupo de isometrías.

Bibliografía.

[Ko] B. Kostant, On differential geometry and homogeneous spaces II. Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **42** (1956), 354-357.

[Ov] G. Ovando, Naturally reductive pseudo-Riemannian spaces, J. of Geom. and Physics, **61** (1) (2011), 157-171.

Autores: Graciela Desideri

Lugar: Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca

Expositor: Graciela Desideri

Propiedades de t-ternas en el plano Lorentziano

En este trabajo se presentan propiedades de sucesiones de t-ternas, donde cada t-terna $(b;a,c)$ está formada por tres puntos del plano Lorentziano que son vértices de un triángulo temporal puro, con b vértice medio.

A tal efecto, se consideran ángulos, perímetros y áreas de los triángulos que determinan las t-ternas, y se analiza la llamada condición de L-Cauchy de las sucesiones

de t -ternas y la relación de éstas con los círculos Lorentzianos en los que están inscritas.

Conferencia Invitada

Javier Fernandez

Instituto Balseiro, U.N. de Cuyo – C.N.E.A., Bariloche (JF) Depto. de Matemática, F.C.E., U.N.L.P. (MZ)

Algunas propiedades de las conexiones discretas y sus holonomías

Las conexiones en un G -fibrado principal Q permiten realizar una serie de “operaciones geométricas” al elegir un subespacio complementario al *espacio vertical* $T_q(Gq)$ en T_qQ para cada $q \in Q$. En [3] se introduce la noción de *conexión discreta* en un fibrado principal como una manera de complementar el *espacio vertical discreto* $\{(q, Gq) : q \in Q\}$ en $Q \times Q$.

La motivación para considerar estos espacios es que, así como los elementos de T_qQ pueden interpretarse como velocidades en q , los elementos $(q_0, q_1) \in Q \times Q$ (cercanos a la diagonal de este espacio) pueden interpretarse como un desplazamiento de q_0 a q_1 y, por lo tanto, como una “velocidad integrada en un intervalo de tiempo pequeño”. Esta idea ha sido usada para crear una teoría análoga, a tiempo discreto, a la mecánica clásica, llamada *mecánica discreta*, que resulta útil para la construcción y el estudio de integradores numéricos de sistemas mecánicos.

En el estudio de la dinámica de los sistemas mecánicos simétricos, las conexiones son una herramienta fundamental para, por ejemplo, obtener los llamados *sistemas reducidos*. De hecho, en estos sistemas, suele aparecer una fuerza externa originada en la curvatura de la conexión (ver [1]). En la reducción de los sistemas mecánicos discretos simétricos, las conexiones discretas juegan un rol semejante, aunque la relación entre las fuerzas en los sistemas reducidos y las conexiones parece más compleja y aún no está completamente comprendida (ver [2]).

Esta comunicación es el comienzo de una serie de exploraciones de algunas características geométricas de las conexiones discretas. En particular, luego de introducir la noción de conexión discreta y transporte paralelo, discutiremos distintas nociones de *holonomía discreta*. La noción más natural de holonomía discreta resulta ser un subgrupo (topológico) de G , mientras que una noción “restringida” resulta ser un subgrupo de Lie de G . Por último, es posible introducir una noción discreta de holonomía local que resulta, también, un subgrupo de Lie de G .

Bibliografía.

1. H. Cendra, J. Marsden y T. Ratiu, *Geometric mechanics, Lagrangian reduction, and nonholonomic systems*, Mathematics unlimited—2001 and beyond, Springer, Berlin, 2001, pp. 221–273.
2. J. Fernández, C. Tori y M. Zuccalli, *Lagrangian reduction of nonholonomic discrete mechanical systems*, J. Geom. Mech. 2 (2010), no. 1, 69–111.

3. M. Leok, J. Marsden y A. Weinstein, *A discrete theory of connections on principal bundles*, preprint, arXiv:math/0508338v2 [math.DG], 2005.

Trabajo realizado en colaboración de Marcela Zuccalli.

Autores: Yamile Godoy, Marcos Salvai
Lugar: FaMAF- UNC, Córdoba
Expositor: Yamile Godoy

El flujo magnético en la variedad de geodésicas orientadas de una forma espacial de dimensión tres

Para $\kappa = 0, 1, -1$, sea M_κ la variedad simplemente conexa de dimensión tres de curvatura seccional constante κ . Sea \mathcal{L}_κ la variedad de todas las geodésicas orientadas (salvo parametrización) de M_κ , munida de su métrica pseudo-riemanniana canónica de signatura $(2, 2)$ y estructura de Kähler J . Una curva suave en \mathcal{L}_κ determina una superficie reglada en M_κ .

Caracterizamos las superficies regladas de M_κ asociadas con las geodésicas magnéticas de \mathcal{L}_κ , es decir, aquellas curvas σ en \mathcal{L}_κ que satisfacen $\nabla_{\dot{\sigma}}\dot{\sigma} = J\dot{\sigma}$. Más precisamente: una geodésica magnética de tipo temporal o de tipo espacial describe la superficie reglada en M_κ dada por el campo binormal a lo largo de una hélice de torsión no nula. Las geodésicas magnéticas nulas describen conos, cilindros o, en el caso hiperbólico, también conos con vértice en el infinito.

La presente comunicación retoma los temas de mi charla en el V Encuentro de Geometría Diferencial realizado en junio de 2011.

Lógica y Computabilidad¹³

¹³Coordinan: Sergio Celani y Patricio Díaz Varela

Autores: Carlos Ernesto Scirica

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales UBA y Universidad Nacional de San Martín

Expositor: Carlos Ernesto Scirica

Representación de Álgebras de Heyting Monádicas

Las álgebras de Heyting son la contrapartida algebraica del cálculo Proposicional Intuicionista. En ellas, en 1957, Monteiro y Varsavsky [1] definieron dos operadores que corresponderían a los cuantificadores universal y existencial (en la lógica intuicionista no puede definirse uno a partir del otro), dando inicio a las álgebras de Heyting monádicas. Un ejemplo importante son las álgebras funcionales de Heyting monádicas H^X , donde H es un álgebra de Heyting, X un conjunto, las operaciones se definen puntualmente y los cuantificadores son máximos o mínimos de ciertos subconjuntos. Allí conjeturaron que toda álgebra de Heyting monádica puede ser inmersa en un álgebra funcional de Heyting monádica. Posteriormente, Rueda [2] sobre las álgebras de Heyting H definió un sólo operador (correspondiente al existencial) con los axiomas correspondientes (las llamó Q-Heyting Algebras). No toda Q-Heyting Algebra es compatible con una estructura monádica en H según [1] y también podemos preguntarnos si siempre puede ser inmersa en una Q-Heyting algebra funcional. Generalizando, dada una variedad de Heyting \mathcal{H} y un $H_0 \in \mathcal{H}$, podemos preguntarnos si H_0 puede ser inmersa en un álgebra funcional de Heyting monádica H^X , donde $H \in \mathcal{H}$. Mostraremos que la respuesta es positiva sobre la variedad de todas las álgebras de Heyting, tanto según [1] como [2] y analizaremos la situación en otras variedades.

Bibliografía.

1. A. Monteiro, O. Varsavsky; *Álgebras de Heyting monádicas*; Actas de la X jornada de la Unión Matemática Argentina 1957.
2. L. Rueda; *On varieties of Heyting algebras with a Quantifier*; Studia Logica 1999.

Autores: Cimadamore Cecilia Rossana, Díaz Varela José Patricio

Lugar: Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca. INMABB-CONICET-UNS

Expositor: Cimadamore Cecilia Rossana

Álgebras de implicación de Lukasiewicz monádicas

Las álgebras de implicación de Lukasiewicz constituyen la contrapartida algebraica del fragmento implicacional de la lógica *Super-Lukasiewicz* [1] y han sido estudiadas por varios autores ([4], [5], [2] y [6]).

La clase de todas las álgebras de implicación de Lukasiewicz es exactamente la clase de todos los $\{\rightarrow, 1\}$ -subreductos de las MV-álgebras [5]. Motivados por este resultado, en este trabajo estudiamos la clase de los $\{\rightarrow, \forall, 1\}$ -subreductos de las MMV-álgebras ([8], [7]). Demostramos que esta clase es una variedad, e indicamos

el conjunto de identidades que la definen. A toda álgebra perteneciente a esta variedad, la llamamos *álgebra de implicación de-Lukasiewicz monádica*. Además caracterizamos los miembros subdirectamente irreducibles y a las congruencias. Demostramos que la variedad está generada por sus miembros finitos y describimos en forma completa el reticulado de subvariedades, indicando una base ecuacional para cada una de las subvariedades propias. Estos resultados se encuentran en [3].

Bibliografía.

1. Komori Y., *Super-Lukasiewicz implicative logics*, Nagoya Math. J., 72, 1978,
2. Berman J. y Blok W., *Free-Lukasiewicz and hoop residuation algebras*, Studia Logica, 77, 2004,
3. Cimadamore, C. R., *Subvariedades de MV-álgebras monádicas y de sus subreductos implicativos monádicos*, Tesis Doctoral, Universidad Nacional del Sur, 2011,
4. Díaz Varela, J. P. y Torrens A., *Decomposability of free-Lukasiewicz implication algebras*, Arch. Math. Logic, 45, 2006.
5. Ferreirim I., *On varieties and quasivarieties of hoops and their reducts*, Phd. Thesis, Graduate College of the University of Illinois, Chicago, 1992,
6. Campercholi M., Castaño D. y Díaz Varela, J. P., *Quasivarieties and permutability of -Lukasiewicz implication algebras*, Studia Logica, Special Issue: Algebras Related to Non-classical Logic, 98, 263–279, 2011,
7. Cimadamore, C. R. y Díaz Varela, J. P., *Monadic MV-algebras are equivalent to monadic ℓ -groups with strong unit*, Studia Logica, Special Issue Algebras Related to Non-classical Logics, 98, 175-201, 2011,
8. Rutledge, J.D., *A preliminary investigation of the infinitely many-valued predicate calculus*, Phd. Thesis, Cornell University, 1959.

Autores: J.L. Castiglioni, R. Lewin, M. Sagastume

Lugar: Depto de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNLP

Expositor: J.L. Castiglioni

Sobre una posible definición de ℓ -grupos monádicos

En este trabajo desarrollamos resultados de [CMS] que involucran el estudio de una equivalencia entre una categoría de retículos residuados integrales con cero, la cual generaliza la categoría de MV-álgebras, y una categoría cuyos objetos son retículos residuados c -diferenciales (en el sentido de [CMS]).

Los resultados de [CMS] se especializan para el caso de MV-álgebras, MV, y la correspondiente categoría de *MV-álgebras monádicas*, mMV [DG]. Se coloca estos resultados en un contexto más amplio, en el cual el funtor Γ [CMD] entre la categoría de ℓ -grupos punteados, plG, con punto mayor que 0 y la categoría de MV-álgebras se replica de modo de que el siguiente diagrama que involucra a las nuevas categorías (mMV y mG) resulte conmutativo.

$$\begin{array}{ccc}
 plG & \xrightarrow{\Gamma} & MV \\
 K^u \downarrow & & \downarrow K^c \\
 mlG & \xrightarrow{\Gamma^*} & mMV
 \end{array}$$

Bibliografía.

[CMS] Castiglioni, J. L., Menni, M. & Sagastume, M., *On some categories of involutive centered residuated lattices*, *Studia Logica* **90** (2008), 93–124.
 [CMD] Cignoli, R. L. O., Mundici D. & D'Ottaviano, I. M. L., *Algebraic Foundations of Many-Valued Reasoning*, Kluwer Academic Pub. (1999).
 [DG] Di Nola, A. & Grigolia, R., *On Monadic MV-Algebras*, *Annals of Pure and Applied Logic* **128**, (2004), 125–139.

Autores: Celani Sergio A., San Martín Hernán J.

Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires y Conicet - Tandil y Dto. de Matemática, Fac. de Ciencias Exactas, UNLP y Conicet - La Plata
Expositor: San Martín Hernán J.

Operadores frontales en álgebras de Heyting débiles

En este trabajo introduciremos la variedad de álgebras de Heyting débiles frontales como una generalización de las álgebras de Heyting frontales introducidas por L. Esakia en [2]. Un operador frontal τ sobre un álgebra de Heyting débil A es un operador expansivo que preserva ínfimos finitos el cual también satisface la ecuación $\tau(a) \leq b \vee (b \rightarrow a)$. Estos operadores fueron estudiados desde un punto de vista algebraico, lógico y topológico por L. Esakia en [2].

Comenzaremos definiendo operadores frontales sobre álgebras de Heyting débiles y estudiaremos dos ejemplos de ellos. Luego daremos una dualidad de Priestley para la categoría de álgebras de Heyting débiles frontales en términos de las estructuras $\langle X, \leq, T, R \rangle$, siendo $\langle X, \leq, T \rangle$ un *WH*-espacio [2], y R una relación binaria adicional utilizada para interpretar al operador modal. También presentaremos otra dualidad pero sin esta relación: en este caso el operador modal será interpretado en términos de las relaciones \leq y T en clases particulares de *WH*-espacios.

Bibliografía.

[1] Celani S. A. and Jansana R., *Bounded distributive lattices with strict implication*. *Mathematical Logic Quarterly*, 51:219–246, (2005).
 [2] Esakia L., *The modalized Heyting calculus: a conservative modal extension of the Intuitionistic Logic*. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 16 (No.3-4) 349–366 (2006).

Autores: Manuel Abad, Juan Manuel Cornejo, José Patricio Díaz Varela
Lugar: Universidad Nacional del Sur - Bahía Blanca
Expositor: José Patricio Díaz Varela

Descomponibilidad de las álgebras libres en subvariedades de álgebras de semi-Heyting

Motivado por algunos de sus trabajos previos sobre álgebras de Heyting con un homomorfismo dual (álgebras de Heyting simétricas, en la terminología de A. Monteiro [1]) Sankappanavar se plantea la conjetura de la existencia de una variedad \mathcal{V} de álgebras del mismo tipo de las álgebras de Heyting, que sean reticulados distributivos pseudocomplementados, que sus congruencias estén determinadas por sus filtros y que contengan a las álgebras de Heyting como subvariedad.

El estudio e investigación de esta conjetura llevó a Sankappanavar a la introducción de las álgebras de semi-Heyting [2]. Un álgebra de semi-Heyting es un sistema $\mathbf{A} = \langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ tal que $\langle A, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$ es un reticulado (distributivo) con 0, 1, y además satisface, $x \wedge (x \rightarrow y) \approx x \wedge y$, $x \wedge (y \rightarrow z) \approx x \wedge [(x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)]$ y $x \rightarrow x \approx 1$. Es decir, se definen reemplazando el axioma $(x \wedge y) \rightarrow x \approx 1$ en la definición de álgebras de Heyting por el axioma $x \rightarrow x \approx 1$.

La variedad \mathcal{SH} de las álgebras de semi-Heyting comparte con la variedad \mathcal{H} de las álgebras de Heyting, además de las ya mencionadas, algunas otras propiedades importantes. Por ejemplo, todo intervalo en un álgebra de semi-Heyting es también pseudocomplementado y la variedad de las álgebras de semi-Heyting es aritmética.

Sin embargo, la variedad de las álgebras de semi-Heyting presenta profundas diferencias con la variedad de las álgebras de Heyting. Por ejemplo es sabido que la implicación en un álgebra de Heyting está determinada por el orden del reticulado subyacente. En particular, sólo es posible definir (a lo sumo) una implicación de Heyting sobre un reticulado distributivo dado. La implicación de semi-Heyting no está determinada por el orden de reticulado subyacente. Así por ejemplo, se pueden definir dos estructuras de álgebra de semi-Heyting sobre el reticulado con dos elementos, y diez, sobre el reticulado de tres elementos. Es decir podemos tener muchas operaciones de semi-Heyting definibles sobre un mismo reticulado dado, siendo la implicación de Heyting la mayor.

En este trabajo probaremos que las álgebras libres de una subvariedad \mathcal{V} de la variedad \mathcal{SH} son directamente indescomponibles si y sólo si \mathcal{V} satisface la identidad de Stone $x^* \vee x^{**} \approx 1$. Para lograr este objetivo obtendremos un teorema tipo Glivenko para la variedad de las álgebras de semi-Heyting y probaremos que la clase de las álgebras de semi-Heyting booleanas (álgebras con una estructura subyacente de reticulado booleano) constituye una subcategoría reflectiva de \mathcal{SH} .

Bibliografía.

- [1] A. A. Monteiro, *Sur les algèbres de Heyting symétriques*, Special issue in honor of António Monteiro. Portugal. Math. 39 (1980), no. 1-4, 1-237 (1985).
- [2] H.P. Sankappanavar, *Semi-Heyting Algebras: An Abstraction From Heyting Algebras*. Actas del IX Congreso A. Monteiro, Bahía Blanca, 2007.

Autores: Miguel Campercholi, Diego Vaggione

Lugar: Famaf, Córdoba

Expositor: Miguel Campercholi

Funciones algebraicas en álgebras quasiprimales

Una función es *algebraica* en un álgebra A si es posible definirla implícitamente mediante un sistema de ecuaciones en A . En nuestra charla daremos una caracterización semántica de las funciones algebraicas en álgebras quasiprimales (i.e., álgebras finitas con el discriminador como uno de sus términos). Mostraremos como esta caracterización puede ser empleada para obtener una descripción de las álgebras quasiprimales en las cuales toda función algebraica es un término. También analizaremos algunos ejemplos concretos como cuerpos finitos y álgebras de De Morgan.

Autores: Edgardo Javier Trenti, Antonio Noé Sângari, Daniel Luis Morales

Lugar: Universidad Nacional de Salta - Salta

Expositor: Edgardo Javier Trenti

Implementación de una librería para la obtención de Bases de Gröbner

Sea $k[x_1, \dots, x_n]$ un anillo de polinomios multivariado, con coeficientes en un cuerpo k . Un conjunto finito de polinomios genera un ideal sobre el anillo. Para todo ideal de $k[x_1, \dots, x_n]$ podemos obtener una base finita que lo genere. En particular, algunas de estas bases poseen propiedades que las distinguen y que resultan atractivas para la resolución de diversos problemas. En particular nos interesa obtener bases de Gröbner. Las bases de Gröbner son de gran utilidad en diversas áreas de aplicación: resolución de sistemas de polinomios, pertenencia de un polinomio a un ideal, criptología, programación entera, entre otros. En este trabajo presentamos una librería de clases en lenguaje Java que permiten obtener bases de Gröbner para un conjunto de polinomios sobre el anillo $k[x_1, \dots, x_n]$. Las clases consisten en una representación apropiada para los polinomios que se pueden generar a partir de una gramática libre de contexto junto con los algoritmos necesarios para la realización de algunas operaciones con polinomios. A partir de dicha estructura se implementa el algoritmo de

Buchberger para la obtención de bases de Gröbner. Se presentan, además, algunos resultados acerca de la eficiencia de la implementación y algunas aplicaciones.

Conferencia Invitada

Manuela Busaniche

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral, CONICET-UNL, Santa Fe

Retículos residuados como semántica algebraica de la lógica paraconsistente de Nelson

D. Nelson introduce la lógica constructiva con negación fuerte (CLN) como una expansión del cálculo intuicionista por un nuevo conectivo de negación \sim . Más adelante, Almkvist y Nelson relajan un axioma del sistema CLN para obtener un sistema de lógica paraconsistente con negación fuerte, que es llamado *lógica paraconsistente de Nelson*. Tanto CLN como la lógica paraconsistente de Nelson son algebrizables. Las estructuras algebraicas correspondientes son las álgebras de Nelson y los N4-retículos. Ambas estructuras algebraicas pueden ser representadas por estructuras twist (sobre álgebras de Heyting y álgebras de Heyting generalizadas respectivamente).

Muchos sistemas lógicos pueden ser considerados como casos particulares de lógicas subestructurales ([GJKO]), esto es, lógicas que carecen de alguna de las tres reglas estructurales de contracción, debilitamiento e intercambio. Las contrapartes algebraicas de las lógicas subestructurales tienen como base a los retículos residuados. M. Spinks and R. Veroff [SV08] muestran que las álgebras de Nelson son equivalentes a una subvariedad de retículos residuados conmutativos, que llaman retículos de Nelson. La herramienta principal que se utiliza para probar esta equivalencia es la representación de las álgebras de Nelson como estructuras twist.

En esta charla introducimos una variedad de retículos residuados conmutativos, que forman la semántica algebraica de una expansión conservativa por una constante e de la lógica paraconsistente de Nelson. La constante corresponde a la unidad del monoide del retículo residuado. Luego esta expansión de la lógica paraconsistente de Nelson es una extensión axiomática de \mathbf{FL}_e , el cálculo de Full Lambek con intercambio. Llamamos NPC-retículos a los elementos de esta variedad. Mostramos que el cono negativo de un NPC-retículo es un álgebra de Heyting generalizada, y que el retículo de congruencias de un NPC-retículo es isomorfo al de su cono negativo. Obtenemos así una herramienta interesante para investigar subvariedades de NPC-retículos. Los resultados están en [BC09] y [BC11].

Bibliografía.

[BC09] M. Busaniche and R. Cignoli, *Residuated lattices as an algebraic semantics for paraconsistent Nelson logic*, J. Log. Comput., **19** (2009), 1019–1029.

[BC11] M. Busaniche and R. Cignoli, *Remarks on an algebraic semantics for paraconsistent Nelson's logic*, a publicar en Manuscrito, Revista Internacional de Filosofía, editada por Universidade Estadual de Campinas.

[GJKO] N. Galatos, P. Jipsen, T. Kowalski, and H. Ono, *Residuated Lattices: An Algebraic Glimpse at Substructural Logics*, Studies in Logics and the Foundations of Mathematics, Volume 151, Elsevier, New York, 2007.

[SV08] M. Spinks and R. Veroff, *Constructive logic with strong negation is a substructural logic*. I, Stud. Log., **88** (2008), 325–348.

Trabajo realizado en colaboración con Roberto Cignoli.

Autores: Celani Sergio A., Ismael M. Calomino
Lugar: CONICET-NUCOMPA, Facultad de Cs. Exactas, UNICEN
Expositor: Ismael M. Calomino

Dualidad para los casi-retículos distributivos

Un *casi-retículo* es un supremo-semiretículo $\langle A, \vee \rangle$ donde todo filtro principal es un retículo. En [6] se demostró que los casi-retículos pueden verse como un álgebra $\langle A, m \rangle$, donde m es una operación ternaria definida sobre A , y se dio una base ecuacional, formando así una variedad. Una clase particular de casi-retículos son los *casi-retículos distributivos*, es decir, casi-retículos donde todo filtro principal es un retículo distributivo. En [5] se caracterizó la distributividad de un casi-retículo en términos de la distributividad del retículo de sus filtros. Recientemente en [2], [3] y [4] se estudiaron los conceptos de ideales, congruencias y aniquiladores, y se obtuvieron nuevas caracterizaciones de la distributividad de un casi-retículo.

La clase de las álgebras de Tarski son un ejemplo de un casi-retículo distributivo. En esta comunicación, teniendo en cuenta la dualidad desarrollada en [1] para las álgebras de Tarski, presentamos una representación topológica de los casi-retículos distributivos a través de N -espacios, es decir, estructuras $\langle X, \mathcal{K}, \tau \rangle$ donde $\langle X, \tau \rangle$ es un espacio topológico y \mathcal{K} es un subconjunto de $\mathcal{P}(X)$.

Veremos que existe una dualidad entre la categoría cuyos objetos son los casi-retículos distributivos, sus flechas son los semi-homomorfismos y la categoría de los N -espacios con ciertas relaciones llamadas N -relaciones. Utilizaremos esta representación para caracterizar el retículo de los filtros y el retículo de los filtros finitamente generados.

Bibliografía.

1. Celani S. A. and Cabrer L. M., *Topological duality for Tarski algebras*. Algebra Universalis, 58 (2008), pp. 73–94.
2. Chajda I., Halas R. and Kühr J., *Semilattice Structure*. Heldermann Verlag, Research and Exposition in Mathematics, Vol. 30 (2007).
3. Chajda I. and Kolařík M., *Ideals, congruences and annihilators on Nearlattice*. Acta Univ. Palacki. Olomuc., Fac. rer. nat., Math. Vol. 46, No. 1 (2007), pp. 25–33.
4. Chajda I. and Kolařík M., *Nearlattice*. Discrete Math., Vol. 308 (2008), pp. 4906–4913.
5. Cornish W. H. and Hickman R. C., *Weakly distributive semilattice*. Acta Math. Acad. Sci. Hungar. Tom. 32 (1978), pp. 5–16.
6. Hickman R. C., *Join algebras*. Communications in Algebra 8 (1980), pp. 1653–1685.

Autores: Carlos Gallardo, Gustavo Pelaitay, Claudia Sanza, Alicia Ziliani
Lugar: Universidad Nacional del Sur- Bahía Blanca
Expositor: Carlos Gallardo

F- multiplicadores y localización en las $LM_{n \times m}$ álgebras

En esta nota, se define la noción de *F*-multiplicador, donde *F* es una topología sobre un álgebra de-Lukasiewicz-Moisil $n \times m$ -valuada (o $LM_{n \times m}$ -álgebra) ([3,4]). Dada una $LM_{n \times m}$ -álgebra *L*, los *F*-multiplicadores se utilizan para construir el álgebra de localización L_F de *L* con respecto a una topología *F*. Además, mostramos que la $LM_{n \times m}$ -álgebra de fracciones L_S asociada a un sistema \wedge -cerrado *S* de *L* es un álgebra de localización. Como las álgebras de-Lukasiewicz-Moisil *n*-valuadas son un caso particular de las $LM_{n \times m}$ -álgebras, estos resultados generalizan a los obtenidos en [1].

Bibliografía.

- [1] F. Chirtes, *Localization of LM_n -algebras*. Cent. Eur. J. Math. 3 (2005), 105–124.
- [2] G. Georgescu, *F-multipliers and the localization of distributive lattices*, Algebra Universalis, 21(1985), 181–197.
- [3] C. A. Sanza, *$n \times m$ -valued-Lukasiewicz algebras with negation*, Rep. Math. Logic 40(2006), 83–106.
- [4] C. A. Sanza, *On $n \times m$ -valued-Lukasiewicz-Moisil algebras*, Centr. Eur. J. Math. 6, 3(2008), 372–383.

Autores: D. Hernán de la Vega
Lugar: UBA, Ciudad Autónoma de Buenos Aires
Expositor: D. Hernán de la Vega

Construcción de MV-álgebras a partir de MV-pairs y Boolean ambiguity algebras y viceversa

Sea (B, G) un par formado por un álgebra de Boole *B* y un subgrupo *G* del grupo de automorfismos de *B*. En el año 2006 dos matemáticos, Gejza Jenča y Thomas Vetterlein, considerando diferentes restricciones sobre el álgebra de Boole *B* y el grupo *G*, asociaron a tales pares una MV-álgebra. Ambos autores consideran la relación de equivalencia sobre *B*, $a \sim b$ si y solo si existe algún $f \in G$ tal que $f(a) = b$, y consiguen definir sobre el conjunto de las clases B_{\sim} una operación binaria \oplus y una operación unaria \neg de tal forma que $(B_{\sim}, \oplus, \neg, |0|)$ resulta ser una MV-álgebra. Vetterlein llama a estos pares (B, G) *complete boolean ambiguity algebras* y *normal boolean ambiguity algebras* mientras que Jenča los llama *MV-pairs* y llama $\mathcal{A}(B, G)$ a la MV-álgebra obtenida.

En este trabajo se prueba que los pares en el sentido de Vetterlein son casos particulares de los pares en el sentido de Jenča y que si en este caso (o sea partiendo

de alguno de los pares de Vetterlein) se aplican los procesos de ambos autores se obtiene la misma MV-algebra y esa MV-algebra resulta ser semisimple.

En la otra dirección, Jenča también logra asociar a cada MV-algebra M un MV-pair $(B(M), G(M))$. Aquí se muestra que si aplicamos este procedimiento a una MV-algebra semisimple se obtiene siempre una normal boolean ambiguity algebra y se muestra, con un ejemplo, que no se obtiene necesariamente una complete boolean ambiguity algebra.

Así, probado que la clase de las MV-algebras semisimples forman una categoría, llamémosla \mathcal{S} , y que la clase de las normal boolean ambiguity algebras forman una categoría, llamémosla \mathcal{N} , tenemos definida una función $\Delta : \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{S}$ que asigna a cada elemento (B, G) de \mathcal{N} un elemento $\mathcal{A}(B, G)$ de \mathcal{S} , y otra función $\nabla : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{N}$ que asigna a cada elemento M de \mathcal{S} un elemento $(B(M), G(M))$ de \mathcal{N} . Mostramos en este trabajo, basándonos en un reciente paper de Jenča, que ambas asignaciones son functoriales y que hay una equivalencia natural entre $1_{\mathcal{S}} : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}$ (el functor identidad sobre \mathcal{S}) y el functor $\Delta \nabla : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}$.

Autores: Christian Espíndola

Lugar: Universidad de Buenos Aires, Capital Federal

Expositor: Christian Espíndola

Una demostración categórica del teorema de Löwenheim-Skolem

En 1915 Leopold Löwenheim proporcionó una prueba incompleta del siguiente hecho: en toda teoría de primer orden con signatura numerable, una sentencia que es satisfacible en algún modelo es ya satisfacible en un modelo numerable de la teoría. En 1920 Thoralf Skolem dió un nuevo argumento completando la prueba de Löwenheim y generalizando además el resultado a conjuntos infinito numerables de sentencias (para una traducción al inglés de ambos artículos, ver [2]). Este resultado afirma, más precisamente, que todo modelo M de una teoría de primer orden con signatura numerable posee un submodelo elemental N cuyo dominio es a lo sumo numerable. Para la prueba del teorema introdujo Skolem lo que se conocerían más tarde como las “funciones de Skolem” (ver, por ejemplo, [3]), y el axioma de elección jugó un papel crucial.

El objetivo de esta comunicación es presentar una demostración categórica del teorema de Löwenheim-Skolem, obtenida en [1] haciendo uso de la semántica functorial y de una caracterización functorial de los modelos de una teoría de primer orden (esta última debida principalmente a André Joyal). La prueba evita el uso de las funciones de Skolem y sigue en cambio algunos lineamientos introducidos por Joyal en el curso de su demostración categórica del teorema de completitud de Gödel, presentada en Montréal en 1978 a través de una serie de conferencias no publicadas. Utilizando la caracterización de Joyal procedemos primeramente a construir un tipo de modelo explícito para las teorías de primer orden; luego, en la parte original de

este trabajo, se combinan estos resultados con ideas nuevas para proporcionar una prueba categórica del teorema en cuestión.

Bibliografía.

1. Espíndola, Christian: *Métodos categóricos en teoría de modelos* - Tesis de Licenciatura (22/03/11) - Universidad de Buenos Aires - Director: Dr. Eduardo Dubuc.
2. van Heijenoort, Jean: *From Frege to Gödel: A source book in mathematical logic, 1879-1931*. Harvard University Press (1967).
3. Marker, David: *Model theory: an introduction* - Springer-Verlag New York, Inc. (2002).

Autores: Ricardo Rodríguez

Lugar: Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires

Expositor: Ricardo Rodríguez

The relation among tree different semantics for bi-modal Gödel Logics

In [1], it has considered a fuzzy version of Kripke semantic for modal logic where both the propositions and the accessibility relation are infinitely valued over the standard Gödel algebra $[0, 1]$. In this context, it has analyzed separately the \Box -fragment and the \Diamond -fragment of this Gödel modal logic and have proved that both fragments have strongly complete simple axiomatizations. In addition, it is showed that the first fragment does not have the finite model property, although the second does. Similar results were obtained for the uni-modal Gödel analogues of the classical modal logics D , T and $S4$ determined by Gödel-Kripke models over frames satisfying, respectively, the $[0, 1]$ -valued version of seriality, reflexivity, or reflexivity and transitivity. The axiomatization of the uni-modal Gödel analogues of $S5$ remains open.

In recent work, it has been proved strong completeness with respect to this fuzzy Kripke semantics for the Gödel logic which combines both modal operators by adding to the union of the pure uni-modal systems the Fischer Servi connecting axioms. In the bi-modal context, it is able to extend the completeness result not only to the analogues of D , T , and $S4$ but also the analogue of $S5$ which is equivalent to a linear version of Prior and Bull MIPC.

In this presentation, I discuss briefly our results for bi-modal Gödel logics and, next, I concentrate in the natural algebraic semantics for these logics provided by bi-modal Gödel algebras and its connection with Gödel-Kripke semantics. Bi-modal Gödel algebras interpreting the Gödel version of $S5$ are a Gödel version of monadic Heyting algebras as defined originally by Monteiro and Varsavsky. I present an embedding of Gödel-Kripke semantics into algebraic semantics and utilize our completeness theorem to show a representation theorem for countable bi-modal Gödel algebras. Finally, I introduce the bi-relational linear Kripke frames and investigate its relationship with the other two semantics above mentioned.

Bibliografía.

1. Xavier Caicedo y Ricardo Rodríguez, Standard Gödel Modal Logics. *Studia Logic*, Volume 94, No. 2 (2010), 189-214.

Autores: Edgardo Javier Trenti, Gonzalo Gutiérrez, Thomas Nathaniel Hibbard, Gabriel Ignacio Avellaneda

Lugar: Universidad Nacional de Salta, Salta

Expositor: Gabriel Ignacio Avellaneda

Determinación de equivalencias entre expresiones regulares y autómatas finitos

Las expresiones regulares resultan una forma práctica de definir un lenguaje regular. Un lenguaje regular puede modelarse también mediante un autómata finito. Existen algoritmos que nos permiten convertir expresiones regulares en autómatas finitos y viceversa. Las expresiones regulares obtenidas a partir de un autómata finito, en general no resultan ser iguales a las que se obtienen al escribir *directamente* una expresión regular. Las primeras suelen resultar extensas y poco naturales en comparación a las segundas. A veces puede no ser tan clara la equivalencia de dos expresiones regulares: aquella obtenida directamente frente a la obtenida a partir de un autómata finito. En este trabajo presentamos una librería de clases en lenguaje Java que nos permiten, dada una expresión regular y un autómata finito, o dadas dos expresiones regulares decidir si son equivalentes, es decir, si modelan el mismo lenguaje regular. Para ello se elaboró una gramática libre de contexto que permite generar cadenas con la sintaxis propia de las expresiones regulares, junto con una clase que permite estructurar autómatas finitos y realizar diversas operaciones con ellos. Se presentan además resultados sobre la eficiencia de la implementación junto con algunos ejemplos.

Autores: Julio César Pojasi, Fernando Albarado Contreras, Juan Quintana, Cristian Cruz, Edgardo Javier Trenti, Antonio Noé Sângari

Lugar: Universidad Nacional de Salta, Salta

Expositor: Fernando Albarado Contreras

Implementación en Java de una jerarquía de clases para estructuras algebraicas

En general, en los lenguajes de programación actuales los tipos abstractos de datos no responden a una jerarquía de estructuras algebraicas preestablecida. En particular, en el lenguaje Java tenemos clases para enteros (Integer, BigInteger), reales (Float y Double) que heredan de la clase Number. Así, sólo están contempladas estructuras algebraicas que operan con números, no respondiendo a la jerarquía natural de estas estructuras. En este trabajo presentamos una jerarquía de clases que responde de

manera natural a la correspondiente jerarquía de estructuras algebraicas: semigrupos, monoides, grupos, grupos abelianos, anillos, dominios de integridad, anillos de división, cuerpos. Estas clases se encuentran implementadas en el lenguaje Java. Las mismas son clases abstractas, es decir, para utilizarlas se heredan en clases concretas que permiten operar con las mismas. En este trabajo implementamos clases concretas para algunos grupos, como ser la clase Dihedral, que es una clase concreta para un grupo finito diedral, el anillo de polinomios multivariados sobre un cuerpo finito de tipo \mathbb{Z}_p o un cuerpo infinito como el de los racionales. La clase concreta se encarga de verificar que la estructura y las operaciones ingresadas cumplen con la definición de grupo y permiten, a partir de esa instancia, agregar la clase a la aplicación que la requiera. Por ejemplo, para formar la clase concreta anillo de polinomios $k[x_1, \dots, x_n]$ se instancia un objeto de una clase concreta que hereda la definición de cuerpo y permite operar en forma simbólica con la misma, es decir, definiendo las operaciones para polinomios en forma de cadenas y verificando el cumplimiento de la definición de anillo.

Conferencia Invitada

Carles Noguera

Institut d'Investigació en Intel·ligència Artificial (IIIA - CSIC) Campus de la Universitat Autònoma de Barcelona 08193 Bellaterra, Catalunya

Un estudio abstracto de las conectivas de disyunción en lógicas no clásicas

Este artículo es una investigación abstracta sobre las conectivas de disyunción desde el punto de vista de la Lógica Algebraica Abstracta. El estudio más completo sobre este tema del que se disponía hasta ahora estaba incluido en el libro "Protoalgebraic Logics" (Kluwer, 2000) de Czelakowski en el que, generalizando trabajos anteriores propios y de otros autores, consideró una generalización de las conectivas de disyunción definidas por conjuntos de fórmulas (que pueden ser infinitos y contener parámetros) que satisfacen la propiedad de la prueba por casos (PCP). Desde esta perspectiva Czelakowski consiguió caracterizar las disyunciones a través de otras propiedades de las lógicas o de sus semánticas, a saber: distributividad del retículo de teorías de la lógica (o del retículo de filtros sobre un álgebra cualquiera) y el comportamiento de filtros primos y sustituciones. Sin embargo, todos estos resultados se restringían a las lógicas finitarias. El objetivo de nuestro trabajo es el desarrollo del estudio abstracto de la disyunción de modo que incluya también las lógicas infinitarias. En particular obtenemos los siguientes resultados:

- identificamos una variante más fuerte de la propiedad de prueba por casos (sPCP), que coincide con la PCP en las lógicas finitarias.
- presentamos una jerarquía de lógicas basada en la forma sintáctica de su disyunción (dada por una sola fórmula, o por un conjunto quizás parametrizado) y por el tipo de propiedad de prueba por casos que satisface.

- generalizamos los resultados conocidos en dos direcciones: (1) demostramos sus versiones modificadas (por ejemplo, sustituyendo la PCP por la sPCP y la distributividad por la distributividad infinita) que valen en general y coinciden con los resultados conocidos cuando se restringen al caso finitario; (2) extendemos los resultados conocidos para lógicas finitarias a la clase (estrictamente mayor) de las lógicas en las que las teorías finitamente irreducibles por intersecciones forman una base del sistema de clausura de todas las teorías (esta clase incluye también las lógicas semilineales, como, por ejemplo, la lógica infinitaria de Lukasiewicz).
- la presencia de una buena disyunción en una lógica nos permite obtener algunas consecuencias interesantes como, por ejemplo, un método para axiomatizar: (1) sus extensiones dadas semánticamente por una clase universal positiva de modelos, y (2) la intersección de un número finito de sus extensiones axiomáticas.

Trabajo realizado en colaboración con Petr Cintula.

Matemática Discreta, Combinatoria y Optimización ¹⁴

¹⁴Coordinan: Graciela Nasini, Marisa Gutiérrez y Nélida Echebest

Conferencia Invitada

Pablo A. Lotito

OPTyCON-UNCPBA, Tandil

Sobre un problema de control óptimo min-max y su solución numérica

En este trabajo se considera un problema de control óptimo min-max, es decir que se minimiza el valor una función objetivo calculada como el máximo valor de una función escalar evaluada sobre trayectorias definidas por una ecuación diferencial. La formulación del principio de máximo de Pontryagin en este caso es mucho más complicada que en el caso de costo aditivo y requiere hipótesis restrictivas.

Con el objetivo de realizar métodos de resolución que sean eficientes proponemos otras condiciones de optimalidad que permiten obtener una solución aproximada del problema. Esta condición se deduce a partir de la derivada direccional de la función objetivo con respecto a variaciones del control que probamos bien definida. Usando resultados de dualidad podemos reescribir la condición de una manera fácilmente computable numéricamente sobre discretizaciones del problema.

Presentamos este método ejemplificado en casos numéricos con aplicaciones a la energía.

Trabajo realizado en colaboración con Laura Aragone.

Autores: Laura Aragone, Justina, Giannatti, Pablo A. Lotito

Lugar: OPTyCON-UNR, Tandil

Expositor: Laura Aragone

Sobre un problema de control óptimo ergódico y su solución numérica

En este trabajo se considera un problema de control óptimo ergódico, es decir que se minimiza el valor promedio sobre un horizonte infinito de una función escalar evaluada sobre trayectorias definidas por una ecuación diferencial. La formulación del principio de máximo de Pontryagin en este caso es mucho más complicada que en el caso de costo aditivo y requiere hipótesis restrictivas.

Siguiendo una metodología similar a la ya desarrollada para el caso min-max, con el mismo objetivo de realizar métodos de resolución que sean eficientes proponemos otras condiciones de optimalidad que permiten obtener una solución aproximada del problema. Esta condición se deduce a partir de la derivada direccional de la función objetivo con respecto a variaciones del control que probamos bien definida. Usando resultados de dualidad podemos reescribir la condición de una manera fácilmente computable numéricamente sobre discretizaciones del problema.

Presentamos este método ejemplificado en casos numéricos con aplicaciones ambientales.

Autores: Damián Fernández
Lugar: FaMAF-UNC, Córdoba
Expositor: Damián Fernández

Comportamiento local de la función lagrangiana aumentada

En este trabajo estudiamos el comportamiento local del método de la (función) lagrangiana aumentada cuando tanto la función objetivo como las restricciones han sido perturbadas. El análisis local clásico [1] solo sirve para estudiar soluciones tales que los gradientes de las restricciones activas son vectores linealmente independientes y existe un multiplicador de Lagrange asociado donde valga la condición suficiente de segundo orden. Además, la condición de complementariedad estricta siempre es asumida en el análisis clásico.

Usando herramientas modernas de análisis [3], mostraremos que la función lagrangiana aumentada es bien comportada cerca de una solución con un multiplicador de Lagrange asociado donde valga la condición suficiente de segundo orden. El análisis usado es independiente de la condición de regularidad de las restricciones y no necesita condiciones artificiales como la de complementariedad estricta. Adicionalmente, las aproximaciones de primer y segundo orden de las funciones objetivo y restricciones quedan incluidas en este análisis, ya que matemáticamente son perturbaciones de la función original. Con esto, extendemos algunos resultados de [2] donde se entiende la iteración del método de la lagrangiana aumentada como un método de Newton perturbado. Así, el proceso de estabilización usado para el método de programación cuadrática secuencial estabilizado, tanto en su versión exacta como cuasi-Newton, queda comprendido en este análisis y deja un marco teórico que sustenta la futura implementación del proceso de estabilización en otros métodos computacionales. Como ejemplo, presentaremos una perturbación que (teóricamente) debería reducir el costo computacional de resolución del subproblema interno del método de la lagrangiana aumentada.

Bibliografía.

1. Bertsekas, D.P.: Constrained optimization and Lagrange multiplier methods. Computer Science and Applied Mathematics. Academic Press Inc., New York (1982).
2. Fernández, D., Solodov, M.: Local convergence of exact and inexact augmented Lagrangian methods under the second-order sufficiency condition. Submitted to SIAM Journal on Optimization (2010). IMPA preprint A677, October 2010.
3. Rockafellar, R.T., Wets, R.J.B.: Variational Analysis. Springer-Verlag, New York (1997).

Autores: N. Echebest, M. T. Guardarucci, H. Scolnik
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas. UNLP. La Plata
Expositor: M. T. Guardarucci

Una extensión del método de proyecciones incompletas para resolver problemas de Cuadrados Mínimos con restricciones de no negatividad

El objetivo de este trabajo es extender la aplicabilidad del algoritmo IOP [2], que resuelve sistemas lineales inconsistentes, al caso con restricciones de no negatividad en sus variables. Sistemas de grandes dimensiones provienen de importantes aplicaciones de optimización, como reconstrucción de imágenes, tratamientos de radiación terapéutica, mecánica computacional, y como subproblemas en muchos algoritmos de optimización con restricciones generales [1]. Estos sistemas son frecuentemente inconsistentes y usualmente requieren una solución $x^* \in \mathbb{R}^n$, $x^* \geq 0$ que minimiza una función de proximidad. El algoritmo IOP^+ emplea proyecciones oblicuas incompletas sobre el conjunto de soluciones del sistema aumentado $Ax - r = b$, en conjunción con las restricciones de no negatividad. Con el objetivo de resolver el problema posiblemente inconsistente $Ax = b$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$, $x \geq 0$, consideramos la resolución de un problema equivalente al estándar:

$$\begin{aligned} & \min\{\|p - q\|_D^2 : p \in \mathcal{P}^+ \text{ y } q \in \mathcal{Q}^+\}, \\ \mathcal{P}^+ &= \{p : p = [x; r] \in \mathbb{R}^{n+m}, x \in \mathbb{R}_+^n, r \in \mathbb{R}^m, Ax - r = b\}, \text{ y} \\ \mathcal{Q}^+ &= \{q : q = [x; 0] \in \mathbb{R}^{n+m}, x \in \mathbb{R}_+^n, 0 \in \mathbb{R}^m\}, \end{aligned}$$

adoptando la distancia $d(p, q) = \|p - q\|_D$, para $p \in \mathcal{P}^+$, $q \in \mathcal{Q}^+$. El método se basa en un esquema de proyecciones alternantes entre ambos conjuntos, usando en particular proyecciones incompletas convenientemente definidas sobre el conjunto \mathcal{P}^+ . Las proyecciones oblicuas incompletas están definidas mediante matrices definidas positivas que penalizan la norma de los residuos. La sucesión generada por el algoritmo extendido converge a la solución de mínima norma del problema de cuadrados mínimos con restricciones de no negatividad. Se analizarán las propiedades teóricas del nuevo algoritmo y se presentarán experiencias numéricas comparando su performance con otros métodos conocidos.

Bibliografía.

1. Y. Censor and S. Zenios, *Parallel Optimization: Theory and Applications*, Oxford University Press, New York, 1997.
2. H. D. Scolnik, N. Echebest, M. T. Guardarucci, M. C. Vacchino, *Incomplete Oblique Projections for Solving Large Inconsistent Linear Systems*, *Mathematical Programming B*, **111** (2008), 273–300.

Autores: Liliana Zaragoza

Lugar: Facultad de Ciencias Económicas. UNCuyo. Mendoza

Expositor: Liliana Zaragoza

Continuidad en el sentido de Lipschitz de Correspondencias Conjunto Valuadas

En el análisis de la estabilidad de sistemas de inecuaciones lineales semi-infinitos es importante el estudio de la continuidad de correspondencias conjuntos valuadas. En el presente trabajo se realiza una generalización de las propiedades de Lipschitz a dichas correspondencias. Primero se extiende la continuidad en el sentido de Lipschitz usando la seudométrica de Hausdorff para subconjuntos de R^n . En este contexto se estudia la continuidad subcontinuidad y continuidad estricta en el sentido de Lipschitz y algunas relaciones entre ellas. En particular se prueba:

- Si una correspondencia conjunto valuada de R^n en R^m es continua Lipschitz sobre un subconjunto X de R^n , entonces es subcontinua Lipschitz sobre X . Ambas propiedades son equivalentes si $S(X)$ es acotado en R^n .

- Si S es estrictamente continua Lipschitz y localmente acotada relativa a X en un punto x' , entonces S es continua Lipschitz sobre un entorno de x' relativo a X .

Autores: M.A. López, A.B. Ridolfi, V.N. Vera de Serio

Lugar: Universidad de Alicante, CONICET-Universidad Nacional de Cuyo (FCAI), Universidad Nacional de Cuyo (FCE-ICB)

Expositor: Andrea B. Ridolfi

Condición fuerte de Slater y Salto de Dualidad en Programación Infinita

Se analizan condiciones relacionadas con la condición fuerte de Slater que evitan el salto de dualidad en el par dual asociado a un problema de optimización lineal infinita con restricciones cónicas. Más específicamente se considera el problema primal

$$P : \quad \text{Sup} \quad \langle \bar{c}^*, x \rangle \\ \text{s.t.} \quad \langle a_t^*, x \rangle \leq \bar{b}_t, \quad t \in T, \\ x \in Q,$$

donde T es un conjunto arbitrario de índices, posiblemente infinito, Q es un cono convexo en un espacio real de Banach X , \bar{c}^* y a_t^* , $t \in T$, son elementos del dual topológico de X , denotado por X^* , y \bar{b}_t , $t \in T$, son números reales. Su problema dual asociado es

$$D : \quad \text{Inf} \quad \langle \mu, \bar{b} \rangle \\ \text{s.t.} \quad A^* \mu \in \bar{c}^* - Q^\circ, \\ \mu \geq 0,$$

donde $\mu \in \ell_\infty(T)^*$, $\bar{b} = \{\bar{b}_t\}_{t \in T}$, $A^* : \ell_\infty(T)^* \rightarrow X^*$ es el operador adjunto de la aplicación lineal $A : X \rightarrow \ell_\infty(T)$ definida por $Ax := \langle a_{(\cdot)}^*, x \rangle$, y Q° es el cono dual de Q .

Se obtiene dos condiciones suficientes que aseguran la no existencia de salto de dualidad, una de ellas basada en la condición fuerte de Slater que además garantiza la resolubilidad del problema primal, la otra se basa en cierto cono y provee también la resolubilidad del problema dual.

Estas condiciones se aplican al estudio de la estabilidad Lipschitziana de las correspondencias conjunto factible para el par dual.

Conferencia Invitada

Alejandro Neme

Instituto de Matemática Aplicada de San Luis. Universidad Nacional de San Luis and CONICET.

El intercambio de riñones y la matemática discreta

We study two cooperative solutions of a market with indivisible goods modeled as a generalized assignment game: Set-wise stability and Core. We first establish that the Set-wise stable set is contained in the Core and it contains the non-empty set of competitive equilibrium payoffs. We then state and prove three limit results for replicated markets. First, the sequence of Cores of replicated markets converges to the set of competitive equilibrium payoffs when the number of replicas tends to infinity. Second, the Set-wise stable set of a two-fold replicated market already coincides with the set of competitive equilibrium payoffs. Third, for any number of replicas there is a market with a Core payoff that is not a competitive equilibrium payoff.

Autores: Ezio Marchi, Jorge Oviedo, Pablo Tarazaga

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada San Luis (UNSL y CONICET), San Luis

Expositor: Jorge Oviedo

Extremales del problema de transporte con restricciones

En este trabajo se caracterizan las matrices extremales del problema de transporte con restricciones. También damos un algoritmo para calcular todas las extremales del conjunto convexo definido por este problema de transporte. Este algoritmo es una generalización del problema de transporte definido por Jurkat y Ryser (1967).

Autores: Alejandro Neme, Jordi Massò

Lugar: Instituto de Matemática Aplicada de San Luis. Universidad Nacional de San Luis and CONICET.

Expositor: Alejandro Neme

On Cooperative Solutions of a Generalized Assignment Game: Limit Theorems to the Set of Competitive Equilibria

We study two cooperative solutions of a market with indivisible goods modeled as a generalized assignment game: Set-wise stability and Core. We first establish that the Set-wise stable set is contained in the Core and it contains the non-empty set of competitive equilibrium payoffs. We then state and prove three limit results for replicated markets. First, the sequence of Cores of replicated markets converges to the set of competitive equilibrium payoffs when the number of replicas tends to infinity. Second, the Set-wise stable set of a two-fold replicated market already coincides with the set of competitive equilibrium payoffs. Third, for any number of replicas there is a market with a Core payoff that is not a competitive equilibrium payoff.

Conferencia Invitada

Glenn Hurlbert

Arizona State University, USA & Universidad Nacional La Plata

Linear Optimization Methods for Graph Pebbling

Graph pebbling was born in number theory but has grown to become a new kind of network transportation model. A significant difference compared to traditional models is that finding pebbling numbers is harder than NP-complete. Thus one cannot expect exact answers except for a few well-structured classes of graphs. In this talk we will describe a new discovery, the Weight Function Lemma, that yields upper bounds derived from linear optimization, thereby giving succinct proofs of sometimes exact and often tight results for many classes of graphs.

Autores: Pablo De Caria, Marisa Gutierrez

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata

Expositor: Pablo De Caria

Determinando qué conjuntos de árboles pueden ser los árboles clique de un grafo cordal

Los *grafos cordales* son definidos como aquellos grafos cuyos ciclos de longitud mayor o igual que cuatro poseen una cuerda. Una condición necesaria y suficiente para que un

grafo G sea cordal es la existencia de un *árbol clique* T [1], el cual está definido de la siguiente manera: sus vértices son los cliques de G , es decir, los conjuntos maximales de vértices adyacentes de a pares, y se cumple que, para cada vértice v de G , el conjunto de cliques que tienen a v como elemento induce un subárbol de T .

Encontrar todos los árboles clique de un grafo cordal dado no es simple, ya que el número total de árboles clique de un grafo cordal puede ser exponencial. En esta exposición se estudiará un problema que va en la dirección inversa: dado un conjunto V y una familia \mathcal{T} de árboles, todos con V como conjunto de vértices, determinar si existe un grafo cordal tal que todos sus árboles clique son los de \mathcal{T} . El procedimiento hallado para responder a la cuestión es polinomial con respecto a $|V|$ y $|\mathcal{T}|$ y también permite, en caso afirmativo, construir un grafo cordal cuyo familia de árboles clique es \mathcal{T} . Además, todos los grafos que son posibles soluciones para el problema serán caracterizados.

Otra clase de grafos afín a la de los grafos cordales es la de los *dualmente cordales*. Estos pueden ser definidos como los grafos que poseen un árbol generador tal que todo clique del grafo induce un subárbol. En base a esto, se planteará un problema similar al ya enunciado y ambos serán comparados.

Bibliografía.

1. F. Gavril, *The intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal graphs*, J. Combin. Theory B, 16 (1974), pp. 357-369.

Autores: Liliana Alcón, Marisa Gutierrez, María Pía Mazzoleni

Lugar: Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Matemática

Expositor: María Pía Mazzoleni

Una nueva familia de grafos minimales en $[4,2,1]$ - $[3,2,1]$

Una (h,s,t) **representación** de un grafo G consiste de una colección de subárboles de un árbol T , donde cada subárbol corresponde a un vértice en G tal que: (i) el grado máximo de T es a lo sumo h ; (ii) todo subárbol tiene grado máximo a lo sumo s ; (iii) existe una arista entre dos vértices en G si y sólo si los subárboles correspondientes tienen al menos t vértices en común en T . La clase de grafos que tiene una (h,s,t) representación es notada $[h,s,t]$.

Algunas clases son conocidas: $[\infty, \infty, 1]$ = Cordales; $[\infty, 2, 2]$ = EPT = UE; $[\infty, 2, 1]$ = VPT = UV = Grafos de Caminos; $[2, 2, 1]$ = Intervalos.

Estamos interesados en saber qué estructura tienen los grafos G tal que $G \in [d, 2, 1] - [d-1, 2, 1]$, $d \geq 4$. En este trabajo mostramos un adelanto en este sentido en el caso $d = 4$. Para esto usaremos dos resultados vinculados con la clase EPT: (1) $EPT \cap VPT = [3, 2, 1] = [3, 2, 2]$; (2) Si C es un clique de un grafo EPT G entonces el grafo branch $B(G/C)$ es 3-coloreable.

Se sabe que si G tiene A_d , $d \geq 4$, como subgrafo inducido entonces $G \notin [d-1, 2, 1]$, con $d \geq 4$ (ver Figura (1)). Por otro lado, A_d es un grafo en $[d, 2, 1] - [d-1, 2, 1]$, $d \geq 4$, y

minimal con esa condición. Nos preguntamos si estos grafos son los únicos minimales en esa diferencia. Encontramos una familia de grafos en $[4, 2, 1] - [3, 2, 1]$ minimal con esa condición que incluye a A_4 (ver Figura (2) como un ejemplo de dicha familia).

Figura 1. El grafo A_4 y su única $(4, 2, 1)$ representación

Figura 2. G no contiene a A_4 como subgrafo inducido, y $G \in [4, 2, 1] - [3, 2, 1]$ (Donde las aristas sombreadas forman un clique C).

Autores: Silvia B. Tondato

Lugar: Dto. de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas UNLP, La Plata

Expositor: Silvia B. Tondato

Condiciones para que 2 simpliciales no puedan ser simultáneamente hojas de un árbol clique

Un grafo es cordal si no tiene ciclos inducidos de 4 o más vértices. Los grafos cordales que poseen por lo menos 2 cliques tienen al menos 2 vértices simpliciales.

Gavril [1] prueba que un grafo G es cordal si y sólo si existe un árbol T cuyos vértices son los cliques de G y para cada vértice v de G el conjunto de cliques que tiene a v inducen un subárbol en T . A los árboles que satisfacen lo enunciado se los conoce con el nombre de árboles clique o representación de G .

Es claro que los cliques que son hojas de un árbol clique tienen al menos un vértice simplicial. Para que el clique que tiene a un vértice simplicial a sea hoja de algún árbol clique el vértice a debe ser un vértice separador del grafo es decir $|C(G)| - 1 = |C(G - \{v | N[v] = N[a]\})|$.

Es natural preguntarse cuando dos simpliciales no pueden ser simultáneamente hojas de algún árbol clique. En este trabajo se presentan condiciones para que dos simpliciales no sean simultáneamente hojas. Más específicamente se probará que si dos simpliciales son simultáneamente hojas de un árbol clique, estos deben ser falsos gemelos. Se construyen además algunas configuraciones prohibidas.

Bibliografía.

1. F. Gavril, The intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal graphs, *Journal of Combinatorial Theory (Series B)* **16** (1974), 47–56.
2. B. Lévêque, F. Maffray, M. Preissmann, Characterizing path graphs by forbidden induced subgraphs. *Journal of Graph Theory* **62** (2009) 369–384.

Autores: Aguilera, Néstor E. (1); Escalante, Mariana S. (2); Fekete, Pablo G. (2)
Lugar: (1) IMAL-CONICET y UNL, Santa Fe; (2) CONICET y UNR, Rosario
Expositor: Fekete, Pablo G

Generación de facetas de iteraciones de los operadores lift-and-project N_0 y N sobre distintas subdivisiones de grafos

El problema del máximo conjunto estable en un grafo $G = (V, E)$ es, por su gran cantidad de aplicaciones, uno de los problemas más importantes de la Optimización Combinatoria. Vía Programación Lineal, equivale a maximizar una función lineal sobre el politopo de los conjuntos estables en G , $STAB(G)$, esto es, la cápsula convexa de los vectores característicos de conjuntos estables del grafo. Pero para grafos generales, no se conoce la descripción por desigualdades lineales de $STAB(G)$.

Una forma de abordar esta cuestión es mediante los llamados métodos de *lift-and-project*. Ellos se representan usualmente con un operador definido sobre el espacio de los politopos. Nos concentramos en dos de estos operadores, definidos por Lovász y Schrijver en [3], denominados N_0 y N . Denotaremos a ambos con $N_{\#}$ cuando no sea necesario distinguirlos.

Su reiterada aplicación a partir de la relajación por arcos de $STAB(G)$, $FRAC(G)$, genera una secuencia de politopos $N_{\#}^0(G) = FRAC(G)$, $N_{\#}^k(G) = N_{\#}(N_{\#}^{k-1}(G))$, $k \in \mathbb{N}$, donde cada uno está incluido en el anterior, y que converge a $STAB(G)$ en a lo sumo $|V|$ iteraciones.

Sin embargo, resulta difícil la descripción concreta de los politopos obtenidos en cada iteración. A la fecha, sólo la primera de ellas ha podido ser completamente caracterizada para cualquier grafo, obteniéndose $N_{\#}(G) = OC(G)$, el politopo de ciclos impares de G ([3]).

Siguiendo un trabajo de Wolsey ([4]), demostramos un procedimiento de generación de facetas de $N_{\#}^k(G')$ a partir de facetas de $N_{\#}^k(G)$ cuando G' se obtiene de G a través de la *subdivisión impar de una arista* ([1]). En este trabajo nos referiremos, además, a los resultados obtenidos para distintas generalizaciones de esta operación en grafos: el *stretching de un nodo* y la *subdivisión clique*.

Bibliografía.

1. Aguilera N., Escalante M., Fekete P., *On the facets of the lift-and-project relaxations of graph subdivisions*. Por aparecer en Electronic Notes in Discrete Mathematics (2011).
2. Lipták L., Tunçel L. *Stable Set Problem and the Lift and Project rank of Graphs*. Mathematical Programming B 98, 2003, pp. 319–353.
3. Lovász L., Schrijver, A. *Cones of matrices and set-functions and 0 – 1 optimization*. Siam J. Optim. 1 (1991), pp. 166–190.
4. Wolsey, L. *Further facet generating procedure for vertex packing polytopes*, Mathematical Programming A 11 (1976), 158–163.

Autores: M.P. Dobson, E. Hinrichsen, V. Leoni
Lugar: F.C.E.I.A. Universidad Nacional de Rosario. Rosario
Expositor: E. Hinrichsen

Empaquetamientos generalizados en grafos P_4 -sparse

Supongamos que se necesita implementar un sistema de sensores para controlar secretamente una instalación. Si se colocan demasiados sensores cerca de un punto dado, entonces es altamente probable que la presencia de los mismos sea detectada. Con estas restricciones y, siendo el objetivo maximizar la cantidad de sensores, ¿dónde pues, deben ser los mismos ubicados?

Para modelar problemas de locación de servicios como éste, Gallant y otros introdujeron el concepto de empaquetamientos k -limitados en un grafo, donde k es un entero no negativo [1]. En [2], generalizamos este concepto: dados un grafo simple $G = (V, E)$, un subconjunto P de V que contiene a los vértices *permitidos*, y un vector $c = (c_v)_{v \in V}$ de componentes enteros no negativos correspondiente a las *capacidades* de los vértices, un *empaquetamiento (c, P) -limitado* es un conjunto $B \subseteq P$ que contiene a lo sumo c_v elementos de la vecindad cerrada de todo $v \in V$. Un empaquetamiento k -limitado es uno (c, P) -limitado para $c_v = k, \forall v \in V$ y $P = V$. El *Problema de Empaquetamientos Generalizado* (PEG) consiste, dados G, P y c , en encontrar el tamaño de un empaquetamiento (c, P) -limitado de cardinal máximo, denominado este último *número de empaquetamiento limitado*. De la NP-completitud del problema de empaquetamientos k -limitados [2], surge la NP-completitud de PEG.

Presentamos nuevas clases de grafos para las cuales el número de empaquetamiento limitado se puede hallar en tiempo polinomial. Mostramos que, para un grafo G que es resultado de realizar la unión o la suma de dos grafos para los cuales sus números de empaquetamiento limitado son conocidos, el número de empaquetamiento limitado de G se puede calcular en tiempo polinomial. Por otro lado, mostramos cómo hallar en forma lineal dicho parámetro para los grafos arañas.

Los grafos P_4 -sparse generalizan a los cografos, se pueden reconocer en tiempo lineal [4] y, a través de la descomposición modular, están relacionados con las arañas y las operaciones arriba mencionadas. Probamos que calcular el número de empaquetamiento limitado para los grafos P_4 -sparse se puede hacer en tiempo polinomial.

Estos resultados generalizan a los correspondientes para empaquetamientos k -limitados y proporcionan además nuevas instancias polinomiales para otro problema NP-difícil, muy estudiado en la literatura ([2,3,5,6]) y estrechamente relacionado con PEG.

Bibliografía.

- [1] Gallant R., G. Gunther, B. Hartnell and D. Rall, *Limited Packings in graphs*. Disc. Appl. Math. **158**, Issue 12 (2010), 1357–1364.
- [2] Dobson M. P., V. Leoni and G. Nasini, *The k -limited packing and k -tuple domination problems in strongly chordal, P_4 -tidy and split graphs*. ENDM (2010), 559–566.
- [3] Dobson M. P., V. Leoni y G. Nasini, *The Limited Packing and Tuple Domination problems in graphs*. En revisión.

- [4] Jamison B. and S. Olariu, *A tree representation of P_4 -sparse graphs*, Disc. Appl. Math. 35 (1992), 115–129.
[5] Liao C. and G. J. Chang, *k -tuple domination in graphs*, Inf. Proc. Letters, 87 (2003), 45–50.
[6] Zverovich V., *The k -Tuple Domination Number Revisited*, Appl. Math. Letters 21 (2008), 1005–1011.
-

Autores: Graciela Nasini

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Rosario

Expositor: Graciela Nasini

Caracterización combinatoria de los grafos $1f$ -perfectos

Los grafos perfectos fueron introducidos por Berge en 1959. Un grafo es perfecto si el número cromático y el cardinal de la máxima clique coinciden para él y para todos sus subgrafos inducidos por nodos. En 1975, Chvátal dio una caracterización poliedral de los grafos perfectos: un grafo es perfecto si y solo si toda faceta no trivial del politopo de sus conjuntos estables es inducida por una desigualdad de clique. Posteriormente, en 1985, Padberg probó que para los grafos mínimamente imperfectos, la única desigualdad no trivial que define una faceta del politopo de sus conjuntos estables y que no está inducida por una clique (si hubiera alguna) es la desigualdad de rango. En 1994, Shepherd llamó *near-perfectos* a aquellos grafos que verifican esta última condición, presentó dos condiciones necesarias para que un grafo sea near-perfecto y probó que las mismas serían también suficientes en caso de que la Conjetura Fuerte de Grafos Perfectos resultara válida. En vistas a la demostración de Teorema de Grafos perfectos en el 2002, hoy contamos con una caracterización de los grafos near-perfectos en términos de los números de estabilidad del grafo y de sus subgrafos mínimamente imperfectos, y del comportamiento de estos números bajo la operación de destrucción de nodos.

Muchas otras clases de grafos han sido definidas a partir del tipo de desigualdades que describen el politopo de sus conjuntos estables. Sin embargo, los resultados de Shepherd ubican a la clase de grafos near-perfectos como una de las pocas (sino la única) de estas clases para las cuales ha sido posible obtener una caracterización en términos combinatorios.

En este trabajo definimos una superclase de los grafos near-perfectos que denominamos *grafos $1f$ -perfectos*: un grafo es $1f$ -perfecto si la única faceta no trivial del politopo de sus conjuntos estables que no está inducida por una clique (si hubiera alguna) está definida por una desigualdad *soporte completo*, es decir, una desigualdad con todos sus coeficientes positivos. Claramente, la clase de los grafos $1f$ -perfectos es una superclase propia de los grafos near-perfectos considerando, por ejemplo, que los grafos ruedas son $1f$ -perfectos.

El principal resultado de este trabajo es la caracterización en términos combinatorios de los grafos $1f$ -perfectos. Más específicamente, se prueba que un grafo G es

1f-perfecto si y sólo si todo G' agujero o antiagujero impar de G verifica las siguientes condiciones:

- G' tiene el mismo número de estabilidad que G , esto es, $\alpha(G') = \alpha(G)$,
- para todo nodo $v \in V(G)$, si \tilde{G} es el subgrafo inducido por $V(G') \cup \{v\}$, el número de estabilidad del grafo obtenido por destrucción de v en \tilde{G} es menor que el número de estabilidad de G , esto es, $\alpha(\tilde{G} \ominus v) \leq \alpha(G) - 1$.

Autores: Argiroffo, Gabriela; Escalante, Mariana; Ugarte, María Elisa

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura; Universidad Nacional de Rosario; Rosario

Expositor: María Elisa Ugarte

Sobre el politopo de k -dominación en familias de grafos particulares

Dado un grafo $G = (V, E)$ y un entero k , un conjunto k -dominante de G , definido en [2], es un conjunto $S \subset V$, tal que $|S \cap N[i]| \geq k$ para todo $i \in V$, donde $N[i]$ denota la vecindad cerrada del vértice i . Si $\gamma_k(G)$ es el mínimo cardinal de un conjunto k -dominante de G , es claro que $\gamma_k(G) = \min\{\mathbf{1}x : N(G)x \geq \mathbf{1}k, x \in \{0, 1\}^{|V|}\}$.

Para abordar el tratamiento desde el punto de vista poliedral de este problema, en [1] definimos el *poliedro de k -dominación* de G , $Q_k^*(G) = \{x \in \{0, 1\}^{|V|}, N(G)x \geq \mathbf{1}k\}$ y encontramos la descripción completa del poliedro de 2-dominación sobre la familia de los ciclos.

En este trabajo, estudiamos el politopo de k -dominación de la familia de grafos llamados *webs*, que son una generalización natural de los ciclos. Más precisamente, dados $m \geq 1$ y $n \geq 2(m + 1)$, el grafo web W_n^m tiene por conjunto de vértices $V = \{1, \dots, n\}$ y por conjunto de aristas $E = \{\{i, j\} : |i - j| \leq m\}$ considerando la suma módulo n .

Dados $m \geq 1$ y $n \geq 2(m + 1)$, probamos que :

- (1) $x_i \geq 0, i \in V$ define una faceta de $Q_k^*(W_n^m)$ si y solo si $k + 1 \leq 2m$.
- (2) $x_i \leq 1, i \in V$ define una faceta de $Q_k^*(W_n^m)$ para todo $i \in V$.

En el caso particular $k = 2m$, tenemos el siguiente teorema.

Teorema. Si $2(m + 1) \leq n \leq 4m + 1$, $Q_{2m}^*(W_n^m)$ es exactamente el conjunto solución de las desigualdades $x_i \leq 1$ for $i \in \{1, \dots, n\}$ y la desigualdad de rango $\mathbf{1}^T x \geq \gamma_{2m}(W_n^m) = n - 1$.

Estos resultados nos inducen a avanzar en las siguientes líneas de trabajo futuro:

1. Completar el estudio del politopo de k -dominación de grafos webs generales.
2. A partir de las facetas del politopo de k -dominación de los ciclos construir facetas del politopo de k -dominación de grafos obtenidos por *join* de ciclos.
3. Utilizar los resultados obtenidos para encontrar familias de facetas para el politopo de k -dominación de grafos tales que los módulos primos en su descomposición modular son ciclos.

Bibliografía.

1. G. Argiroffo, M. Escalante, M. E. Ugarte, *On the k -dominating set polytope of a cycle*. Anales de II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial 2009, CD-Rom.
2. R. Gallant, G. Gunther, B. Hartnell, D. Rall, *Limited Packing in Graphs*, Discrete Applied Mathematics 158 (2010) 1357-1364.

Autores: Adrián Pastine, and Daniel A. Jaume
Lugar: Universidad Nacional de San Luis, San Luis
Expositor: Daniel A. Jaume

On Toughness of Kronecker Product of Graphs

When investigating the vulnerability of a communication network (graph) to disruption, one may want to find the answer of the following questions (there may be others) [1]:

1. What is the number of elements that are not functioning?
2. What is the number of remaining connected subnetworks (graphs)?
3. What is the size of a largest remaining group within mutual communication can still occur (the size of a largest remaining connected component)?

Many graph theoretical parameters such as connectivity [2], toughness [3], scattering number [4], integrity [2], tenacity [5], rupture degree [6], and their edge-analogues, have been defined to obtain the answers to these questions. In other words, these parameters have been used to measure the vulnerability of a network (graph)

For most of these parameters, the corresponding computing problems are NP-hard. In this work we generalized a result of Mamut and Vumar [7] for the toughness of Kronecker product of graphs.

Theorem: Let G be a graph with $t(G) \geq n \geq 3$, then $t(G \times K_n) = n - 1$.

Bibliografía.

1. C. A. Barefoot, R. Entriger and H. Swart, *Vulnerability in graphs: a comparative survey*, J. Combin. Math. Combin. Comput. 1 (1987), 13-22.
2. G. Chartrand and L. Lesniak *Graphs & Digraphs*, 3rd. edition. Chapman & Hall. 1996.
3. V. Chvátal, *Tough graphs and Hamiltonian circuits*, Discrete Math. 5 (1973), 215-228.
4. H. A. Jung, *On a class of posets and the corresponding comparability graphs*, J. Combinatorial Theory Sr. B 24 (1978), no. 2, 125-133.
5. M. Cozzen, D. Moazzami and S. Stueckele, *The tenacity of a graph*, in Graph theory, combinatorics, and algorithms. Vol. 1,2 (Kalamazoo, MI 1992), 1111-1122, Wiley, New York.
6. Y. Li, S. Zhang and X. Li, *Rupture degree of graphs*, Int. J. Comput. Math. 82 (2005), n0. 7, 793-803.
7. A. Mamut and E. Vumar, *Vertex vulnerability parameters of Kronecker products of complete graphs*, Information Processing letters 106 (2008) 258-262.

Autores: Elias Cancela, Daniel A. Jaume, Denis Videla

Lugar: Univesidad Nacional de San Luis, San Luis

Expositor: Denis Videla

About Unitary Cayley Graphs

For a positive integer $n > 1$ the *unitary Cayley graph* $X_n = \text{Cay}(Z_n, U_n)$ is defined by the additive group of the ring Z_n of integers modulo n and the multiplicative group U_n of its units. If we represent the elements of Z_n by the integers $0, 1, \dots, n - 1$ then it is well known that

$$U_n = \{a \in Z_n : \gcd(a, n) = 1\}$$

So X_n has vertex set $V(X_n) = Z_n = \{0, 1, \dots, n - 1\}$ and edge set

$$E(X_n) = \{a, b : a, b \in Z_n, \gcd(a - b, n) = 1\}$$

Unitary Cayley graphs are highly symmetric. They have some remarkable properties connecting graph theory and number theory [2].

Despite numerous interconnection schemes proposed for distributed multicomputing, systematic studies of classes of interprocessor networks, that offer speed-cost tradeoffs over a wide range, have been few and far in between. A notable exception is the study of Cayley graphs that model a wide array of symmetric networks of theoretical and practical interest. Properties established for all, or for certain subclasses of, Cayley graphs are extremely useful in view of their wide applicability [1].

In this work we prove a generalization of a result of Klotz and Sander [2] about the number of common neighbors of two vertices in a unitary Cayley graph.

Theorem: Given k vertices v_1, v_2, \dots, v_k of a unitary Cayley graph X_n , the number of common neighbors of them is

$$N(v_1, v_2, \dots, v_k) = \prod_{p|n} (p - \Delta_p(v_1, v_2, \dots, v_k))$$

where $\Delta_p(v_1, v_2, \dots, v_k) = |\{v_1, v_2, \dots, v_k\}|$.

We also count the number of squares and pentagons in X_n . And we conjecture that the unitary Cayley graphs are pancyclic (i.e. they have cycles of every length).

Bibliografía.

1. W. Xiaoa and B. Parhamic. *Structural properties of Cayley digraphs with applications to mesh and pruned torus interconnection networks*. Journal of Computer and System Sciences Volume 73, Issue 8, December 2007, Pages 1232-1239.
 2. W. Klotz and T. Sander, *Some properties of unitary Cayley graphs*, The Electronic Journal of Combinatorics 14 (2007), R45, pp. 1-12.
-

Autores: Colodro Rosana, Cardozo, Valeria y Gutierrez, Gonzalo
Lugar: Universidad Nacional de Salta, Provincia de Salta
Expositor: Colodro Rosana

Autómatas Celulares y Códigos Prefijos

Dado un conjunto finito \mathcal{A} (*alfabeto*), una *palabra sobre \mathcal{A}* es una sucesión finita (posiblemente vacía) en \mathcal{A} , y una *configuración sobre \mathcal{A}* es una sucesión infinita $\{x_j\}_{j \in \mathbb{N}} = x_0x_1x_2x_3 \cdots$ en \mathcal{A} . Definimos $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ (el *full shift* sobre \mathcal{A}) como el conjunto de todas las configuraciones sobre \mathcal{A} . Como la notación indica, $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ se identifica naturalmente con el producto cartesiano de una cantidad infinita numerable de copias de \mathcal{A} . Dotamos al alfabeto de la topología discreta y al full shift de la correspondiente topología producto, resultando que $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ con esa topología producto es un espacio métrico compacto.

Un **autómata celular sobre el alfabeto \mathcal{A}** es una transformación $F : \mathcal{A}^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ tal que admite $r \in \mathbb{N}$ satisfaciendo que para todo $x \in \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ y todo $j \in \mathbb{N}$, la j -ésima coordenada de $F(x)$ depende solamente de $x_jx_{j+1} \cdots x_{j+r}$. La transformación F resulta ser continua para la topología producto. Las **iteraciones de F** son los miembros de la familia de funciones $\{F^n\}_{n \in \mathbb{N}}$, en donde F^n representa la composición de F consigo misma n veces (F^0 es la identidad). La **órbita de $x \in \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ bajo F** es $\{F^n(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$. El espacio $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ y la transformación F definen un **sistema dinámico simbólico**. Para dicho tipo de sistemas, surgen naturalmente diversos interrogantes: la sobreyectividad de F , la existencia de órbitas densas en el espacio, la caoticidad del sistema, la equicontinuidad o la expansividad positiva de las iteraciones de F , el conjunto límite, etc.

Para una gran mayoría de autómatas celulares, cuestiones de este tipo son difíciles de averiguar. En este trabajo, y a los efectos de facilitar esas respuestas en cierto tipo de autómatas, presentamos la noción de autómata celular permutativo, en el cual es central el concepto de *código prefijo*: una familia finita \mathcal{C} de palabras sobre \mathcal{A} es un código prefijo si cualquier configuración sobre \mathcal{A} puede escribirse de manera única como una concatenación (infinita) de elementos de \mathcal{C} . Un código prefijo \mathcal{C} y un sistema de permutaciones del alfabeto asociadas a cada palabra en \mathcal{C} permiten definir lo que se denomina un **autómata celular permutativo**.

En esta exposición, presentaremos algunos avances respecto de la posibilidad de utilizar propiedades combinatoriales de \mathcal{C} a fin de responder algunos de los interrogantes planteados. En particular, veremos que, bajo ciertas condiciones impuestas a \mathcal{C} , los correspondientes autómatas celulares permutativos gozan de propiedades dinámicas interesantes a los fines teóricos y aplicados, como por ejemplo la propiedad de expansividad positiva.

Mostraremos también un software (desarrollado en el marco del proyecto de investigación originario del presente trabajo) para visualizar mejor los procesos de iteración y captar en mayor medida, desde un punto de vista intuitivo, las propiedades dinámicas que se están explorando.

Teoría de Lie¹⁵

¹⁵Coordinan: Inés Pacharoni y Esther Galina

Conferencia Invitada
Jorge Vargas
FAMAF-CIEM

Descomposición de Producto Tensorial

Sea G un grupo de Lie semisimple conexo, consideremos dos representaciones unitarias e irreducibles $(\pi, V), (\tau, W)$ del grupo G . Un problema en el área de representaciones de grupos de Lie es describir la descomposición de la representación de G que resulta por la acción diagonal en $V \otimes W$. Para el caso de representación de cuadrado integrable, recientemente se han obtenido resultados sobre esta descomposición. El propósito de esta charla es contar, comenzando desde cero, la formulación del problema y los progresos. En particular, describiremos problemas de análisis armónico en grupos de Lie semisimples que genera este tema.

Autores: Jorge Vargas
Lugar: FAMAF-CIEM, Cordoba
Expositor: Jorge Vargas

Descomposicion de producto tensorial de series discretas de $Spin(2n, 1)$

Para el producto tensorial de dos representaciones en la serie discreta del grupo $G := Spin(2n, 1)$ pensado como representacion del subgrupo diagonal de $G \times G$ analizamos la estructura del espectro continuo, obteniendo su descomposicion en integral directa en representaciones unitarias de la serie principal y mostramos que los parametros de Harish-Chandra del espectro discreto pertenecen a una banda determinada por los K -tipos minimos de las representaciones que utilizamos para producir el producto tensorial. Para el caso, de calcular el producto tensorial de una representacion por su representacion dual, utilizando que las soluciones del operador de Schmid se extienden a secciones holomorfas de la corona asociada a G/K por Kroetz-Stanton, mostramos que el espectro discreto del producto tensorial consiste de una suma finita de representaciones de cuadrado integrable e irreducible.

Autores: José I. García y José I. Liberati
Lugar: FaMAF, Córdoba
Expositor: José I. García

Representaciones quasifinitas de las subalgebras de Lie clasicas de $W_{\infty, p}$

Dado $p \in \mathbb{C}[x]$, sea \mathcal{D}_p^a (resp. \mathcal{D}_p) el algebra asociativa (resp. de Lie) de operadores diferenciales sobre el circulo que son múltiplos de $p(t\partial_t)$. Mostramos en que casos de p no constante existen anti-involuciones en \mathcal{D}_p^a y para estos casos se prueba que

hay exactamente dos anti-involuciones σ_{\pm} . Usando los resultados generales de [KL], clasificamos las representaciones irreducibles quasifinitas de peso máximo de la extensión central de las subálgebras de Lie de \mathcal{D}_p fijas por $-\sigma_{\pm}$.

[KL] V. Kac y J. Liberati, *Unitary quasifinite representations of W_{∞}* , Lett. Math. Phys. **53** (2000), 11-27.

Autores: Boyallian Carina, Meinardi Vanesa

Lugar: Universidad Nacional de Córdoba (FaMAF), Córdoba

Expositor: Meinardi Vanesa

Representaciones de crecimiento finito de álgebras de Lie conformes

En el presente artículo, clasificamos las representaciones de crecimiento finito de todas las subálgebras conformes de rango infinito de gc_N que contiene una subálgebra de Virasoro. Este problema se reduce al estudio de representaciones de crecimiento finito de las correspondientes álgebras de anulación, las cuáles son ciertas subálgebras de D^N (ver Ref. [5]). La principal herramienta usada aquí, son los recientes resultados [1] en la clasificación de módulos de peso máximo sobre la extensión central de D^N y alguna de sus subálgebras importantes (Refs. [2, 4]).

Bibliografía.

1. C. Boyallian, V. Kac, J. Liberati and C. Yan, *Quasifinite highest weight modules over the Lie algebra of matrix differential operators on the circle*, Journal of Math. Phys. **39** (1998), 2910–2928.
 2. C. Boyallian, V.B Meinardi *QHW of the orthogonal type Lie subalgebra of the Lie algebra of matrix differential operators on the circle*. Journal of Mathematical Physics. **51** online (2010).
 3. C. Boyallian, V.B Meinardi *Quasifinite highest weight modules over W_{∞}^N* . Journal Physics A., Math. Theor. **44** (2011) 235201.
 4. C. Boyallian, V.B Meinardi *Representations of a symplectic type subalgebra of W_{∞}^N* . Journal of Mathematical Physics. **54** online (14 de junio del 2011.)
 5. Kac, V.G, *Vertex Algebras for beginners*, University Lecture Series, **10** (American Mathematical Society, Providence, RI, 1996), Second edition 1998.
-

Autores: Silvina Mabel Campos

Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Córdoba

Expositor: Silvina Mabel Campos

Análisis esférico en el grupo de Heisenberg tridimensional bajo la acción de $U(1,1)$

En este trabajo se estudian propiedades de regularidad de la transformada esférica asociada al par $(U(p,q), H_n)$. El caso compacto $q = 0$, fue estudiado por Astengo, Di Blasio, Ricci y Venerusso. En este caso, el espectro asociado, es un subconjunto cerrado Σ de \mathbb{R}^2 , llamado abanico de Heisenberg. Los autores caracterizaron la imagen

de la transformada esférica como el espacio de funciones sobre Σ que son restricciones de funciones Schwartz sobre \mathbb{R}^2 . Para el caso $U(1,1)$, hemos demostrado, por una parte, que si m está en la imagen de la transformada esférica, entonces se puede extender a una función Schwartz en apropiados conos de \mathbb{R}^2 . Por otro lado, sea $D = \mathbb{R}^2 - \{(x,0) : x \in \mathbb{R}\}$ y sea $\mathcal{S}(D)$ el espacio de funciones infinitamente diferenciables y de decrecimiento rápido sobre D . Entonces $\mathcal{C}(\mathbb{R}^2) \cap \mathcal{S}(D)$ está contenido en la imagen de la transformada esférica asociada al par $(U(1,1), H_2)$.

Autores: Cardoso, Isolda; Saal, Linda
Lugar: FCEIA, Rosario - FAMAF, Córdoba
Expositor: Cardoso, Isolda

Solución fundamental del sublaplaciano en el grupo de Heisenberg cuaterniónico

Sea H el anillo de división de los cuaterniones y sea $N = H^n \times R^3$ el grupo de tipo Heisenberg modelado sobre H , con centro de dimensión 3 y corchete de Lie dado por

$$[(v, z), (v', z')] = (0, \Im(v_1 \overline{v'_1} + \dots + v_n \overline{v'_n})).$$

De la fórmula de Plancherel (ver [R]), se deduce fácilmente la fórmula de inversión para funciones Schwartz sobre N . Usando el cómputo explícito de las funciones esféricas del par de Gelfand $(Sp(n), N)$ y la transformada de Radon, recuperamos la solución fundamental del sublaplaciano de N , calculada inicialmente en [K].

Más aún este método, desarrollado en [G-S], es aplicable a cualquier grupo de tipo Heisenberg.

Bibliografía.

[G-S] T. Godoy, L. Saal, *On the relative fundamental solutions for a second order differential operator on the Heisenberg group*, *Studia Mathematica* 145 (2) (2001), 143-164.

[K] A. Kaplan, *Fundamental solutions for a class of hypoelliptic PDE generated by composition of quadratic forms*, *Trans. Amer. Math. Soc.* 258(1980), 147-153.

[R] F. Ricci, *Harmonic analysis on groups of type H*, preprint.

Autores: Tim Bratten
Lugar: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil
Expositor: Tim Bratten

La Cohomología de Módulos Estandar en Variedades Banderas Generalizadas

El teorema de dualidad de Hecht, Milicic, Schmid y Wolf (HMSW) [1] estableció una dualidad entre los módulos estandar de Beilinson-Bernstein y ciertos módulos producidos por la inducción cohomológica parabólica asociada a subálgebras parabólicas minimas (subálgebras de Borel). En un preprint recien, S. Kitchen [2] prueba una

formula que generaliza el teorema de HMSW y que vale para \mathcal{D} -módulos estandar en variedades banderas generalizadas. En esta comunicación mostramos una simple generalización del resultado de Kitchen que extienda su formula a inducciones producidas de cualquier módulo de dimensión finita. En particular, para un grupo de Lie reductivo sea X la variedad bandera asociada e Y una variedad bandera generalizada. Supongamos que $\pi : X \rightarrow Y$ es la proyección canónica y sea \mathcal{D} un haz homogéneo de operadores diferenciales torcidas en X . Entonces mostramos como extender el resultado de Kitchen al caso de $\pi_*\mathcal{D}$ -módulos estandar con fibra geométrica de dimensión finita.

Bibliografía.

- [1] Hecht, H., Milicic, D., Schmid, W., Wolf, J.A.; *Localization and standard modules for real semisimple Lie groups I. The duality theorem*, Invent. Math. **90** (1987), no. 2, 297–332.
[2] Kitchen, S.N.; *Cohomology of standard modules on partial flag varieties*, arXiv:1101.3024.

Conferencia Invitada
Aleljandro Tiraboschi
FaMAF - UNC, Córdoba

Álgebras de tipo Heisenberg

Un álgebra de Lie real \mathfrak{n} a 2-pasos nilpotente con centro \mathfrak{z} se denomina *no-singular* si $\text{ad } x : \mathfrak{n} \rightarrow \mathfrak{z}$ es sobreyectiva para todo $x \notin \mathfrak{z}$ (ver [E]).

Las álgebras de tipo Heisenberg, o de *tipo H*, se obtienen a partir de los spinors (ver [K]). Si \mathfrak{v} es un módulo unitario real sobre el álgebra de Clifford $Cl(\mathfrak{z})$ asociada a la forma cuadrática de \mathfrak{z} , la identidad

$$\langle z, [u, v] \rangle_{\mathfrak{z}} = \langle z \cdot u, v \rangle_{\mathfrak{v}}$$

con $z \in \mathfrak{z} \subset Cl(\mathfrak{z})$, $u, v \in \mathfrak{v}$, define un corchete $[\cdot, \cdot] : \mathfrak{v} \times \mathfrak{v} \rightarrow \mathfrak{z}$ que da a $\mathfrak{n} = \mathfrak{v} \oplus \mathfrak{z}$ una estructura de álgebra de Lie a 2-pasos no singular.

En [LT] se estudiaron las álgebras de Lie de dos pasos nilpotentes con centro de dimensión 2. Se obtuvo, usando la teoría de pencils, una clasificación completa de estas álgebras en términos de invariantes algebraicos. Estos invariantes permiten determinar con exactitud cuales álgebras son no-singulares y se observa que hay una sólo álgebra a 2-pasos nilpotente no-singular de dimensión mínima y que es de tipo *H*. Este es un problema abierto cuando la dimensión del centro es mayor que 2.

Es de esperar que las álgebras de tipo *H* tengan ciertas propiedades de maximalidad o minimalidad entre las álgebras de Lie a 2 pasos nilpotentes no singulares. En particular, en un trabajo conjunto con A. Kaplan, se demuestra que entre todas las álgebras de Lie a 2-pasos nilpotentes, no singulares de determinada dimensión, las álgebras de tipo *H* maximizan la dimensión del grupo $\text{Aut}(\mathfrak{n})/\text{Aut}_0(\mathfrak{n})$, donde $\text{Aut}(\mathfrak{n})$ es el grupo de automorfismos y $\text{Aut}_0(\mathfrak{n})$ es el grupo de automorfismos que actúan trivialmente en el centro de \mathfrak{n} . Si el centro es de dimensión dos, es conocido el moduli

de álgebras no singulares y se prueba entonces que las álgebras de tipo H maximizan $\dim \text{Aut}(\mathfrak{n})$.

Bibliografía.

[E] P. Eberlein, *Geometry of 2-step nilpotent groups with a left-invariant metric*, Annales Scientifiques de l'E.N.S., serie 4, tome 27, No. 5 (1994)

[K] A. Kaplan, *Fundamental solutions for a class of hypoelliptic PDE generated by composition of quadratic forms*, Trans. Amer. Math. Soc. v. 258, pp. 147–153, (1980).

[LT] F. Levstein and A. Tiraboschi, *Classes of 2-step nilpotent Lie algebras*, Comm. in Algebra 27 (1999).

Autores: Aroldo Kaplan, Alejandro Tiraboschi

Lugar: FaMAF - UNC, Córdoba

Expositor: Alejandro Tiraboschi

Simetría de las álgebras de tipo Heisenberg

Un álgebra de Lie real \mathfrak{n} a 2-pasos nilpotente con centro \mathfrak{z} se denomina *no-singular* si $\text{ad } x : \mathfrak{n} \rightarrow \mathfrak{z}$ es sobreyectiva para todo $x \notin \mathfrak{z}$ (ver [E]). Equivalentemente, \mathfrak{n} es no singular si la forma antisimétrica a valores vectoriales

$$[\cdot, \cdot] : \mathfrak{v} \times \mathfrak{v} \rightarrow \mathfrak{z},$$

donde $\mathfrak{v} = \mathfrak{n}/\mathfrak{z}$, satisface que para todo $\lambda \in \mathfrak{z}^*$, $\lambda \neq 0$, se cumple que la 2-forma $\lambda([\cdot, \cdot])$ en \mathfrak{v} es no degenerada.

Las álgebras de tipo Heisenberg, o de *tipo H*, se obtienen a partir de los spinors (ver [K]). Si \mathfrak{v} es un módulo unitario real sobre el álgebra de Clifford $Cl(\mathfrak{z})$ asociada a la forma cuadrática de \mathfrak{z} , la identidad

$$\langle z, [u, v] \rangle_{\mathfrak{z}} = \langle z \cdot u, v \rangle_{\mathfrak{v}}$$

con $z \in \mathfrak{z} \subset Cl(\mathfrak{z})$, $u, v \in \mathfrak{v}$, define un corchete $[\cdot, \cdot] : \mathfrak{v} \times \mathfrak{v} \rightarrow \mathfrak{z}$ que da a $\mathfrak{n} = \mathfrak{v} \oplus \mathfrak{z}$ una estructura de álgebra de Lie a 2-pasos no singular.

En esta comunicación se mostrará que entre todas las álgebras de Lie a 2-pasos nilpotentes, no singulares de determinada dimensión, las álgebras de tipo H maximizan la dimensión del grupo $\text{Aut}(\mathfrak{n})/\text{Aut}_0(\mathfrak{n})$, donde $\text{Aut}(\mathfrak{n})$ es el grupo de automorfismos y $\text{Aut}_0(\mathfrak{n})$ es el grupo de automorfismos que actúan trivialmente en el centro de \mathfrak{n} . Si el centro es de dimensión dos, es conocido el moduli de álgebras no singulares ([LT]) y se prueba entonces que las álgebras de tipo H maximizan $\dim \text{Aut}(\mathfrak{n})$.

Bibliografía.

[E] P. Eberlein, *Geometry of 2-step nilpotent groups with a left-invariant metric*, Annales Scientifiques de l'E.N.S., serie 4, tome 27, No. 5 (1994)

[K] A. Kaplan, *Fundamental solutions for a class of hypoelliptic PDE generated by composition of quadratic forms*, Trans. Amer. Math. Soc. v. 258, pp. 147–153, (1980).

[LT] F. Levstein and A. Tiraboschi, *Classes of 2-step nilpotent Lie algebras*, Comm. in Algebra 27 (1999).

Autores: Estela F. Fernandez, Paulo Tirao

Lugar: Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Estela F. Fernandez

Sobre la estructura de $GL(V)$ -módulo de la homología de extensiones de álgebras de Lie 2-pasos nilpotentes libres por álgebras de polinomios truncadas

En este trabajo iniciamos el estudio de la homología de álgebras de Lie de la forma $\mathfrak{g} \otimes A_k$ donde A_k es el álgebra simétrica de rango n truncada $\text{Sym}_k V = \text{Sym} V / \bigoplus_{i>k} \text{Sym}^i V$ con V espacio vectorial complejo, $\dim V = n$. Es decir, como espacio vectorial $\text{Sym}_k V = \mathbb{C} \oplus V \oplus \text{Sym}^2 V \oplus \dots \oplus \text{Sym}^k V$. Esta es el álgebra de polinomios en varias variables truncada. Cuando $n = 1$ estamos en el caso anterior ya que $\text{Sym} V = \mathbb{C}[t]$ y $\text{Sym}_k V = \mathbb{C}[t]/\langle t^{k+1} \rangle$.

Tomamos como álgebra \mathfrak{g} el álgebra 2-pasos nilpotente libre de rango n . Esto es, $\mathfrak{g} = \mathcal{L}_n = V \oplus \Lambda^2 V$, donde V es un espacio vectorial complejo con $\dim V = n$ y los únicos corchetes no nulos son $[v, w] = v \wedge w$, para $v, w \in V$. Así definimos las álgebras

$$\mathcal{L}_n^k = \mathcal{L}_n \otimes \text{Sym}_k V = (V \oplus \Lambda^2 V) \otimes (\mathbb{C} \oplus V \oplus \text{Sym}^2 V \oplus \dots \oplus \text{Sym}^k V).$$

Tanto \mathcal{L}_n como $\text{Sym}_k V$ tienen estructura natural como $GL(V)$ -módulos a partir de la representación estandar de $GL(V)$ en V . Luego \mathcal{L}_n^k tiene una estructura natural de $GL(V)$ -módulo. Esta estructura pasa a la homología y el problema es:

Determinar la estructura de $GL(V)$ -módulo del i -ésimo grupo de homología de \mathcal{L}_n^k con coeficientes triviales, $H_i(\mathcal{L}_n^k)$, para todo i, n y k .

En este trabajo calculamos los primeros grupos de homología $H_i(\mathcal{L}_n^k)$ para $i = 0, 1, 2$, para $k = 2$ y $k = 3$ y para todo n , determinando previamente la homología del complejo de Koszul asociado $(\Lambda \mathcal{L}_n^k, \partial)$ usando la teoría de representaciones de $GL(V)$. El i -ésimo grupo de homología, $H_i(\mathcal{L}_n^k)$, es $\text{Nu } \partial_i / \text{Im } \partial_{i+1}$, donde

$$\Lambda^3 \mathcal{L}_n^k \xrightarrow{\partial_3} \Lambda^2 \mathcal{L}_n^k \xrightarrow{\partial_2} \mathcal{L}_n^k$$

es parte del complejo de Koszul. Los espacios involucrados para calcular los primeros grupos de homología de algunas de éstas son de dimensiones muy grandes y crecen rápidamente con i, n y k . Si fijamos un i y fijamos un k , la teoría de representaciones nos permite independizarnos del parámetro n , a pesar de que el conjunto de las dimensiones de las álgebras consideradas es no acotada a medida que n crece.

Usando la teoría de representaciones, en este caso basta considerar $n \leq 6$, debido a un resultado de estabilización de la estructura de $GL(V)$ -módulo para $n > 6$ y al álgebra de Lie considerada.

Aún contando con algoritmos implementados del Maple es necesario un minucioso análisis previo y la consideración de descomposiciones en submódulos grandes, no

necesariamente irreducibles, para los cuales se pueda determinar a priori el comportamiento de las diferenciales. Las descomposiciones que aparecen en este trabajo son fruto de un análisis previo y han hecho posible los resultados obtenidos.

Autores: Gonzalo Maximiliano López, Elda Graciela Canterle

Lugar: Universidad Nacional de Salta - Facultad de Ciencias Exactas - Departamento de Matemática - Salta

Expositor: Gonzalo Maximiliano López

Homología de las álgebras de Lie b_n con coeficientes en caracteres arbitrarios

Sea \mathfrak{b} la subálgebra de Borel de $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$, es decir el álgebra de Lie con base $\{H, E\}$ y con corchete $[H, E] = 2E$. Para cada n , sea V_n la representación irreducible de $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$ de peso máximo n . Haciendo actuar \mathfrak{b} en V_n definimos el producto semidirecto $\mathfrak{b}_n = \mathfrak{b} \ltimes V_n$. Resulta que \mathfrak{b}_n es un álgebra de Lie tres pasos soluble cuyo radical nilpotente es el álgebra de Lie filiforme estándar.

En este trabajo calculamos la homología $H_*(\mathfrak{b}_n, \mathbb{C}_\lambda)$ de \mathfrak{b}_n con coeficientes en un carácter arbitrario $\lambda : \mathfrak{b}_n \rightarrow \mathbb{C}$ de \mathfrak{b}_n . La homología del nilradical de \mathfrak{b}_n se puede deducir del clásico trabajo de Kostant [2] en el que se calcula la cohomología de los nilradicales de subálgebras parabólicas de álgebras de Lie semisimples.

Por resultados básicos de homología de álgebras de Lie, el problema de calcular $H_*(\mathfrak{b}_n, \mathbb{C}_\lambda)$ se reduce a calcular $H_*(\mathfrak{b}, \wedge^j V_n \otimes \mathbb{C}_\lambda)$. Por otro lado, $H_*(\mathfrak{b}, \wedge^j V_n \otimes \mathbb{C}_\lambda)$ está directamente relacionada con la descomposición de $\wedge^j V_n$ de \mathfrak{b} como suma directa de representaciones irreducibles de $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$.

Existen diferentes descripciones de la descomposición de $\wedge^j V_n$ como $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$ -módulo, ver por ejemplo [4] o [3]. En particular puede ser descripta en términos de los q -coeficientes binomiales $\binom{r}{s}_q$ y con esta información obtenemos una expresión para la dimensión de $H_k(\mathfrak{b}_n, \mathbb{C}_\lambda)$ para todo k y todo n . Este enfoque fue usado en [1] para el caso en que $\lambda = 0$.

Este problema es un paso hacia el objetivo de encontrar una relación general entre la homología de un álgebra de Lie soluble de dimensión finita y su sombra nilpotente, que es una extensión del radical nilpotente.

Bibliografía.

1. Canterle Elda G. *Caracteres del álgebra exterior de las representaciones irreducibles de $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$ y la homología de extensiones abelianas de la subálgebra de Borel de $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$* , Monografía de Tesis de Maestría de Matemática Aplicada. UNSa - FCEX - Dpto de Matemática, 2011.
2. Kostant, B. *Lie algebra cohomology and the generalized Borel-Weil theorem*, Ann. of Math. (2) 74, (1961) 329–387.
3. Manivel, L *An extension of the Cayley-Sylvester formula*, European Journal of Combinatorics 28 (2007) 1839–1842
4. Stanley, R. *Enumerative Combinatorics*, Volume 1, Cambridge University Press, 1997.

Autores: Leandro Cagliero, Nadina Rojas
Lugar: FaMAF - UNC Córdoba
Expositor: Nadina Rojas

Una cota inferior para las representaciones fieles de dimensión finita de álgebras de Lie nilpotentes

Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie de dimensión finita sobre un cuerpo k de característica cero y sea

$$\mu(\mathfrak{g}) = \min\{\dim V : (\pi, V) \text{ es una representación fiel de } \mathfrak{g}\}.$$

Por el Teorema de Ado, sabemos que el invariante $\mu(\mathfrak{g})$ es finito, este invariante tiene importantes aplicaciones a la geometría diferencial. En general dada un álgebra de Lie concreta, o una familia de álgebras de Lie, no es sencillo calcular el valor o una cota para μ . Sea $\mathfrak{z}(\mathfrak{g})$ el centro de \mathfrak{g} . Para las álgebras de Lie nilpotentes tal que $\mathfrak{z}(\mathfrak{g}) \subseteq [\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$ una cota inferior fácil de obtener para $\mu(\mathfrak{g})$ es $\lceil \sqrt{2 \dim \mathfrak{g}} \rceil$. En este trabajo bosquejamos la prueba del siguiente teorema.

Teorema. *Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie $k+1$ -pasos nilpotente entonces*

$$\mu(\mathfrak{g}) \geq \left\lceil \sqrt{\frac{2(k+2)}{k+1} \dim \mathfrak{g}} \right\rceil.$$

De este teorema desprenderemos el valor de μ para ciertas álgebras de Lie nilpotentes y una aplicación para las álgebras de dimensión finita sobre k que satisfacen la siguiente identidad polinomial

$$[x_1, y_1][x_2, y_2] \cdots [x_q, y_q] = 0$$

para algún entero positivo q (aquí $[x, y] = xy - yx$).

Bibliografía.

1. Burde, D., Wolfgang, M., *Minimal Faithful Representations of Reductive Lie Algebras*, Arch. Math. **309**(2007), 513-523.
2. Cagliero, L., Rojas, N., *Faithful representations of minimal dimension of current Heisenberg Lie algebras*. Int. J. Math. **20**(2009), 1347-1362.
3. Domokos, M., *On the dimension of faithful modules over finite dimensional basic algebras*, Linear Algebra and its Applications, Vol. **365**(2003), 155-157.
4. Graaf, W.A., *Clasificación of 6-dimensional Lie algebras over fields of characteristic not 2*. J. of Algebra **309**(2007), 640-653.

Autores: Oviedo de Vaca, R.; Tirao, P.

Lugar: Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán - Fa.M.A.F., Universidad Nacional de Córdoba

Expositor: Oviedo de Vaca, R.

Sobre la clasificación de nilradicales de subálgebras parabólicas de álgebras de Lie simples complejas

Dentro de la teoría de álgebras de Lie semisimples aparece una clase de álgebras nilpotentes muy relevante: los nilradicales de subálgebras parabólicas. Es bien conocido como se construyen estos nilradicales y como parametrizarlos. En este trabajo nos propusimos la clasificación de estos nilradicales. Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie semisimple compleja, \mathfrak{h} una subálgebra de Cartan y $\Delta = \Delta(\mathfrak{g}, \mathfrak{h})$ el sistema de raíces correspondiente. Una subálgebra de Borel de \mathfrak{g} es una subálgebra $\mathfrak{b} = \mathfrak{h} \oplus_{\alpha \in \Delta^+} \mathfrak{g}_\alpha$. Cualquier subálgebra \mathfrak{p} de \mathfrak{g} que contenga a una subálgebra de Borel es una subálgebra parabólica de \mathfrak{g} . Las subálgebras parabólicas y por lo tanto sus nilradicales están parametrizadas por subconjuntos de raíces simples. Sea T un subconjunto de raíces simples de \mathfrak{g} . El objetivo fue entender la dependencia de la clase de nilpotencia del nilradical \mathfrak{n}_T , del conjunto T . Una larga y sistemática experimentación permitió enunciar conjeturas precisas para todos los nilradicales que ocurren dentro de las álgebras simples clásicas de tipo A_n , B_n , C_n y D_n . Estas conjeturas fueron demostradas completamente y se resumen en el párrafo siguiente.

Sea \mathfrak{g} un álgebra de Lie simple compleja de dimensión finita. Dado un subconjunto T de raíces simples de \mathfrak{g} , sea \mathfrak{n}_T el nilradical de la subálgebra parabólica de \mathfrak{g} correspondiente a T . Entonces existe un subconjunto T_0 de raíces simples de \mathfrak{g} , que depende del tipo de \mathfrak{g} tal que para todo T , la clase de nilpotencia de \mathfrak{n}_T es :

1. $\#T - \#(T \cap T_0)$ si \mathfrak{g} es de tipo A_n ,
2. $2\#T - \#(T \cap T_0)$ en otro caso.

Autores: Sebastián Simondi

Lugar: Instituto de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de Cuyo. Mendoza

Expositor: Sebastián Simondi

Soluciones logarítmicas de la Ecuación Hipergeométrica Matricial

Si V es un espacio vectorial complejo de dimensión finita y A, B y $C \in \text{End}(V)$, Tirao [Ti] introdujo la ecuación diferencial matricial hipergeométrica

$$(1) \quad z(1-z)F''(z) + (C - z(A+B+1))F'(z) - ABF(z) = 0$$

donde F es una función compleja con valores en V . Definió la Función Hipergeométrica Matricial de Gauss ${}_2F_1 \left(\begin{smallmatrix} A; B \\ C \end{smallmatrix}; z \right)$, y si $\text{spec}(C) \cap (-\mathbb{N}_0) = \emptyset$, probó que $F(z) = {}_2F_1 \left(\begin{smallmatrix} A; B \\ C \end{smallmatrix}; z \right) F_0$ es la única solución analítica de la ecuación hipergeométrica matricial

tal que $F(0) = F_0 \in V$. Además, demostró que si $\text{spec}(C) \cap [(\text{spec}(C) + \mathbb{N}) \cup (\mathbb{N} + 1)] = \emptyset$ y G_0 es un autovector de C de autovalor β , entonces $F(z) = z^{1-\beta} {}_2F_1^{1-\beta} \left(\begin{matrix} A; B \\ C \end{matrix}; z \right) G_0$ es una solución de la ecuación hipergeométrica (1) sobre una región simplemente conexa de $\mathbb{C} - \{0, 1\}$.

En [RS] extendimos naturalmente el número de parámetros de la ecuación diferencial hipergeométrica obteniendo

$$z \frac{d}{dz} \left(z \frac{d}{dz} + B_1 - 1 \right) \left(z \frac{d}{dz} + B_2 - 1 \right) \dots \left(z \frac{d}{dz} + B_m - 1 \right) F(z) - z \left(z \frac{d}{dz} + A_1 \right) \left(z \frac{d}{dz} + A_2 \right) \dots \left(z \frac{d}{dz} + A_n \right) F(z) = 0,$$

donde $n, m \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$, $A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m \in \mathbb{C}^{r \times r}$. Para determinar conjuntos fundamentales de soluciones alrededor del punto singular regular $z = 0$, definimos las funciones hipergeométricas matriciales generalizadas ${}_nF_m \left(\begin{matrix} A_1; \dots; A_n \\ B_1; \dots; B_m \end{matrix}; z \right)$. En [RS2] utilizamos las funciones hipergeométricas generalizadas para hallar conjuntos fundamentales de soluciones de (1) alrededor del punto singular regular infinito.

El objetivo de esta comunicación es presentar nuevas soluciones de la ecuación hipergeométrica diferencial (1) cuando $\text{spec}(C) \cap \mathbb{Z} \neq \emptyset$. Estas nuevas soluciones se escriben en términos de logaritmos y funciones hipergeométricas matriciales y son generalizaciones de las soluciones clásicas. Además, estudiaremos la convergencia de estas funciones y sus propiedades.

Bibliografía.

- [Ti] T. Tiraó, *The matrix-valued hypergeometric equation*, Proc. Natl Acad. Sci U.S.A. 100 (14) (2003) 8138–8141.
 [RS] P. Román, S. Simondi, *The Generalized Matrix Valued Hypergeometric Equation*, Internat. J. of Math. 21 (2) (2010) 145–155.
 [RS2] P. Román, S. Simondi, *Solutions at infinity of the generalized matrix-valued hypergeometric equation*, Applied Math Lettes. 23 (2010) 39–43.

Teoría de Probabilidad ¹⁶

¹⁶Coordinan: Leonardo Rolla y Matthieu Jonckheere

Autores: Eugenio Della Vecchia, Silvia Di Marco, Alain Jean-Marie

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario (FCEIA-UNR), Rosario. INRIA-LIRMM, Francia

Expositor: Eugenio Della Vecchia

Procedimientos de aproximación para problemas de optimización semimarkovianos

Consideramos un sistema dinámico aleatorio observado en tiempo continuo. En instantes aleatorios T_n , observado el estado s_n dos agentes eligen acciones a_n y b_n , respectivamente, que producen una ganancia para el jugador 1 (costo para el jugador 2) $r(s_n, a_n, b_n)$ y una nueva distribución de probabilidad para el tiempo de espera hasta la nueva etapa de decisión $F(\cdot|s_n, a_n, b_n)$. La sucesión de acciones genera un par de políticas $\pi = \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ y $\gamma = \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ para los jugadores 1 y 2 respectivamente. La performance de ellas es evaluada a través de un criterio total con descuento:

$$V^{\pi, \gamma}(s) := \mathbb{E}_s^{\pi, \gamma} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha T_n} r(s_n, a_n, b_n).$$

El objetivo de los jugadores es encontrar (cuando existan) un par de políticas que resuelvan, dado el estado actual s , $(\pi^*(s), \gamma^*(s)) \in \arg \max_{\pi} \min_{\gamma} V^{\pi, \gamma}(s)$.

Sin embargo, para el caso de problemas con horizonte infinito, encontrar tales políticas explícitamente, puede resultar una tarea complicada, y es allí donde los métodos de aproximación cobran importancia. Aquí nos concentraremos en el procedimiento de Horizonte Móvil y en modelos de aproximación que trabajan en espacios de estados reducidos.

En la primera dirección extenderemos resultados de [1] probados para el caso de juegos markovianos con espacios finitos a juegos semimarkovianos con espacios borelianos y costos acotados, y en la segunda utilizamos técnicas similares a las presentadas en [2]. Finalmente, para el caso de problemas de control semimarkovianos (un solo jugador) probamos convergencia del procedimiento de Horizonte Móvil cuando los espacios son borelianos y los costos no necesariamente acotados.

Bibliografía.

1. Chang H.S., Marcus, S.I., *Two-person zero-sum games: receding horizon approach*. IEEE Transactions on Automatic Control, 48, 11, 2003, pp. 1951 - 1961.
2. Tidball M., Altman E., *Approximations in dynamics zero-sum games*. SIAM J. Control and Optimization, 34, nro 1, 1996, pp. 311 - 328.

Autores: T. Franco, A. Neumann, P. Gonçalves
Lugar: Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires
Expositor: T. Franco

Comportamiento Hidrodinámico del Proceso de Exclusión con una Arista Lenta

Consideramos el proceso de exclusión simple y simétrico con una arista lenta, que puede ser descrito de la siguiente manera. En el toro discreto con N sitios, son permitidas cero o una partícula por sitio. Cada arista del toro tiene un reloj exponencial de parámetro 1, excepto una arista especial, la llamada arista lenta, que tiene parámetro $N^{-\beta}$. Siempre que el reloj de una arista suena, la partícula de un vértice de la arista salta para el otro vértice de la arista. Si ambos vértices están ocupados o vacíos, nada ocurre. Probamos aquí que, en la escala difusiva, la evolución temporal de la densidad espacial de partículas tiene tres límites posibles, dependiendo si $\beta \in [0, 1)$, $\beta = 1$ o $\beta > 1$. Si $\beta \in [0, 1)$, el límite es dado por la solución de la ecuación del calor. Si $\beta = 1$, el límite es dado por la solución de una ecuación parabólica especial, y si $\beta > 1$, la solución es la solución de la ecuación del calor con condiciones de borde de Neumann.

Autores: Julieta Bollati, Eugenio Della Vecchia, Silvia Di Marco
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario (FCEIA-UNR). Rosario
Expositor: Julieta Bollati

Juegos estocásticos markovianos con aversión al riesgo

En el estudio de problemas de optimización secuencial que involucran tomas de decisión en situaciones aleatorias, las teorías de Procesos de Decisión de Markov (MDP) y la de Juegos de Markov (MG), dependiendo de la cantidad de controladores, ofrecen marcos adecuados con numerosos resultados teóricos y aplicaciones concretas.

Cuando de los estados del sistema sólo se conoce una distribución de probabilidades, las políticas implementadas se evalúan a través de criterios que involucran esperanzas matemáticas. Sin embargo, los promedios no siempre representan un modo adecuado de medir la performance de las políticas. En particular ello ocurre en los modelos que incorporan la actitud hacia el riesgo con la que se comportan quienes toman las decisiones.

Estas consideraciones dan lugar a nuevos problemas de decisión donde los criterios contienen medidas más generales que la esperanza, las *medidas de riesgo condicional* [1]. Con ellas, en [2] se definen los MDP con aversión al riesgo y se generalizan resultados conocidos en el caso de indiferencia hacia él.

En el presente trabajo aplicamos estas medidas a los MG a suma nula, tanto en horizonte finito, como en horizonte infinito con criterio de costo total descontado, adaptando los operadores de programación dinámica a tales problemas.

Analizando estos nuevos operadores resultantes, caracterizamos a la función valor de los juegos con horizonte finito, mostramos que existen equilibrios óptimos markovianos, y que pueden ser construidos por medio del Principio de la Programación Dinámica. También avanzamos en el estudio de las propiedades contractivas que presentan los operadores asociados al problema descontado.

Bibliografía.

1. Ruszczyński, A., Shapiro, A., *Conditional risk mappings*. Math. Oper. Res. 31, 544–561, 2006.
2. Ruszczyński, A., *Risk-averse dynamic programming for Markov decision processes*. Math. Programming, Series B, 125, 235–261, 2010.

Autores: Inés Armendáriz, Stefan Grosskinsky, Michail Loulakis
Lugar: Universidad de San Andrés, Victoria, Pcia. de Buenos Aires
Expositor: Inés Armendáriz

Condensación en el ZRP—resultados estacionarios y dinámicos

El Zero Range Process (ZRP) es uno de los cinco modelos clásicos introducidos por Spitzer en 1970, en cada uno de los cuales sistemas de partículas interactúan siguiendo un número sencillo de reglas. Estos modelos han sido muy estudiados desde entonces con el objetivo de identificar su comportamiento dinámico y estacionario. En el ZRP en particular, las partículas abandonan su posición actual de acuerdo con una tasa $g(k)$ que depende sólo del número total k de partículas con las cuales comparten el sitio, y eligen una nueva posición destino independientemente de la cantidad de partículas en ella. En esta charla vamos a introducir el modelo y discutir el fenómeno de condensación que se produce cuando la tasa $g(k)$ es atractiva, es decir, decreciente con el número de partículas. Este fenómeno consiste en la acumulación en un solo sitio de una fracción positiva de partículas, a medida que el número total crece a infinito.

Autores: Amine Asselah, Pablo Ferrari, Pablo Groisman, Matthieu Jonckheere
Lugar: Universidad de Buenos Aires
Expositor: Pablo Groisman

Principio de selección en procesos de nacimiento y muerte

Consideremos el siguiente proceso estocástico $(X_t)_{t \geq 0}$: comenzamos con cierta cantidad de individuos X_0 . Cada individuo tiene dos hijos con tasa p y muere sin tener hijos con tasa q . Si $q > p$, con probabilidad uno la población se extingue. Decimos que el proceso es absorbido en el estado 0.

Una de las preguntas más importantes para este tipo de procesos es cuál es su comportamiento mientras no ha sido absorbido. Se define entonces la evolución condicionada como

$$\varphi_t^\mu(x) := P_\mu(X_t = x | X_t \neq 0).$$

Aquí μ indica la distribución de la condición inicial X_0 . Notar que φ_t^μ es, para cada $t \geq 0$, una probabilidad en \mathbb{N} . Una medida ν en \mathbb{N} que es invariante para esta evolución se denomina distribución *cuasiestacionaria*. Es decir $\varphi_t^\nu(x) = \nu(x)$ para todo $t \geq 0$.

Estas medidas son importantes porque reflejan el comportamiento de las poblaciones que evolucionan con esta dinámica pero que no se han extinguido aún. Sin embargo, son difíciles de simular ya que no es posible utilizar el método ingenuo de rechazo.

Introduciremos el proceso de Fleming-Viot, que es un sistema de partículas que es útil, entre otras cosas, para aproximar a estas distribuciones y mostraremos que efectivamente, cuando la cantidad de partículas tiende a infinito, se puede obtener la distribución cuasiestacionaria ν mediante este proceso.

Conferencia Invitada

Pablo Ferrari

FCEyN, Universidad de Buenos Aires, CABA

Interacting random maps in Z

Consider a Gibbs measure on the set of bijections $f : Z \rightarrow Z$ with hamiltonian $\sum_x (x - f(x))^2$. The identity is a ground state. We show the existence of infinite volume measures for low temperature by showing that in this case the typical configuration is the identity with perturbations. The perturbations are related to cycle permutations. This model was proposed by Ueltschi and coauthors and worked out in this case by Biskup and coauthors. We use perfect simulation techniques to prove the result.

Trabajo realizado en colaboración con Ines Armendariz, Pablo Groisman y Florencia Leonardi.

Comunicaciones REM 2011

Universidad Nacional de Tucumán
San Miguel de Tucumán

Autores: Ana María Ruiz y María Inés Rodríguez
Lugar: Universidad Nacional de San Juan, Universidad Nacional de Río Cuarto
Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Secundario
Expositor: Ana María Ruiz

Análisis descriptivo uni y multivariado para caracterizar la variabilidad del razonamiento probabilístico en alumnos de nivel secundario

Paralelamente al interés que despierta la incorporación de la estadística y la probabilidad en los desarrollos curriculares, surge la evidencia de que existen obstáculos importantes para el aprendizaje significativo de los conceptos involucrados. Estas dificultades están siendo investigadas en estudiantes de nivel secundario en varios países de Europa como así también de América, pero en nuestro país, son incipientes los estudios en esta dirección.

En este trabajo se presenta un análisis de tipo exploratorio con el uso de técnicas del análisis estadístico multivariado para caracterizar la variabilidad de razonamiento probabilístico de alumnos de nivel secundario, con y sin instrucción en la temática. El análisis de las formas de razonamiento de los alumnos se ha realizado desde la óptica del paradigma de heurísticas y sesgos. En particular, se ha investigado el uso por parte del alumno de la heurística de la representatividad, el sesgo del enfoque en el resultado aislado y el sesgo de equiprobabilidad. El estudio nos ha proporcionado, en concordancia con resultados internacionales, indicios de importantes falencias en el aprendizaje de los estudiantes manifestado por la presencia de asociación entre los sesgos.

Autores: Raúl Eduardo Paz Zanini y María Silveria López
Lugar: Centro de Educación Técnica N°1 "Don Antonio Sánchez Platero", Escuela del Valle (Río Negro)
Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Medio Superior
Expositor: Raúl Eduardo Paz Zanini

Sobre la enseñanza del cálculo en el nivel medio...La derivada en los problemas de optimización

Desde la labor docente, hemos prestado atención a las problemáticas que surgen al de encarar la enseñanza del cálculo en la escuela secundaria lo que nos llevó a investigar que factores dificultan la apropiación de los principales conceptos, y que estrategias permiten revertir este proceso.

De los resultados obtenidos es visible que la principal causa es la imposibilidad o dificultad de "ver" o "asumir" la matemática como una unidad de pensamiento integrado. Es decir interpretar los datos de un problema desde las diferentes ramas

que componen la matemática en su conjunto y la significatividad que los conceptos pueden representar.

La experiencia resulta interesante, dado que representa una nueva mirada, pues propone la idea de acercar el “cálculo” al nivel medio, respetando en cada caso la franja etaria con la que se trabaja.

Los problemas planteados en la experiencia se remiten a la maximización o minimización de áreas y volúmenes de cuerpos y figuras convencionales.

Autores: Martha Ferrero y Virginia Montoro

Lugar: Centro Regional Bariloche, Universidad Nacional del Comahue

Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Secundario-Universitario

Expositor: Martha Ferrero

Consulta a profesores como medio de aproximación a las concepciones de los estudiantes acerca del número real

En el marco del Proyecto de Investigación *Comprensión del número real por parte de estudiantes de los últimos años de secundaria e ingresantes a la universidad* subsidiado por la Universidad Nacional del Comahue y ejecutado en el Dpto. Matemática del Centro Regional Bariloche de esa Universidad, efectuamos 10 entrevistas a docentes en ejercicio de escuela media y universidad. Estas entrevistas fueron elaboradas en una etapa exploratoria del Proyecto y con el objeto de “Indagar las anticipaciones e impresiones acerca de las ideas que los profesores advierten en los alumnos sobre los distintos aspectos que nos ocupan de la comprensión del número real”.

El propósito de la presente comunicación es describir el proceso mediante el cual pretendemos incorporar la voz de los profesores, a través de entrevistas, como forma de dar validez y confiabilidad a nuestra investigación sobre las comprensiones de los estudiantes acerca del número real, más específicamente en relación a un cuestionario destinado a alumnos. Asimismo buscamos comunicar el por qué consideramos importante la consulta a profesores en ejercicio, cómo se realizó el diseño de la entrevista y los recaudos tomados respecto de la adecuación a la temática mencionada. De las mismas obtuvimos información que nos permitirá reformular las preguntas para el cuestionario definitivo destinado a los alumnos, considerando que los profesores nos aportan datos sobre la pertinencia y claridad en la formulación de las preguntas; constituyendo así las repuestas a la entrevista una herramienta de validación del cuestionario final desde la dimensión didáctica.

Autores: Mabel Basanta, Sandra Belladonna, Verónica Pagliaccio, María Laura Santori y Sara Vaisman Tello

Lugar: Universidad Nacional del Comahue, CPEM N° 41, CPEM N° 8, Colegio Bautista (Neuquén)

Categoría: Propuesta de Enseñanza. Nivel: Secundario Superior

Expositor: María Laura Santori

Acortando distancias... Una propuesta de articulación de contenidos (funciones) entre el nivel medio y el nivel universitario

En el nivel medio, específicamente en el área de matemática, los alumnos muestran serias dificultades en el dominio de determinados conceptos, que al ingreso a la universidad emergen rápidamente. Uno de ellos es el tema: *funciones*.

Se espera al ingreso a la universidad que los alumnos, como ya saben el concepto de función, puedan realizar sin inconvenientes conversiones entre los distintos registros de representación de una función (gráfico, numérico, algebraico y coloquial). Sin embargo, la mayoría, no demuestra haber adquirido la capacidad de interpretar, definir y graficar funciones que modelicen situaciones problemáticas, tanto del campo de la matemática como de otras áreas del conocimiento.

La idea de la siguiente propuesta didáctica es favorecer el aprendizaje de este concepto. Para ello hemos diseñado algunas actividades para ser implementadas haciendo uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC's) como complemento al trabajo que se realiza en el aula. Dichas actividades las hemos incluido en www.comenzo-lafuncion.blogspot.com, el Blog que diseñamos de manera que pueda ser utilizado tanto por el docente como por el alumno. El mismo cuenta, entre otras cosas, con una red conceptual diseñada en un soft online (Mindmeister), que muestra las relaciones entre los diferentes conceptos vinculados al tema y un link para hacer uso del software libre Graphmatica que ayuda a resolver algunas de las actividades propuestas. Los temas abordados son: conceptos generales sobre funciones, función lineal y función cuadrática. Esta propuesta está pensada para ser implementada en el nivel secundario o universitario, según se requiera.

Autores: Irma Zulema Martínez, Jorge Félix Almazán, Marta Lucía Lentini, María Cristina Lentini y Sergio Hernán Crespo
Lugar: Facultad de Ingeniería, Facultad de Ciencias Exactas, Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta
Categoría: Relato de Experiencia. Nivel: Universitario
Expositor: Irma Zulema Martínez

Recursos tecnológicos para maximizar el proceso de enseñanza-aprendizaje en el tema cónicas

Esta presentación describe el uso y aplicación del soft Maple en una clase normal del tema: Cónicas, del programa vigente, de Álgebra Lineal y Geometría Analítica, asignatura de 1º Año de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta. Estas actividades se incorporan a las tareas tradicionales, permitiendo que los alumnos desarrollen y/o incrementen, en sus producciones otras capacidades tales como la de análisis, interpretación, valoración, argumentación, entre otras, por la rapidez de resolución y generen así, mayor dedicación hacia las mismas, motivada por el uso de recursos de la tecnología educativa con el objetivo de lograr mejorar el aprendizaje significativo, atendiendo tanto los aspectos conceptuales y procedimentales.

Las apreciaciones de los estudiantes participantes fueron favorables, y estiman que el uso del recurso tecnológico citado en las actividades desarrolladas, fue propicio para el aprendizaje, ejercitación y consolidación de los conceptos en el tema abordado.

Autores: María Cristina Ahumada, Héctor Nicolás Funes y María de las Mercedes Moya
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Universitario
Expositor: María de las Mercedes Moya

Herramientas asincrónicas y conocimiento matemático

En este trabajo de investigación se presentan resultados parciales de cómo el uso de herramientas asincrónicas de comunicación: los foros y e-mails, pueden favorecer la elaboración del conocimiento matemático en forma colaborativa. Particularmente, se obtienen resultados acerca de la aplicación de modelos instruccionales creados a propósito para incentivar y motivar el uso de estas herramientas. Estos resultados provienen de un análisis de una encuesta a los estudiantes del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta.

Autores: Daniela Elizabeth Arnedo, Mario Ubaldo Avila y María de las Mercedes Moya
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Secundario-Universitario
Expositor: Daniela Elizabeth Arnedo

Uso de los Blogs como espacios de comunicación en la formación del docente de matemática

En el Profesorado de Matemática de la Universidad Nacional de Salta, se dicta la materia Optativa "Matemática con TIC", cuyo objetivo es construir conocimiento matemático, basado en Proyectos en red en forma colaborativa, siendo capaces los estudiantes de crear y manejar Blogs y documentos compartidos educativos con participación activa.

En este trabajo, se realiza una breve descripción de la manera en que trabaja el docente formador y los docentes en formación (estudiantes del último año de la carrera), en la creación y uso de Blog de matemática.

Se hace hincapié en la elección de los temas matemáticos elegidos por los estudiantes y en la forma de publicar entradas al Blog generados por ellos en forma colaborativa, haciendo uso de applets construidos con GeoGebra, audios, slides, imágenes, entre los más significativos.

Un resultado interesante, es que los docentes en formación realicen el trabajo final de su carrera, iniciándose en procesos de investigación sobre el uso de Blog en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Autores: Sergio Anchorena, Sandra Graciela Baccelli, Stella Maris Figueroa y Gloria Prieto
Lugar: Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Mar del Plata
Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Universitario
Expositor: Sandra Graciela Baccelli

Análisis de un problema de optimización desde el enfoque ontosemiótico

El objetivo de este trabajo es realizar un análisis exploratorio descriptivo de las dificultades de los alumnos para resolver problemas de optimización a fin de mejorar las estrategias de enseñanza de este tema. El análisis se basa en el desempeño de un grupo de 38 estudiantes de Ingeniería de la UNMDP. Se utiliza como instrumento de recolección de datos un protocolo diseñado para operacionalizar los conceptos del Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción y la Cognición Matemática que pretende captar la configuración epistémica y a las configuraciones cognitivas asociadas al problema. Los alumnos que resuelven satisfactoriamente este problema representan un bajo porcentaje, los resultados del análisis muestran que las dificultades detectadas

en las resoluciones se encuentran principalmente en algunos de los procedimientos empleados, se identifican aquellos procedimientos críticos en los que se puede intervenir para lograr un mejor desempeño a la hora de resolver este tipo de problemas.

Autores: M. Aznar, Ma. L. Distéfano, E. Moler y M. Pesa

Lugar: Dpto. de Matemática. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Mar del Plata

Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Universitario

Expositor: M. Aznar

La conversión de representaciones de números complejos del registro gráfico al algebraico como objetivo pedagógico

En esta comunicación se exhiben resultados de una investigación, relativa a la enseñanza de números complejos, desarrollada en el primer curso de Álgebra de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata. En este contexto se analiza la viabilidad de proponer la habilidad de efectuar conversiones de representaciones gráficas al registro algebraico, como objetivo de enseñanza. Se describen el instrumento diseñado para evaluar esta habilidad y una secuencia didáctica proyectada para propiciarla, siguiendo los lineamientos de la Teoría de Registros Semióticos. Se exponen resultados de su implementación, que conducen a pensar que es un objetivo pedagógico factible con consecuencias favorables sobre la manipulación que los alumnos hacen de este objeto matemático.

Autores: M. Bonacina, A. Haidar y C. Teti

Lugar: Dpto. Matemática. Facultad de Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas. Universidad Nacional de Rosario

Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Universitario

Expositor: C. Teti

Los movimientos y su interpretación a través de gráficas cartesianas

La visualización se ha convertido en un tópico importante de las diversas escuelas del pensamiento relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y, sin dudas también la visualización es una herramienta para explorar y descubrir patrones o regularidades, importante tarea del matemático.

Diversos trabajos ponen en evidencia la imposibilidad de los estudiantes para valerse de la visualización como una herramienta útil y paso previo para relacionar, clasificar, organizar..., en definitiva, conceptualizar.

En esta ocasión orientamos nuestro trabajo hacia el supuesto de la confusión de los estudiantes entre pendiente y "altura" (ordenada del punto) (Dolores et. al.,

2002). El objetivo último del trabajo (confusión entre pendiente y “altura”) se propone a partir de explorar si los estudiantes confunden velocidad con ordenada; más precisamente, de explorar cómo “leen” una gráfica cartesiana en el caso del movimiento rectilíneo.

La experiencia fue realizada sobre la base de un cuestionario diseñado que fue aplicado a estudiantes que cursan Matemática en la Universidad Nacional de Rosario. Los resultados obtenidos nos permiten conjeturar que las dificultades reportadas por nuestros colegas mexicanos están presentes también en nuestras aulas, a partir de lo cual y apoyándonos en ellos, decidimos revisar nuestra práctica docente. Este sería el primer paso, para superar estas dificultades.

Autores: S. Peparelli y N. Zón

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Categoría: Trabajo de Investigación. **Nivel:** Universitario

Expositor: N. Zón

Significados personales de la demostración matemática en alumnos de primer año del profesorado y licenciatura de matemática

El desarrollo de la capacidad de efectuar demostraciones matemáticas constituye uno de los objetivos fundamentales de la educación matemática en la escolaridad obligatoria, tal como se desprende de los lineamientos curriculares de la Educación General Básica (EGB) y la Educación Polimodal (EP). Pero este hecho contrasta con las dificultades de los estudiantes universitarios para desarrollar procedimientos de validación.

En nuestro ámbito, a partir del conjunto de acciones llevadas a cabo en el proyecto La problemática de la enseñanza y aprendizaje del razonamiento matemático en primer año: un estudio en Matemática Discreta (años 2009 y 2010), presentado en el marco de la convocatoria de la Secretaría Académica de nuestra universidad para la presentación de Proyectos de Innovación e Investigación para el Mejoramiento de la Enseñanza de Grado (PIIMEG), fue posible concluir que los estudiantes que ingresan al profesorado y/o licenciatura en matemática tienen importantes dificultades en el desarrollo de demostraciones matemáticas de carácter deductivo, incluso en demostraciones elementales, existiendo entre ellos una variedad de esquemas personales de demostración matemática.

Es de destacar, además, que la demostración matemática presenta una variedad de formas, apareciendo en los distintos niveles educativos diferentes tipos de argumentaciones. En los primeros ciclos de la EGB predomina una matemática informal y la argumentación prototípica es de carácter muy intuitivo. En el tercer ciclo de la EGB y en la EP, la matemática tiene como formas de argumentación la prueba empíricoinductiva y la prueba deductiva informal.

En la educación universitaria, en cambio, es habitual el contacto con la demostración deductiva y los estudiantes han de familiarizarse con el hecho de que la argumentación deductiva es el método por el cual se establece la validación de los enunciados matemáticos.

Es necesario, entonces, articular los distintos significados de la demostración matemática. Los esquemas informales de demostración no deben ser vistos simplemente como incorrecciones o errores sino como etapas en la apropiación de las prácticas argumentativas matemáticas. Por otra parte, la comprensión y dominio de la argumentación deductiva requiere, tal como sostiene Balacheff “la adhesión a una problemática que no es la eficacia (exigencia de la práctica) sino la del rigor (exigencia teórica)”.

En este trabajo presentaremos un estado de avance de un nuevo PIIMEG: la enseñanza de la demostración matemática: análisis de significados institucionales y evolución de significados personales, que estamos llevando a cabo tomando como marco teórico el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática desarrollado por Juan Díaz Godino.

Autores: Silvia Etchegaray y Franco Heredia

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Categoría: Trabajo de Investigación. **Nivel:** Formación inicial de profesores

Expositor: Silvia Etchegaray

Un estudio epistémico-semiótico de la noción leibniziana de diferencial

Con este trabajo se intenta compartir los avances más significativos de lo desarrollado en el marco de una beca de investigación otorgada por la SeCYT de la UNRC, para alumnos avanzados de diferentes carreras. El mismo está contextualizado en el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y pretende aportar a la formación de un futuro profesor en matemática. En este proyecto se estudian contenidos emergentes de contextos inter-disciplinarios, en el marco de las condiciones culturales y sociales donde se han planteado, resuelto y hasta transformado los tipos de cuestiones asociados con estos objetos. El problema didáctico que reconocimos es el siguiente: La dialéctica científica que sostiene las razones de por qué y para qué se construyeron y desarrollaron ciertos objetos matemáticos, generalmente no está reconocida (“se pierde”) en los concretos procesos de transposición didáctica de dichos saberes, en los diferentes niveles del sistema educativo, transformándose en importante fuente de conflictos semióticos. Una primera delimitación del problema nos llevó analizar la noción de diferencial y su relación con la de derivada. En esa dirección hemos tratado de dilucidar elementos de significado de origen epistemológico que nos permitan analizar el objeto matemático denominado “notación de Leibniz para la derivada, $\frac{dx}{dy}$ ”, problematizando la dimensión ontológica del mismo desde un punto de vista semiótico, para diferenciarlo de su semejante “ $f'(x)$, notación f prima para la derivada”. Para avanzar en un perfil de solución a este cuestionamiento y

en consonancia con el marco teórico didáctico (EOS) que sostiene esta investigación, realizamos un primer estudio epistémico a la actividad matemática desarrollada por Leibniz, con el fin de recuperar los contextos y los problemas que le dan origen a los objetos, convencidos de recorrer un camino que permita construir un conocimiento útil y estratégico para un futuro profesor.

Autores: Cristina Cosci, Gladys May, Gabriel Hidalgo, Javier Esperanza, Sara Alaniz y Roberto Simunovich

Lugar: Facultad de Ingeniería y Ciencias Económico Sociales. Universidad Nacional de San Luis

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: Gabriel Hidalgo

Dominio de funciones de una variable: distintos registros de representaciones efectuadas por alumnos de ingeniería agronómica

El presente trabajo consiste en analizar un cuestionario tomado a los alumnos de la asignatura Matemática de la carrera de Ingeniería Agronómica de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Económico-Sociales, de la Universidad Nacional de San Luis sobre el tema dominio de funciones de una variable.

Este tema despertó nuestro interés, ya que hemos comprobado, que la conversión entre representaciones semióticas constituye la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de adquirir para la gran mayoría de los alumnos. No sólo los cambios de registros ocasionan obstáculos sino también la ausencia de coordinación entre los diferentes registros.

Tomando como referencia los registros de representación semiótica (Duval, 1998), analizamos las respuestas dadas por los estudiantes de primer año a cuatro actividades sobre dominio de funciones de una variable. Observamos que existe un importante porcentaje de alumnos que si bien resuelven correctamente en forma algebraica, presentan dificultades cuando deben encontrar el dominio mediante la utilización de diferentes registros.

Este diagnóstico es de tipo exploratorio y con el objetivo de mejorar nuestra práctica docente.

Autores: Julia B. Leiva , Rita N. Quinteros, Gustavo A. Juarez, Silvia I. Navarro y Luis Navarro Santa Ana

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Facultad de Humanidades. Universidad Nacional de Catamarca

Categoría: Trabajo de Investigación. Nivel: Universitario

Expositor: Julia B. Leiva

Etnogeometría de las decoraciones en vasijas de cultura de la aguada

El presente trabajo representa una investigación Etnogeométrica, realizada mediante el análisis de los motivos decorativos de 60 piezas de cerámica perteneciente al museo arqueológico Adán Quiroga de la Provincia de Catamarca, las cuales fueron representados y descriptos en su morfología por el Dr. Néstor Kriscaustzky en el libro denominado Museo Adán Quiroga Técnicas y Motivos, editado en el año 2005 por la UNCa. El análisis de las figuras de cada pieza tiene por objeto analizar entes geométricos que sea de fácil visualización en tales vasijas como así también destacar el carácter artístico observado ante la presencia de simetría en las figuras.

Autores: Héctor Agnelli y Susana Peparelli

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Capacitación Docente

Expositor: Susana Peparelli

Cuando los ejes coordenados ayudan al cálculo de probabilidades

El desarrollo histórico de la Teoría de la probabilidad permite delimitar dos aspectos que necesariamente deben tenerse en cuenta en la enseñanza de las nociones básicas de esta rama de la matemática:

- El razonamiento a partir de lo incierto o posible es constitutivo del razonamiento probabilístico.
- La evolución en el conocimiento probabilístico requiere de validaciones empíricas y del análisis entre las complementariedades de las distintas interpretaciones de la probabilidad, fundamentalmente de la clásica y de la frecuencial y también la geométrica.

Asimismo, el estudio de investigaciones, provenientes del ámbito de la psicología y la educación matemática, sobre el razonamiento estocástico (término que incluye probabilidad y estadística) y las relacionadas con los errores y dificultades que se presentan en la enseñanza de la probabilidad, permiten concluir que:

- Las ideas probabilísticas, frecuentemente, entran en conflicto con las experiencias previas de los alumnos.

- Las ideas intuitivas sobre el azar pueden constituirse en un obstáculo para la comprensión de los conceptos relacionados.
- La probabilidad es un concepto que entra en contradicción con el pensamiento determinista y causal dominante en nuestra educación.
- La comprensión integral de la noción de probabilidad necesita de la interacción de las diferentes interpretaciones.

A partir de estos indicadores es posible afirmar que la enseñanza de la probabilidad enfrenta al docente con varios desafíos. En este trabajo se presentarán situaciones problemáticas que utilizan a los ejes coordenados como una herramienta para modelar problemas de origen aleatorio. Consideramos que estas situaciones contribuirían a la formación docente, posibilitando que los mismos argumenten, discutan y revean sus conocimientos e intuiciones acerca de la probabilidad; con el objeto de favorecer un espacio de reflexión que muestre la complejidad de los procesos de transmisión y construcción del conocimiento probabilístico y criterios para abordar y controlar esa complejidad.

Autores: Sergio A. Figueroa, Gustavo A. Juarez, Silvia I. Navarro y Eduardo M. Zárate
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca
Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Secundario
Expositor: Sergio A. Figueroa

Laboratorio de geometría en la escuela secundaria

En el presente trabajo proponemos rescatar un tipo de actividad diferente a los métodos tradicionales de enseñanza de la Matemática, en el cual pretende que el alumno construya su propio conocimiento mediante la experimentación y el descubrimiento. Esto es, aplicar el Laboratorio de Geometría en determinados temas; aquí enfocamos a la Geometría como alternativa para practicar el descubrimiento, y el manejo de materiales y útiles.

Autores: Estela Aliandro, Eudosa Díaz, Thomas Hibbard, Carlos Puga y Liliana Valdez
Lugar: Universidad Nacional de Salta
Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario
Expositor: Thomas Hibbard

Una manera amena de enseñar la inducción matemática

Todo profesor de matemática ve como misterioso el hecho de que con demasiada frecuencia los estudiantes dicen que no pueden entender el principio de inducción matemática, aún después de exhaustivas explicaciones y ejercitación. Se nos ocurrió que posiblemente la clave esté en que el alumno que dice eso probablemente esté equivocado y nuestra labor docente se centraría entonces en convencerlo que sí entiende la inducción. En efecto, cuando se introduce el tema de inducción todos los estudiantes son capaces de captar que cuando en la construcción de una sucesión infinita la ocurrencia de una cierta cadena finita implica la repetición inmediata de la misma, la sucesión tiene que terminar con infinitas repeticiones de esa cadena (por ejemplo, en la división $1/7$ la ocurrencia de la cadena 142857 implica la repetición inmediata de 142857, el período de la expresión decimal de $1/7$). Sin embargo a la hora de formalizar la inducción el estudiante no puede ver la conexión entre lo que su mente captó y el formalismo. En el ejemplo, se ve que $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3}, a_{n+4}, a_{n+5} = 142857 \rightarrow a_{n+6}, a_{n+7}, a_{n+8}, a_{n+9}, a_{n+10}, a_{n+11} = 142857$, entonces observamos que $a_0a_1a_2a_3a_4a_5 = 142857$ y lo llamamos $P(0)$, y entonces $P(k)$ es $a_{6k}a_{6k+1}a_{6k+2}a_{6k+3}a_{6k+4}a_{6k+5} = 142857$, y que $P(k) \rightarrow P(k+1)$ por la implicación anterior. Lo que hace falta es convencerlo que ese formalismo es solo una expresión simbólica de lo que su mente ya captó. Para ello se pueden introducir juegos que producen múltiples ejemplos de este tipo y constituyen una manera amena de ver la inducción. Los alumnos pueden captar soluciones no obvias de estos juegos sin usar la palabra inducción, aunque el uso de la misma esté implícita en su forma de razonar.

Diseñamos esta propuesta de enseñanza, en el marco de las acciones de capacitación para tutores alumnos, contempladas en el proyecto de investigación Tutorías estudiantiles para apoyar al ingresante universitario, del Consejo de Investigación de la UNSa, con el objetivo de que los mismos pudieran aplicarla en las horas de tutoría, con grupos pequeños.

En el presente trabajo mostramos algunos ejemplos de estos juegos que creemos conducen a aprender el concepto de inducción de una manera divertida.

Autores: Florencia Alurralde, Blanca Formeliano, Lidia Ibarra, Graciela Méndez, Ivone Patagua y Mirta Velásques

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Primario

Expositor: Lidia Ibarra

La construcción del triángulo en 7° año

La enseñanza de la geometría, específicamente el tema de las construcciones geométricas, son desplazadas en algunas instituciones escolares de Salta Capital, debido a la organización temporal de los contenidos que lleva a priorizar otros. Dada esta situación este grupo de investigación junto con la cátedra práctica docente del profesorado de matemática, elaboró una propuesta de enseñanza que fue desarrollada en dos divisiones de séptimo grado de una escuela periférica de la zona norte de la ciudad de Salta. Esta situación didáctica que se planteó, generó una familia de problemas modificando las variables didácticas, lo cual encaminó a los estudiantes a la utilización de distintos conceptos geométricos y distintos procedimientos. A través de la práctica se pudo determinar condiciones bajo las cuales es posible gestionar la enseñanza de la geometría, e identificar cómo la producción de los estudiantes se aproxima a la organización matemática de referencia, además se pudo validar la función que cumplen las variables didácticas en las construcciones geométricas y el sentido del contrato didáctico, identificando los factores que facilitan o dificultan enseñar este contenido.

Autores: Fabio Augusto Milner

Lugar: School of Mathematical and Statistical Sciences. Arizona State University

Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Universitario

Expositor: Fabio Augusto Milner

El impacto de la enseñanza con enfoque conceptual en el aprendizaje de precálculo

En una gran universidad norteamericana se ensayó un modo diferente del tradicional de enseñar precálculo, con un enfoque de mayor comprensión conceptual de unos pocos temas esenciales. Para lograr el efecto deseado, el mayor esfuerzo de este proyecto fue dedicado al entrenamiento (provisto como desarrollo profesional) de los profesores a pensar y ver la matemática de un modo diferente al que estaban acostumbrados.

Durante los últimos seis años se trabajó con más de trescientos profesores secundarios de matemática y ciencia y con cincuenta docentes universitarios de varios escalafones. Se los hizo participar inicialmente de un taller de una semana de duración dedicado a profundizar su comprensión de las ideas matemáticas fundamentales para el éxito en los cursos iniciales de cálculo, ciencia e ingeniería a nivel universitario,

así como a equipar a los docentes con el conocimiento y las herramientas necesarios para incorporar en sus respectivos cursos distintas actividades interdisciplinarias.

Se usaron dos instrumentos para evaluar el impacto de esta nueva modalidad de enseñanza. El primero, el *Protocolo Reformado de Observación de Enseñanza* (Reformed Teaching Observation Protocol, RTOP), que evalúa las prácticas de los maestros en 5 áreas independientes: diseño e implementación de lecciones, conocimiento proposicional, conocimiento de procedimientos, interacciones de comunicación, y relaciones estudiante/profesor. El segundo, *Evaluación de Conceptos de Precálculo* (Precalculus Concepts Assessment, PCA), mide la habilidad de los estudiantes para resolver problemas que requieren comprensión conceptual.

Treinta y un profesores fueron observados en tres oportunidades cada uno durante el año escolar y se evaluó sus lecciones usando el RTOP. Los datos resultantes mostraron diferencias significativas en las prácticas de los profesores en las cinco áreas entre la primera y la segunda observación. Esto sugiere que los profesores comenzaron a implementar cambios a su modalidad de enseñanza después de trabajar durante el verano en el desarrollo de lecciones orientadas a comprensión de conceptos y una actitud inquisitiva.

Los estudiantes, por su parte, completaron la PCA al comienzo del semestre y nuevamente al final del mismo para permitir medir el progreso logrado en la resolución de problemas conceptuales luego de participar en cursos con profesores entrenados en los talleres de verano arriba descritos. La PCA consiste de 25 problemas de tipo *multiple choice* con cinco respuestas cada uno. El contenido cubre álgebra y geometría, así como conceptos elementales de funciones algebraicas y trascendentes. En uno de los problemas se pregunta cuál es la fórmula que relaciona el perímetro de un cuadrado y su área. En otro se muestra la gráfica de una función lineal f y de otra cuadrática g y se pide identificar dónde es $f < g$. El puntaje medio obtenido al comienzo de los cursos de precálculo es aproximadamente 8, tanto en los colegios secundarios como en la universidad. Al finalizar el curso estos puntajes suben respectivamente a 15 y 13, ganancias al menos 2 puntos mayores que las correspondientes a las de estudiantes de precálculo en aulas tradicionales. Lo importante es que las mejoras de los estudiantes se vuelven evidentes no solo en los cursos de precálculo, como se ve en la tabla que sigue de puntajes promedio en la PCA para estudiantes secundarios de varios cursos.

Curso	Pre	Post
Álgebra 2	5.06	6.84
Álg. 2 ava.	5.72	12.94
Trigonometría	6.31	8.90
Precálculo	10.06	15.72

Creemos que el impacto del entrenamiento de profesores a través de talleres dedicados a profundizar su comprensión de las ideas matemáticas fundamentales y las conexiones con la vida real es sustancial tanto en inducir un cambio de modalidad de enseñanza de éstos como en desarrollar mayor capacidad de resolver problemas

conceptuales en sus alumnos. Esperamos que también se note un impacto positivo en las actitudes e intereses de los estudiantes con respecto a la matemática y comenzaremos a medir variables tales como *percepción de valor de la matemática*, *interés por aprender más matemática*, etc., al principio y al final del semestre usando como grupos de control a los estudiantes del mismo curso en las aulas tradicionales.

Autores: Silvia Catalina Etchegaray y María Elena Markiewicz

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Categoría: Trabajo de investigación. **Nivel:** Formación inicial de profesores

Expositor: María Elena Markiewicz

Un espacio para el razonamiento conjetural en la formación inicial de profesores

Este trabajo está planteado en el marco de un proyecto de investigación en Didáctica de la Matemática, que está sustentado por el Enfoque onto-semiótico y que tiene como objetivo general promover al mejoramiento de la formación inicial del profesor de matemática.

En particular, el objetivo de este trabajo es proponer algunas reflexiones en torno al papel del razonamiento conjetural o plausible (aquel que permite formular, contrastar y reformular conjeturas) en la formación de los profesores de matemática, movilizados por la pregunta: ¿es posible pensar una manera de trabajo sobre la matemática que se estudia en la formación inicial como un conocimiento que dé otra perspectiva a la matemática de la escuela secundaria?

En este sentido, planteamos la importancia de generar y sostener, en asignaturas del profesorado de matemática (más específicamente, en una materia como Estructuras algebraicas), espacios colectivos de discusión de sistemas de prácticas que necesiten poner en funcionamiento elementos de significado vinculados al razonamiento conjetural, y que promuevan la reflexión acerca del mismo con el objetivo de sacarlo de la esfera de lo personal.

Proponer al razonamiento plausible como objeto a cuestionar es ofrecer otra perspectiva epistemológica y ayudar a construir herramientas para incorporar en la futura práctica profesional.

Autores: Raúl Pedro Mentz, María Angélica Pérez y Margarita del Valle Veliz
Lugar: Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán
Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Universitario
Expositor: Margarita del Valle Veliz

Competencias para la implementación de una metodología semipresencial

El nuevo plan de estudios 2010 aprobado para las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas (UNT), obligó a las asignaturas del Área Matemática al planteamiento de un nuevo modelo basado en la formación por competencias, que tiene como objetivo la adquisición de las mismas en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Se implementó así un modelo utilizando metodologías docentes y evaluadoras, con procedimientos de formación semipresencial (blended learning o b-learning) mediante el entorno virtual de aprendizaje Claroline con que cuenta la Facultad, donde se pudo desarrollar parte de los contenidos, procedimientos de aprendizaje y evaluación, basados en competencias.

En el curso de Cálculo se experimentó con diferentes actividades formativas que permiten la obtención de capacidades, habilidades y actitudes, es decir de competencias, tanto generales como específicas.

Este cambio de modelo implicó un esfuerzo importante por parte de los profesores para adaptarse desde el sistema tradicional de enseñanza centrado en los conocimientos, ya que debieron prepararse atendiendo a:

- Un saber (conocimientos de las TIC's y competencias pedagógicas).
- Un saber hacer (relación dialógica con los estudiantes, interacción).
- Un saber tecnológico (preparación técnica para manejar y aplicar las herramientas derivadas de la tecnología de la información y comunicación en la modalidad de estudios virtual).
- Un ser (tareas académica de asesoramiento, orientadora en la resolución de problemas, como tutor-facilitador-motivador de estudio en esta modalidad, diseñador de actividades).

El impartir esta asignatura con una estructura denominada b-learning, permitió llevar a cabo experiencias docentes y metodológicas utilizando las posibilidades que fue incorporando la plataforma virtual de aprendizaje. Algunas de estas experiencias han estado orientadas a la formación no sólo de los conocimientos y capacidades específicos de la asignatura sino a la adquisición de competencias generales y a la utilización de procedimientos de evaluación de la misma.

Algunos de los objetivos específicos fijados en la asignatura Cálculo son la consecución de determinadas competencias relacionadas con la comprensión, la fundamentación y el análisis de la información.

Adicionalmente se incluyó en el diseño de la propuesta, una serie de competencias transversales, en la mayor parte de los casos con un nivel básico, entre las que podemos destacar las siguientes:

- Capacidad de búsqueda y selección de información.
- Capacidad de argumentación.
- Capacidad para el trabajo en grupo.
- Habilidad para el manejo de las TIC's.
- Actitudes de respeto a los demás (docentes y compañeros).

La presentación de los objetivos, metodología de trabajo y estudio, y procedimientos para el seguimiento de la asignatura se realizó durante los primeros días del curso de forma presencial. Éstos, junto con el calendario de actividades docentes y de evaluación se incluyeron en la guía publicada en forma impresa y en el entorno virtual de aprendizaje. Además, también en ambos espacios los alumnos tuvieron acceso al resto del material curricular elaborado por los docentes, que a partir de la primera clase presencial se siguió también a través de las herramientas con que cuenta la plataforma Claroline. Se implementó un foro para la inclusión de noticias de interés y otro para la resolución de dudas, se utilizó el correo electrónico, se efectuaron consultas on line, y de forma personal con los profesores de la asignatura.

En este trabajo se describen los diferentes procedimientos y actividades formativas elaboradas, los criterios de organización, y los resultados obtenidos en 2010 y lo que hasta el momento se avanzó en 2011, desde un punto de vista académico y desde las opiniones de los alumnos obtenidas mediante encuestas.

Autores: M. Di Franco, N. Di Franco, C. Gentile, C. Glusko, L. Maier y N. Uribe
Lugar: Facultad de Ciencias Humanas. Universidad Nacional de La Pampa
Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Secundario
Expositor: N. Uribe

Las matemáticas de las burbujas: Superficies mínimas

La presente es una propuesta de un grupo pequeño de profesores y estudiantes de profesorado, a partir del análisis y la producción de materiales alternativos para la enseñanza de las disciplinas. La experiencia en este caso está focalizada en áreas de Física y Matemática, vinculada a conceptualizaciones acerca de la tensión superficial, las superficies minimales y los caminos de recorridos mínimos, en una propuesta de trabajo con burbujas y pompas de jabón, en contenidos que no se corresponden directamente con prescripciones curriculares y que ensayamos inicialmente en aulas de secundario.

Algunas reflexiones provisionales nos permiten seguir pensando en la experiencia hasta aquí desarrollada. Por un lado, la importancia de recuperar situaciones que puedan resultar un problema geométrico para los estudiantes. Por otro lado, el interés en intentar orientar desde la geometría que estudia el espacio real, físico, hacia una geometría que se construye para conceptualizar el espacio. Y en toda instancia, los planteos relacionados con el poder anticipador de las construcciones geométricas, tanto las físicas como las teorizadas. Todas reflexiones que quedan, en estas primeras

aproximaciones, alertándonos de complejidades sobre las cuales necesitamos desarrollar mucho análisis.

Autores: G. L. Andreani, G. Marijan y A. Ortega

Lugar: Universidad Nacional de Salta, Sede Regional Tartagal

Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Universitario

Expositor: G. L. Andreani

Los recursos tecnológicos como medios didácticos para trabajar con alumnos ingresantes a la universidad

En los últimos tres años nuestra práctica docente ha experimentado fuertes modificaciones. Si bien es cierto que las nuevas tecnologías y su irrupción en el ámbito de la enseñanza llevan ya mucho tiempo, el acceso a las mismas desde el punto de vista material y profesional para quienes trabajamos en la Sede Regional Tartagal de la Universidad Nacional de Salta, recién se está produciendo. En este sentido, Matemática I es una de las primeras cátedras en incorporar las TICs en el proceso enseñanza aprendizaje. La posibilidad concreta de incursionar en este campo se produjo a principios del año 2009 mediante la implementación de un Proyecto de Investigación del C.I.U.N.Sa. y, desde entonces, estamos transitando lentamente este camino que nos significa aprendizajes permanentes en lo tecnológico, disciplinar y pedagógico.

Desde este equipo de trabajo sostenemos la hipótesis de que si trabajamos con herramientas tecnológicas lograremos que los alumnos desarrollen estrategias de autocontrol de sus producciones, como así también una mayor motivación y dedicación al estudio. De este modo se intenta contribuir a: compensar la baja relación docente alumno, incorporar nuevas estrategias didácticas que prioricen el proceso de aprendizaje e incrementar la interacción docente-alumno, alumno-alumno fuera y dentro del aula.

De igual modo, los recursos tecnológicos pueden contribuir a mejorar los niveles de comprensión de conceptos y procedimientos, porque mejoran los tiempos reales para la apreciación de cambios numéricos y gráficos de los objetos matemáticos, y la posibilidad de una mayor y mejor manipulación de los objetos y parámetros por parte del alumno.

Queremos compartir nuestra experiencia, en la puesta en marcha, de este proyecto vinculado a la utilización de recursos tecnológicos en las prácticas docentes y el avance realizado en la construcción de un Aula Virtual que responda a las necesidades de nuestros alumnos, que son estudiantes de matemática ingresantes al nivel superior en un contexto de masividad y atravesados por la problemática de la articulación entre los niveles medio y universitario.

Autores: Alejandra Azar, María Amelia Mini, Magdalena Pekolj y Nélide H. Pérez
Lugar: Dpto. de Matemática. Facultad Ciencias Físico Matemáticas y Naturales. Universidad Nacional de San Luis
Categoría: Propuesta de Enseñanza. Nivel: Formación inicial de profesores
Expositor: Magdalena Pekolj

Formación de profesores y enseñanza para la comprensión en Matemática

La formación de profesores de Matemática posee requerimientos específicos que implican, entre otras habilidades, una comprensión profunda de conceptos y principios de la Matemática y de las conexiones entre conceptos y procedimientos a enseñar. Cambios de plan de estudios de la carrera Profesorado en Matemática, introducen los Laboratorios como motor de desarrollo de la enseñanza para la comprensión, permitiendo el tratamiento de contenidos mediante actividades que posibiliten la comprensión de conceptos matemáticos, la enculturación matemática y un enriquecimiento progresivo de los futuros profesores en la forma de plantearse la actividad docente.

Dado que las actividades que realizamos son variadas y abarcan asignaturas y temas diferentes, nos limitaremos a relatar algunos ejemplos:

1. Las Torres de Hanoi y un modelo matemático. Se trata de un juego de optimización en el que se propicia el desarrollo de estrategias de pensamiento al tener que elaborar un plan de acción para lograr el objetivo y obtener el modelo matemático que lo representa. Para expresar matemáticamente los resultados del proceso de manipulación de los discos, se necesita de una comprensión del mismo como también del modo de lograr su traducción al lenguaje algebraico. La comprensión está presente también en la validación del modelo obtenido, desde el reconocimiento de la necesidad de hacerla hasta lograrla.
2. Partiendo del tópico generativo "Semejanza", siguiendo el hilo conductor ¿Cómo usar lo que sabemos para calcular lo que no sabemos?, ejemplificamos el tratamiento de un teorema orientando hacia la comprensión de su enunciado y la posibilidad de reconocimiento y aplicación en la fundamentación de afirmaciones y razonamientos, así como en la resolución de ejercicios y problemas intramatemáticos y extramatemáticos.
3. Nos referiremos a algunas de las comprensiones, habilidades o conceptos que emergen frecuentemente al planificar la enseñanza en el ámbito de la aritmética.

Concluimos que este tipo de actividades forman parte del compromiso de implementar un nuevo currículum para la formación del profesor de Matemáticas que abarca, entre otros aspectos: la integración de los contenidos con otras áreas, determinación del campo donde se aplica, competencia en relación a ese saber. En resumen, que el

trabajo de un contenido no se reduzca a presentación de técnicas, algoritmos y repetición de demostraciones sino que, apoyándose en lo intuitivo, lo empírico para conceptualizar, expresar y manipular matemáticamente objetos y relaciones conduzca a una profunda comprensión que permita relacionar lo disciplinar con lo didáctico.

Autores: Guillermina Emilia Vosahlo
Lugar: ISFD Aguilares, Tucumán
Categoría: Propuesta de Enseñanza. **Nivel:** Secundario
Expositor: Guillermina Emilia Vosahlo

Exploración del período de los racionales

Las actividades recomendadas para realizar en el aula deben tener, entre otras características, un carácter abierto, para que el alumno pueda descubrir una multiplicidad de soluciones y estrategias de resolución; deben ser conceptualmente ricas, permitiendo el tratamiento de varios conceptos, pero sin tener tal diversidad de temas que desoriente al alumno y deben poder resolverse aunque no se cuente con la capacidad de validar las respuestas.

El presente trabajo es una propuesta de enseñanza que incluye actividades de exploración del período de los racionales con nuevos recursos con el fin de descubrir regularidades, permitiendo formular conjeturas y validarlas o refutarlas, otorgándole al alumno un rol activo en la construcción del conocimiento.

Autores: Elsa Rodríguez Areal de Torino, Raúl Mentz y Lucía Martín de Pero
Lugar: Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán
Categoría: Trabajo de investigación. **Nivel:** Universitario
Expositor: Lucía Martín de Pero

¿La instrumentación de controles de lectura en el aula virtual puede ayudar a mejorar el aprendizaje del cálculo?

La sociedad está demandando nuevos modelos de enseñanza y aprendizaje debido a la incorporación de las nuevas tecnologías en todos los aspectos de la vida. Es así como el modelo de educación centrado en la enseñanza, donde el protagonista es el profesor, deja paso a un sistema basado en el aprendizaje, donde el alumno es el responsable de su propio proceso de aprendizaje y el profesor debe buscar y utilizar la metodología y los medios más adecuados que ayuden al alumno en ese proceso. Como sabemos el conocimiento se construye en la mente del estudiante en lugar de ser transmitido sin cambios a partir de libros o enseñanzas y se realiza por medio del

aprendizaje colaborativo, donde se pretende crear un ambiente centrado en el estudiante que le ayude a construir ese conocimiento tomando como base sus habilidades y conocimientos.

En este marco, las nuevas tecnologías y los entornos de trabajo virtuales adquieren una gran importancia ya que, por ejemplo, no requieren coincidir espacialmente y permiten la comunicación asíncrona entre los participantes, los jóvenes de hoy se familiarizan rápidamente con los numerosos avances tecnológicos, son ellos quienes demandan la aplicación de las nuevas tecnologías en el mundo de la educación.

Por muchas razones básicas, hay que replantearse profundamente la organización de las actividades educativas, mediante un nuevo sistema educativo en el entorno virtual. Es así como el creciente empleo de las TIC's está modificando nuestros hábitos, produciendo efectos en el entorno social y cultural. Por ello, sin sustituir la enseñanza presencial, pensamos en el desarrollo de la enseñanza virtual como complemento a la docencia.

Planteamos como objetivo promover el uso del Aula Virtual existente en nuestra Facultad, bajo la hipótesis de que el empleo de recursos de aprendizaje en línea puede servir para mejorar los conocimientos de los alumnos.

A través del Aula Virtual, los estudiantes accedieron a Controles de Lectura consistentes en una serie de preguntas y ejercicios sobre temas del Cálculo, intentamos de esta manera crear nuevos hábitos de estudio en nuestros alumnos y nuevas formas de evaluarlos.

Autores: V. H. Giandini y M. N. Salerno

Lugar: Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario

Expositor: M. N. Salerno

La nivelación en Matemática acompañada de prácticas de lectura y escritura

La articulación entre la enseñanza media y la educación superior es una tarea compleja, ya que esta problemática no solo se ve reflejada en el rendimiento académico sino también en los índices de deserción, en el desgranamiento de la matrícula tanto como en dificultades en la socialización.

El acceso a la universidad exige una serie de habilidades, hábitos y actitudes que en la universidad suelen ser consideradas como algo que los alumnos deben haber desarrollado con anterioridad a su ingreso a la misma.

Una de las áreas en las que se aprecia la carencia de tales habilidades son las prácticas de lectura y escritura.

Hay modos de leer y escribir que caracterizan a la comunidad académica y que el estudiante tiene que adoptar.

Entendemos que los docentes no sólo no somos ajenos a esta problemática, sino que demandaría de nuestra parte de la elaboración de propuestas concretas que contribuyan a la construcción de aquellas competencias que demandamos en los jóvenes ingresantes.

Como las prácticas de lectura y escritura no son habilidades independientes del aprendizaje es que se formula una propuesta de lectura de textos, interpretación de consignas y formulación de respuestas.

Esta propuesta se llevará a cabo durante el Curso de Nivelación en Matemática 2012 que los alumnos de la Facultad de Ingeniería de la UNLP deben cursar y aprobar. La evaluación del curso tendrá la misma estructura que en años anteriores, es decir, no se incluirán en la evaluación cuestiones abordadas en esta propuesta, sino que se espera que contribuyan a un mejor rendimiento de los alumnos en la elaboración de sus exámenes.

Autores: M. E. Díaz Lozano, E. E. Haye y M. F. Macías

Lugar: Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas. Universidad Nacional del Litoral

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario

Expositor: E. Haye

Estrategias Didácticas en la elaboración de un módulo destinado a la enseñanza a distancia de Trigonometría

En este trabajo se presenta una propuesta de enseñanza a distancia de temas introductorios de Trigonometría por medio de un software educativo. Se explicitan las pautas que guiaron en la elaboración del material, tanto desde en punto de vista de la estructura conceptual del tema y del modelo de educación que se postula, como de las características propias del instrumento utilizado. Se enuncian, para las distintas etapas del desarrollo del proceso de aprendizaje, las estrategias didácticas que orientaron el diseño de la aplicación.

Autores: V. Martínez Luaces

Lugar: Fundación Julio Ricaldoni. Facultad de Ingeniería. Universidad de la República. Montevideo

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario

Expositor: V. Martínez Luaces

Cursos de Cálculo y Pre-cálculo: el papel de los problemas inversos, las aplicaciones y el modelado matemático

En este trabajo se analizan los cursos de Pre-cálculo y de Cálculo en lo que respecta a la utilización de los problemas inversos y/o aquellos que exigen habilidades ligadas a la modelación matemática y a las aplicaciones de dicha disciplina.

En particular, se estudian cuatro tipos de cursos, correspondientes a los últimos años de Enseñanza Secundaria y los primeros años de la Universidad; dichos cursos son: Pre-cálculo, Cálculo en una variable, Cálculo en varias variables y Cálculo Vectorial.

En dichos cursos, o al menos en aquellos de estilo más tradicional, los problemas que involucran modelado son bastante escasos y menos aún son aquellos en los que además se plantea el problema bajo la forma de problema inverso, sea este de causalidad o de especificación.

En una de las primeras secciones del artículo se estudia el marco teórico correspondiente a los problemas inversos y se hace lo mismo para las aplicaciones y el modelado matemático.

En otra sección y a modo de ejemplo, se analiza brevemente un problema industrial en el cual se ha estado trabajando desde fines del año 2009, a fin de establecer una posible comparación entre los problemas reales y los que aparecen en los cursos tradicionales.

De esta comparación surge una cierta insuficiencia de los problemas que habitualmente se tratan en cursos y textos tradicionales, como preparación para resolver los problemas que luego deberán enfrentar en su vida profesional.

En virtud de lo anterior, se realizó una propuesta tendiente a mejorar la situación anteriormente descrita, la cual fue implementada a lo largo de varios años y en distintos ámbitos.

En la última parte del artículo, se comentan algunos de los resultados obtenidos con la implementación de esta propuesta y finalmente, se realizan comentarios y observaciones al respecto.

Autores: Clara R. Elena, Gustavo A. Juarez, Silvia I. Navarro y Carlos A. Siares
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca
Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Universitario
Expositor: Gustavo A. Juarez

La simulación con retardo en el aula

Los diversos aportes de las investigaciones realizadas en distintas áreas de las Matemáticas, cumplen con un objetivo importante cuando pueden ser aplicadas en problemas del mundo real, pero también es de importancia cuando la didáctica brinda la posibilidad de transferir al aula tales conocimientos. La enseñanza de los modelos matemáticos con retardo es el objetivo del presente trabajo, junto a la implementación en el aula de la simulación de tales modelos.

Autores: C. Egüez y A. Sângari
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta. Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta
Categoría: Propuesta de Enseñanza. Nivel: Universitario
Expositor: A. Sângari

Una síntesis del cálculo y la geometría: localización del punto de Fermat

En este trabajo se desarrolla un ejemplo de un problema que puede abordarse de distintas maneras a través del cálculo y de la geometría. En la concepción de los autores se llega a mejores resultados del aprendizaje, cuando se enfoca un problema desde distintas perspectivas. En este caso, para localizar el punto de Fermat, se hizo uso del análisis de varias variables, y de la geometría elemental. También, se incorporó el uso de un soft matemático que permite dibujar, y aprovechar el recurso importante de la visualización.

Autores: Clara Pamela Perez y Antonio Sângari
Lugar: Depto. de Matemáticas, Facultad de Ciencias Exactas - Consejo de Investigación. Universidad Nacional de Salta
Categoría: Propuesta de Enseñanza. Nivel: Universitario
Expositor: Clara Pamela Perez

Polígonos regulares con regla y compás

En este trabajo desarrollamos la construcción de polígonos regulares con regla y compás con asistencia del soft libre Geogebra. Exponemos procedimientos para crear

herramientas que permiten construir una circunferencia de radio la raíz cuadrada de la longitud de un segmento dado y los puntos de abscisa de las raíces de una ecuación cuadrática. Con esto damos una regla para la construcción del heptadecágono regular.

Autores: M. Fedonczuk, K. Nassiff, M. de Torres y S. Scaglia

Lugar: Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad Autónoma de Entre Ríos, Paraná - Instituto Privado D-164 "Miguel de Cervantes Saavedra", Paraná - Instituto "Nuestra Señora del Huerto", Victoria - Facultad de Humanidades y Ciencias, Universidad Nacional del Litoral

Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Secundario

Expositor: M. Fedonczuk

De los razonamientos a los esquemas de prueba: Un estudio de las justificaciones de estudiantes de secundaria

En la enseñanza de la demostración, resulta de interés identificar previamente las creencias de los estudiantes acerca de qué les convence y qué no les convence. La noción de esquema de prueba remite al tipo de justificación que utiliza un sujeto para convencerse a sí mismo y convencer a otros de la verdad de una afirmación (Sowder y Harel, 1998).

Este informe es parte de una investigación más amplia, cuyo objetivo general es estudiar las limitaciones y potencialidades de una propuesta didáctica diseñada para promover el progreso de los alumnos de diferentes niveles del Sistema Educativo hacia esquemas de prueba más avanzados en Aritmética. Con el objetivo de caracterizar los esquemas de prueba, se identifican previamente los tipos de razonamiento empleados por dos grupos de alumnos (de 3º y 4º año del nivel secundario) en una actividad que involucra el algoritmo de la división.

A partir de un análisis de las justificaciones de los alumnos se identifican cuatro tipos de razonamientos: el Razonamiento No Referencial que comprende, por un lado, las resoluciones por medio de expresiones simbólicas y/o coloquiales desprovistas de sentido desde el punto de vista matemático y las que involucran relaciones matemáticas que no son pertinentes o apropiadas para alcanzar la respuesta; el Razonamiento Empírico Elemental, empleado cuando el alumno sólo efectúa un cálculo sencillo como por ejemplo un recuento simple, cuando verifica casos particulares o resuelve caso por caso sin intentar una generalización; la Generalización de Patrones basada en Resultados, en el cual la prueba se basa únicamente en la regularidad en el resultado obtenido; y la Generalización de Patrones basada en Procesos (Harel, 2008), que se manifiesta como la capacidad de una persona para razonar en términos de las estructuras subyacentes en patrones numéricos y geométricos (Harel, 2008).

Observamos que en tercer y cuarto año el esquema de prueba más frecuente (55,8% y 47% respectivamente) en la actividad analizada es el empírico (ligados a los

razonamientos Empírico Elemental y Generalización de Patrones basada en Resultados), según el cual los sujetos se convencen a partir de la comprobación de una propiedad en ejemplos, mediante la sustitución de números específicos en expresiones algebraicas o la percepción visual. En cuarto año, además, ocupa el segundo lugar con el 29,4% de las justificaciones de los sujetos el esquema de prueba deductivo (ligado a la Generalización de Patrones basada en Procesos), caracterizado porque se intenta justificar mediante un argumento que resulte válido para todos los casos y se apoya en propiedades o definiciones consideradas válidas.

Autores: N. Aguirre y A. Maero

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario

Expositor: N. Aguirre

Iniciando a futuros profesores de matemática en la formulación de sus propias actividades de modelación

Durante los años 2009 y 2010 una de las autoras llevó a cabo una propuesta de enseñanza basada en el trabajo en proyectos en la asignatura Modelos Matemáticos, correspondiente al primer cuatrimestre del tercer año de la Carrera de Profesorado en Matemática, en el Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNRC

En el marco de esta asignatura los estudiantes analizan y construyen modelos determinísticos, discretos y continuos, lineales y no lineales, a partir de situaciones relacionadas principalmente con el ámbito de la Biología, la Física y la vida cotidiana y usan métodos gráficos, analíticos, algebraicos y de simulación.

La evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo a partir de la aplicación del material didáctico elaborado para llevar a cabo la propuesta, permitió no sólo hacer una valoración de dicho material, sino también detectar ciertos condicionantes que obstaculizan e inciden en el proceso de aprendizaje en un ambiente de modelización.

Esto motivó la presentación de un nuevo Proyecto de Innovación e Investigación para el Mejoramiento de la Enseñanza de Grado (PIIMEG) con el objeto de abordar, para su superación, algunas de las restricciones observadas.

En esta presentación se describe dicho proyecto que fuera aprobado por la Secretaría Académica de la UNRC para su implementación durante los años 2011-2012.

Autores: M. V. Arias y A. Sângari

Lugar: Dpto. de Matemáticas. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario

Expositor: M. V. Arias

Construcciones con solo compás

En este trabajo damos una secuencia de pasos a seguir para realizar construcciones con compás solamente, con la asistencia del soft libre Geogebra. Exponemos procedimientos para realizar construcciones del punto medio y doble de un segmento, centro de una circunferencia, intersección de recta con circunferencia y de dos rectas, raíz cuadrada y la expresión del resolvente de segundo grado. Esta secuencia puede ser usada directamente en una situación de enseñanza aprendizaje.

Autores: Betina Abad, Juan Pablo Dioli, Lorena Pastrana y Noelia Velasquez

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Secundario

Expositor: Lorena Pastrana

¿Cómo enseñar el Teorema de Pitágoras en la actualidad?

En la actualidad nos encontramos transitando cambios educativos tanto en lo tecnológico, como en lo metodológico, ya que se puso en marcha dos grandes transformaciones, la primera la implementación de una nueva ley de educación nacional y la segunda la incorporación inevitable de la tecnología en las aulas con la distribución masiva de netbook.

Ante estos acontecimientos es que los docentes deben responder con responsabilidad, planificando sus clases utilizando los nuevos recursos disponibles teniendo en cuenta los cambios en políticas educativas para formar a los estudiantes como consumidores inteligentes y productores críticos.

Por lo tanto, en este trabajo se presenta una propuesta de enseñanza para ser aplicada en la ciudad de Salta con algún grupo de estudiantes de 9° año de EGB. La misma pone en práctica la enseñanza del teorema de Pitágoras haciendo hincapié en donde se puede aplicar; usando como fuente de herramienta el uso del programa GeoGebra, mostrando una opción de trabajo en el aula al docente.

Autores: N. Dal Bianco, S. Martínez y F. Prieto

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: N. Dal Bianco

Objetos matemáticos y registros semióticos para un aprendizaje significativo

El presente trabajo se circunscribe a una propuesta de enseñanza implementada en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa, con alumnos de primer año de Química y Biología que durante el ciclo académico 2010 cursaban Matemática.

Utilizando la plataforma Moodle y los recursos que provee el software GeoGebra se diseñó e implementó una estrategia didáctica para el desarrollo del tema Secciones Cónicas, correspondiente a una de las unidades del programa de esta asignatura.

El proceso de contextualizar objetos matemáticos en situaciones de enseñanza-aprendizaje, no sólo se consolida con la automatización de ciertos tratamientos o la comprensión de nociones, sino que implica una coordinación de registros de representación. Un sujeto comprende el significado de un determinado concepto si, por ejemplo es capaz de reconocer sus propiedades y representaciones características, establecer relaciones con otros objetos y aplicarlo en diversas situaciones problemáticas.

Los docentes que participamos en esta propuesta consideramos que a futuro realizaremos acciones de características similares en otros contenidos, reflexionando sobre nuestra práctica docente y con el objeto de favorecer el aprendizaje de esta disciplina con alumnos de carreras no matemáticas.

Autores: Edith Beltrán, Marta Isabel Carrizo, Melisa Gisselle Escañuela González y María Inés Morales

Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías, Universidad Nacional de Santiago del Estero- Instituto de Enseñanza San Jorge. Santiago del Estero

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: María Inés Morales

La enseñanza a través de proyectos colaborativos apoyados por las TICs en la formación de profesores de matemática

La elaboración de estrategias metodológicas que motiven a los estudiantes a ser parte activa de su propio aprendizaje demanda un replanteo sobre las prácticas educativas, así como también la incorporación al aula de técnicas innovadoras que procuren aprendizajes significativos y contextualizados para los estudiantes.

Frente a un mundo globalizado e interdependiente en el cual el trabajo colaborativo ha adquirido cada vez más relevancia, el uso de estrategias de cooperación

aportan, a la formación del futuro profesional, habilidades y valores que le permitirán responder eficazmente a los requerimientos del mundo laboral.

El presente trabajo describe una experiencia de innovación pedagógica realizada en la asignatura Álgebra II (ubicada en el 2º Módulo del 1º año) de la carrera de Profesorado en Matemática (PM) de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías de la Universidad Nacional de Santiago del Estero. La experiencia se basa en la implementación del Proyecto Colaborativo denominado “El alumno-tutor” y llevado a cabo en forma conjunta con el Instituto de Enseñanza San Jorge, 2º y 3º años del nivel polimodal.

Los fundamentos que sustentaron el proyecto fueron: la necesidad de guiar a los estudiantes de los últimos años de la escuela secundaria ante la nueva etapa que deben enfrentar, los resultados que se desprenden de las evaluaciones del ingreso a nuestra Facultad, el elevado porcentaje de desgranamiento en los primeros años, la posibilidad de formar en las competencias vinculadas al perfil profesional de los alumnos del PM y la necesidad de promover el uso de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

El análisis de la experiencia y el estudio de los datos extraídos de ella, tanto cualitativos como cuantitativos, constituyen un antecedente en el proyecto de investigación: “Incorporación de Entornos Virtuales de aprendizaje en Áreas de Ciencias Básicas. Su impacto en la Formación Universitaria”.

Autores: Lucrecia Avilés, Norma Cifone, Tatiana Gibelli y Álvaro Saldivia

Lugar: Universidad Nacional del Comahue-CURZA

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: Tatiana Gibelli

Propuesta de enseñanza del tema magnitudes usando TICs como facilitadoras de la autorregulación de los aprendizajes

La autorregulación, entendida como control ejecutivo del aprendizaje por parte del que aprende, permite al estudiante analizar sus procesos internos implicados en el logro de resultados académicos. Esta capacidad de autorregulación del aprendizaje resulta esencial para el avance exitoso en estudios de cualquier nivel, especialmente en estudios superiores. Consideramos que el docente, desde la propuesta pedagógica que desarrolla, puede estimular el desarrollo de dichas capacidades. En este sentido, las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) constituyen una herramienta de gran utilidad pues poseen características que resultan adecuadas a este propósito.

En este trabajo, se presenta una propuesta de trabajo con alumnos ingresantes a la universidad en torno al tema magnitudes. En la misma se incorporan recursos TICs, a través del uso de un entorno virtual de enseñanza aprendizaje que permite complementar las actividades presenciales, constituyendo una propuesta de blended learning. Se presentan detalles de esta propuesta junto a una breve introducción al

marco teórico en el que se sustenta. Finalmente se comentan resultados de la implementación y conclusiones.

Autores: F. Gambetta, C. Goitia, V. San Román, C. Zeppa

Lugar: Universidad Nacional del Sur

Categoría: Relato de experiencia. **Nivel:** Universitario

Expositor: C. Zeppa

Utilización del software R para la enseñanza de la estadística: experiencia en un curso de ingeniería

A lo largo de las clases teóricas y prácticas en la cátedra “Estadística A” observamos ciertos conflictos para la comprensión de los conocimientos relacionados con la estadística descriptiva. Esto nos motivó a elaborar una herramienta facilitadora para la aprehensión, el desarrollo y el posterior análisis comparativo de los contenidos desarrollados.

En este trabajo presentaremos la implementación de un curso con modalidad semipresencial utilizando el software libre R como una herramienta didáctica; el mismo se llevó a cabo con un grupo de estudiantes de las carreras de Ingeniería Mecánica e Ingeniería Industrial dictado por docentes del Departamento de Matemática del área de Estadística de la Universidad Nacional del Sur.

La experiencia se diagramó en dos etapas: presencial y no-presencial. La primera etapa se llevó a cabo en algunas clases prácticas de la materia que sirvieron para la presentación e implementación del software. El espacio de trabajo donde se desarrolló fue el laboratorio de informática del Departamento de Matemática de la Universidad Nacional del Sur.

La segunda etapa consistió en que los alumnos resolvieran los ejercicios propuestos en los trabajos prácticos de la cátedra utilizando R comparando los resultados con los obtenidos previamente en papel, finalizando con una puesta en común donde se analizaron las ventajas y desventajas de R. En esta instancia, también, realizamos una devolución individual de los trabajos entregados.

Finalmente, como corolario de esta experiencia, podemos inferir que es posible seguir profundizando en los beneficios que brinda el software R en relación a la enseñanza de la estadística.

Autores: M. A. Gatica, M. V. Hernández y H. Treffinger Cienfuegos
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa
Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario
Expositor: M. V. Hernández

Una modalidad de evaluación diferente en las clases de geometría para licenciatura en matemática

En el presente trabajo se describe una experiencia áulica llevada a cabo en la asignatura Geometría correspondiente al primer cuatrimestre de segundo año de la carrera Licenciatura en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de la Pampa.

Esta experiencia se desarrolló en el ciclo lectivo 2010 y consistió en la implementación de una metodología diferente a la hora de evaluar los aprendizajes adquiridos por los alumnos, a fin de que logaran una mejor comprensión de los conceptos y una mayor autonomía en el aprendizaje. Además, se buscó, promover el desarrollo de las capacidades analíticas y el pensamiento lógico y riguroso del estudiante, así como también iniciarlos en la investigación universitaria en temas relacionados con Álgebra Lineal y Geometría. Todos los objetivos propuestos forman parte del perfil del egresado de la carrera Licenciatura en Matemática.

La propuesta llevada a cabo mostró que los objetivos planteados se lograron, lo cual nos ha incentivado a continuar con acciones de características similares en el desarrollo de la asignatura en los años sucesivos.

Autores: Teresita María Passamai y Claudia Susana Villarreal Cantizana
Lugar: Facultad de Ciencias Exactas, Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta
Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Secundario. Terciario. Universitario
Expositor: Teresita María Passamai

Descripción del taller: Funciones en mi netbook

Es frecuente encontrar en la mayoría de los estudiantes, el problema de la falta de motivación. Como iniciativa para intentar dar solución a esta situación, decidimos plantear propuestas áulicas, que sean similares al hábito cotidiano que el adolescente posee. Esto es el uso de la tecnología informática para aprender matemática. El presente trabajo tiene como fin, compartir con otros docentes, que incursionan estos caminos, para intercambiar experiencias.

Básicamente utilizamos guías de trabajos prácticos con actividades pensadas estratégicamente para el uso del programa libre, "FW" (Funciones para Windows). Con un software libre y el acceso a una computadora (incluso las netbooks en el nivel medio), es oportuno divulgar la riqueza que nos brinda este programa y con herramientas

didácticas apropiadas, es posible lograr una “mirada diferente de la matemática” por parte de los estudiantes.

Para el desarrollo de las actividades a implementarse, nos basamos en:

- La participación activa y voluntaria.
- El interés, como motor para el aprendizaje.
- El trabajo para estimular el desempeño personal competente, colaborativo y no competitivo.

En síntesis: “lápiz, papel y computadora” son los tres componentes indispensables para lograr el aprendizaje, que como docentes esperamos de nuestros estudiantes.

Autores: N. Cardarelli y S. Peparelli

Lugar: Universidad Nacional de Río Cuarto

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: N. Cardarelli

La visualización espacial y los procesos de medición en geología

En el Marco del profesorado de Matemática de la UNRC se implementó un Taller interdisciplinar, el cual se desarrolló en torno a situaciones problemáticas presentadas por docentes de distintas disciplinas, intentando poner en evidencia algunas de las relaciones dialécticas entre la economía; la química; la geología y la matemática.

En el caso de la geología, en los encuentros realizados se planteó que la mayoría de los alumnos fallan ante ciertas actividades que se les presentan o no logran comprender conceptos muy necesarios para el desempeño de su actividad profesional, como la lectura de mapas geográficos o la orientación de vetas (planos) geológicos.

El trabajo que presentaremos fue realizado con la intención de aportar algunos indicadores para el abordaje del problema mencionado. El mismo consistió en el estudio de un problema tipo que se presenta a estudiantes de primer año de Geología, y su resolución, la cual se analizó mediante la realización de una configuración epistémica o sistema de práctica como propone el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, 2009). A partir de esta configuración se analizaron las habilidades de visualización y razonamiento espacial requeridas para la resolución del problema. Identificadas estas habilidades se propusieron actividades, susceptible de ser implementada en el nivel medio y/o en el curso de ingreso a la carrera de licenciatura de geología, que contribuyan al desarrollo de habilidades básicas de visualización y razonamiento espacial.

Autores: Ada María Balladore, Ana María Giunta, Nérida Haydée Pérez, Juan Carlos Palma y J. E. Funes Ochoa

Lugar: Departamento de Matemáticas. Universidad Nacional de San Luis

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Secundario superior

Expositor: J. E. Funes Ochoa

Taller de entrenamiento para alumnos olímpicos

Relatamos una de las actividades que realizó el proyecto OLIMPIADAS de la Secretaría de Extensión Universitaria, auspiciado por la Facultad de Ciencias Físico, Matemáticas y Naturales.

Consideramos la experiencia como un modelo de formación docente modificando la óptica tradicional de resolución de problemas.

La experiencia tiene dos facetas, una es el desarrollo de la capacidad orientadora de los docentes en el razonamiento de los alumnos para resolver problemas y otra es la contribución al desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos, incorporando, al mismo, actividades específicas, de modo de provocar un impacto real en la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de las metodologías a usar en la resolución de problemas. Se procura que el alumno pueda construir el conocimiento matemático en base a experiencias concretas y que el aprendizaje de la Matemática no se limite a la adquisición de una serie de algoritmos.

José H. Nieto, profesor de matemáticas de la Universidad del Zulia en Venezuela con una larga trayectoria en olimpiadas matemáticas, rememora (Resolución de Problemas Matemáticos pág. 27) que en una conferencia, Delone (organizador de las primeras Olimpiadas en Moscú-1935) expresó: “Un alumno no es un recipiente que hay que llenar de conocimientos, sino una antorcha que hay que encender” y considera que este espíritu ha prevalecido hasta nuestros días en la preparación de los alumnos que participan en las olimpiadas. A diferencia de lo que ocurre en la enseñanza tradicional de la matemática, en la cual los alumnos realizan ejercicios mecánicamente sobre los temas especificados en el programa de estudios dejando de lado el placer de entender y pensar por sí mismos, en las Olimpiadas Matemáticas se les presentan verdaderos problemas que no requieren del conocimiento de muchos contenidos, pero sí presentan un desafío tal que en la búsqueda de sus soluciones, los alumnos construyen significados, redescubren conceptos básicos y adquieren habilidades y destrezas de gran utilidad para sus estudios posteriores.

Como conclusiones relacionadas con el estudiante del profesorado destacamos la habilidad adquirida para adaptar su metodología de enseñanza a la necesaria para ser comprendido por alumnos de nivel primario analizando sus propios procesos de pensamiento.

Autores: Ernesto Aljinovic y Jorge Endelli

Lugar: CBC - Universidad Buenos Aires, Universidad Nacional de Quilmes

Categoría: Propuesta de enseñanza. Nivel: Universitario

Expositor: Ernesto Aljinovic

Inversa de una matriz

Casi todos los libros de álgebra, definen la inversa de una matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ como la única matriz A^{-1} tal que $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, siendo I la matriz identidad de $\mathbb{R}^{n \times n}$ [1,2,3,5,6]. Esta definición, no niega la posibilidad que exista una matriz A' que cumpla $AA' = I$ y $A'AI$ ó $AA'I$ y $A'A = I$, la cual no sería una inversa según la definición. Si bien sabemos que no existe dicha matriz A' , también es cierto el bache dejado por la definición. Unos pocos libros, se toman el trabajo de demostrar que si $AA' = I$, entonces $A'A = I$, para lo cual utilizan matrices elementales [4]. En esta propuesta de enseñanza, presentaremos una solución a este problema sin la utilización de matrices elementales, utilizaremos los conceptos del método de reducción de Gauss- Jordan.

Referencias

- [1] Anton, H., Introducción al álgebra lineal, 3º edición, Limusa, 1998.
 - [2] Grossman, S.I., Álgebra lineal, 6º edición, Mc Graw Hill, 2008.
 - [3] Kolman, B., Hill D.R., Álgebra lineal, 8º edición, Pearson, 2006.
 - [4] Homan K., Kunze R., Linear algebra, 2º edición, Prentice Hall, 1971.
 - [5] Lay, D.C., Álgebra lineal y sus aplicaciones, 2º edición, Addison Wesley, 1999.
 - [6] Poole D., Álgebra lineal (Una introducción moderna), Thomson, 2004.
-

Autores: Leonor I. Bumalén y María Elena Higa

Lugar: Universidad Nacional de Salta

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: Leonor I. Bumalén

Un espacio virtual en el curso de ingreso a la Facultad de Ciencias Exactas-Año 2010

En el marco del Ciclo de Introducción a los Estudios Universitarios (CILEU) de la Universidad Nacional de Salta, la Facultad de Ciencias Exactas (FCE) en el año 2010, adhiere a la modalidad combinada prevista en el CILEU 2010, integrando actividades y encuentros en instancias presenciales y virtuales. El CILEU-FCE tuvo el carácter de obligatorio no eliminatorio.

Las tareas que los alumnos debían cumplir, en el entorno virtual fueron elaboración de informes, interpretación de textos y de otros materiales de enseñanza en diferentes formatos, respuesta a cuestionarios, encuestas, participación en foros con fines académicos y toda otra actividad diseñada para trabajar competencias generales previstas en el CILEU.

En este trabajo se muestra la experiencia llevada a cabo en el entorno virtual, para la modalidad a Distancia, con los alumnos ingresantes a la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta en el año 2010.

El entorno virtual se diseñó en dos módulos: uno común para todos los alumnos de la universidad denominado módulo de ambientación, con una duración de 2 semanas; y otro para los alumnos sólo de la FCE, con una duración de 3 semanas, haciendo uso de la Plataforma Moodle como soporte para el desarrollo de las actividades virtuales.

El objetivo general de la propuesta pedagógica para la modalidad a distancia fue: "Que el alumno desarrolle una actitud de autonomía y responsabilidad hacia el estudio de la matemática a través de actividades propuestas en el entorno virtual".

Los temas considerados como ejes conductores, complementarios a los temas específicos dictados en la presencialidad, fueron:

- La importancia de la Matemática
- Los lenguajes Matemáticos
- La resolución de problemas

De lo analizado se desprende que esta experiencia en la Modalidad a Distancia, si bien produjo incertidumbres tanto en alumnos como docentes al principio, se desarrolló sin mayores contratiempos y con un impacto positivo en la comunidad universitaria, logrando en los alumnos un sentido de responsabilidad y un acercamiento a la autonomía.

Una debilidad a salvar en el futuro es la insuficiente cantidad de docentes tutores del entorno, en este año fueron dos tutores, lo que provocó, en ocasiones, retraso en las devoluciones, como consecuencia no le permitió al alumno superar los errores cometidos en las actividades posteriores. Esta situación se ve reflejada en el 24% de los alumnos que consideraron insuficiente la comunicación con el tutor.

Se observó también que varios alumnos del interior que no concurren a la instancia presencial de curso de ingreso, si lo hicieron accediendo al entorno virtual. Mientras que los del interior que se trasladaron para realizar la instancia presencial, no realizaron la virtual ya que, se supone que no disponían de los medios para hacerlo.

Autores: S. González de Galindo, L. Holgado de Mejail, M. Marcilla, S. Mercau de Sancho y P. Villalonga de García,

Lugar: Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia. Universidad Nacional de Tucumán

Categoría: Trabajo de investigación. Nivel: Medio-Universitario

Expositor: S. González de Galindo

Diagnóstico de procedimientos matemáticos sostenes de la unidad de límite

Este artículo constituye un avance del Proyecto: "Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática", del Consejo de investigación de la Universidad Nacional de Tucumán. Su objetivo

fue diagnosticar el desarrollo de ciertos procedimientos matemáticos, necesarios para abordar el aprendizaje de la unidad: Límite de una función.

El marco teórico de referencia se basó en el sistema de procedimientos matemáticos definido por Hernández Fernández, Delgado Rubí y Fernández de Alaíza. El marco teórico metodológico siguió principios de Samaja, que orientaron la construcción del objeto modelo de la investigación.

Para lograr el objetivo de este trabajo se elaboró una prueba escrita que contenía cinco ítems, cuyas soluciones requerían el dominio de los siguientes procedimientos matemáticos: Identificar, Interpretar, Recodificar, Calcular, Graficar y Controlar. La prueba fue validada mediante juicio de expertos e implementada a la totalidad de los alumnos de una asignatura, de primer año del área Matemática, de una Facultad de Ciencias. Posteriormente se seleccionó una muestra aleatoria sistemática de 60 protocolos.

Un estudio descriptivo de los datos indicaría que los procedimientos matemáticos más desarrollados en los estudiantes fueron: Identificar (75%), Interpretar (60%), Calcular (58%) y Graficar (55%). Por su parte, se observa menor dominio de los procedimientos: Recodificar (38%) y Controlar (8%). La toma de conciencia del escaso desarrollo de estos dos procedimientos determinó que en el diseño del material instruccional a implementar en la estrategia didáctica, se incluyeran diversas actividades que los requieren y contribuyen a su dominio. También se decidió dar relevancia a actividades que impliquen el procedimiento Graficar.

Con respecto a Recodificar sería aconsejable incorporar, en el curso de admisión a esta Facultad, un espacio curricular orientado al aprendizaje del lenguaje simbólico y a la transformación entre representaciones de distintos registros semióticos.

Autores: Graciela Benzal y Carmen Torrente

Lugar: Instituto de Matemática. Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia. Universidad Nacional de Tucumán

Categoría: Relato de experiencia. Nivel: Universitario

Expositor: S. González de Galindo

Matemática en el contexto de la Licenciatura en Química

El propósito de este trabajo es mostrar un modo de integrar la matemática y la química a través de las asignaturas Matemática III y Matemática IV de la carrera de Licenciatura en Química de la Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia de la Universidad Nacional de Tucumán. Asignaturas que tienen entre sus objetivos el de contribuir a una formación interdisciplinaria a través de la matemática aplicada, entendida ésta en sentido amplio.

Para esta presentación se mostrará cómo se enfocan la introducción a temas de la geometría espacial, del álgebra lineal y de la teoría de grupos para formalizar y así abstraer y generalizar el concepto de operaciones de simetría de una estructura

molecular. Y mostrar además cómo este conjunto de operaciones, que el alumno ya estudió en otras asignaturas de la carrera, satisfacen los axiomas de un grupo matemático.

Esta manera de abordar estos contenidos matemáticos quiebra, de algún modo, con el desarrollo lineal de los mismos como frecuentemente se encuentra en la literatura. Asimismo, puede ser considerada como una estrategia pedagógica que permite al alumno percibir la integración de la química y la matemática en acto.

◇¹⁷

¹⁷Cuando el paciente compilador de las comunicaciones de la UMA llega a este punto siente la satisfacción del trabajo realizado.

Reunión Anual de la UMA 2012

La Reunión de la UMA del 2012 tendrá lugar en la ciudad de Córdoba. Las reuniones de Educación Matemática y de Estudiantes de Matemática se realizarán del 6 al 10 de agosto de manera habitual, mientras que la Reunión de Comunicaciones Científicas no realizará sus habituales sesiones, ya que las actividades científicas estarán centradas en las del IV Congreso Latinoamericano de Matemáticos la misma semana. En los siguientes párrafos damos más detalles del CLAM.

IV CLAM Congreso Latinoamericano de Matemáticos

El CLAM se desarrollará del 6 al 10 de agosto en la Universidad Nacional de Córdoba. Es la cuarta reunión del congreso que reúne a matemáticos de Latinoamérica y el Caribe, para presentar resultados de investigaciones recientes y aplicaciones. Las anteriores ediciones tuvieron lugar en Rio de Janeiro (2000), Cancún (2004), y Santiago de Chile (2009).

El congreso incluye conferencias plenarias, conferencias invitadas y ponencias distribuidas en 17 sesiones temáticas, además de cursos cortos, espacios para pósters y discusiones informales.

El congreso está organizado por la Unión Matemática de América Latina y el Caribe (UMALCA), la Unión Matemática Argentina (UMA), la Facultad de Matemática, Astronomía y Física (FaMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC) y el Centro de Investigaciones y Estudios de Matemática (CIEM- CONICET). Cuenta con el apoyo de institutos de matemática, de universidades, sociedades matemáticas de Argentina y Latinoamérica.

Comité Científico

J. Lucas Barbosa (U. Fortaleza) (Presidente del Comité), Carlos Cabrelli (U. Buenos Aires), Pablo Ferrari (U. Buenos Aires), Irene Fonseca (U. Carnegie Mellon), Nigel Hitchin (Oxford U.), Mike Hopkins (Harvard U.), Renato Irurriaga (CIMAT, México), Juan Maldacena (I. Estudios Avanzado Princeton), Roberto Markarian (U. la República, Montevideo), Gustavo Ponce (U. California, Sta. Barbara), Marcio Soares (U. Federal Minas), Juan Alfredo Tirao (U. Córdoba), Jose Luis Torrea (U. Autónoma Madrid), Maria Eulalia Vares (CBPF, Rio).

Conferencias plenarias

Guillermo Cortinas (UBA)
Stephane Jaffard (UPEC)
Raul Manasevic (UCLA)
Marcelo Viana (IMPA)
Cedric Villani (Institut Henri Poincaré)

Sesiones temáticas

Análisis Real y Armónico y Teoría de la Aproximación	Álgebra
Combinatoria y Matemática Discreta	Análisis Funcional
Ecuaciones Diferenciales Parciales	Análisis Numérico
Geometría Algebraica y Álgebra Conmutativa	Estadística
Geometría y Topología	Física Matemática
Lógica y Computabilidad	Probabilidades
Matemática en la Ciencia y Tecnología	Teoría de Lie
Sistemas Dinámicos y Teoría Ergódica	Teoría de Números
Teoría de Control y Optimización	

Envío de trabajos

Los trabajos pueden enviarse en idioma español, portugués o inglés, eligiendo una sesión para presentarlo, indicando si se desea hacer una presentación oral o un póster.

Dirección de envíos: trabajos.ivclam@gmail.com

Fecha límite de envíos: 13 de abril.

Notificación de aceptación: 24 de mayo.

Cursos

The rationality problem in Algebraic Geometry, por Carolina Araujo, IMPA, Río de Janeiro, Brasil.

Geometric Invariants of Harish-Chandra modules, por Leticia Barchini, Oklahoma State University, USA.

El problema de Bahri-Coron, por Mónica Clapp, Universidad Autónoma de México, México.

Reducción de dimensiones. Problemas de clasificación, por Liliana Forzani, IMAL, Santa Fe, Argentina.

Introducción a la inferencia causal, por Andrea Rotnizky, Dept. of Bio-Statistics, Harvard School of Public Health, USA y Universidad Torcuato T. Di Tella, Argentina.

Métodos de Optimización aplicados a problemas de Energía, por Claudia Sagastizábal, Centro de Pesquisas de Energia Eléctrica (CEPEL), Brasil.

Mesas de debate

Articulación de la enseñanza de la matemática en Argentina.

La investigación en matemática en Argentina: avances y perspectivas.

Premio UMALCA

El Premio UMALCA está dirigido a distinguir a matemáticos con lugar de trabajo en universidades o centros de investigación de Latinoamérica y el Caribe, que hayan desarrollado una significativa labor en su área de conocimiento así como una remarkable actividad en el desarrollo de la ciencia matemática de la Región. La decisión

Reunión Anual de la UMA 2012

sobre los acreedores al Premio es responsabilidad del Comité Científico del Congreso. El Premio consistirá en la entrega de una medalla y un diploma distintivos y en el dictado de una conferencia en el marco del Congreso.

La información para las postulaciones se pueden ver en la página web del congreso. Las postulaciones se reciben hasta el 29 de febrero.

Inscripción

Está disponible en la página web la ficha para realizar la inscripción. Los pagos se realizan en la recepción del congreso.

	Estudiantes de postgrado	Otros
Miembros UMA	U\$S 50	U\$S 50
No miembros UMA	U\$S 100	U\$S 150

Comité Organizador

Coordinadora: Isabel Dotti.

Miembros: Viviana Díaz, Sebastián Ferraro, Sheldy Ombrosi, Pablo Panzone, Julián Fernández Bonder, Teresa Krick, Ursula Molter, Jorge Adrover, Elvio Pilotta, Liliana Alcón, Jorge Antezana, María Etchechoury, Laura Schuverdt, Héctor Cuenya, Beatriz Viviani, y Pedro Morin.

Contacto con UMA: Nicolás Andruskiewitsch.

Contacto

Correo electrónico: ivclam2012@famaf.unc.edu.ar

Teléfono: (54-351) 433-4051 int. 381

Dirección: CIEM-FaMAF-UNC, Ciudad Universitaria. (5016) Córdoba, Argentina.

Sitio Web: <http://www.famaf.unc.edu.ar/clam2012>

Congresos satélites del CLAM

Hasta la fecha se realizarán dos congresos en fechas vecinas al CLAM.

- *VI Encuentro Nacional de Álgebra (eIENA)*, La Falda, del 2 al 4 de agosto.
Sitio web: <http://www.famaf.unc.edu.ar/ciem/elena6/>
- *Dynamical System Conference*, Montevideo, del 13 al 17 de agosto.
Sitio web: <http://imerl.fing.edu.uy/sdm2012/>

UNIÓN MATEMÁTICA ARGENTINA

Comisión Directiva

Presidente	Eleonor Harboure
Vicepresidente Primero	Hugo Aimar
Vicepresidente Segundo	Nicolás Andruskiewitsch
Secretario	Beatriz Viviani
Prosecretario	Bruno Bongioanni
Tesorero	Liliana Forzani
Protesorero	Manuela Busaniche
Director de Publicaciones	Jorge Lauret
Vocales Suplentes	Liliana Alcón
	Ana Bernardis
	Sergio Celani
	Pablo de Nápoli
	Javier Fernández
	Élida Ferreyra
	Pablo Groisman
	Sheldy Ombrosi

Vocales Regionales (titulares y suplentes)

Centro	Elvio Pilotta, Eduardo Hulett
Cuyo	Bárbara Bajuk, Ana Benavente
Buenos Aires y cercanías	Ursula Molter, Liliana Alcon
Litoral	Eduardo Santillán Marcus, Pedro Morin
Noreste	Rubén Cerutti, Víctor Wall
Noroeste	Eudosa Díaz, Gustavo Juárez
Sur	Alfredo González, María Gatica

Comisión Revisora de Cuentas

Titulares: Osvaldo Gorosito, Silvia Hartzstein, Gladis Pradolini

Suplentes: Marilina Carena, Eduardo Garau, Roberto Scotto

Dirección postal: Unión Matemática Argentina

Instituto de Matemática Aplicada del Litoral - CCT Santa Fe
Güemes 3450
S3000GLN Santa Fe
Argentina

Tel.: +54-342-4559155 (int. 2161)

Fax: +54-342-4559944

E-mail: uma@union-matematica.org.ar

Sitio web: <http://www.union-matematica.org.ar>

Secretarios Locales

Laura Rueda

Depto. de Matemática
Universidad Nacional del Sur
Avda. Alem 1253
8000 BAHÍA BLANCA

Gustavo Juarez

B° Avellaneda y Tula - Casa n° 102
4700 CATAMARCA

Germán Torres

FaMAF - Ciudad Universitaria
M. Allende y Haya de la Torre
5000 CÓRDOBA

Nydia Dal Bianco

Fac. Cs. Exactas y Naturales
Uruguay 151
6300 Santa Rosa - LA PAMPA

Guillermo Valdéz

Depto. de Matemática- FCEyN
Universidad Nacional de Mar del Plata
Funes 3250
7600 MAR DEL PLATA

Cristina Cano

Depto. de Matemática
Fac. de Economía - UNCo
Buenos Aires 1400
8300 NEUQUÉN

Adriana M. González

Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas - UNRC
Ruta 36 Km 601
X5804ZAB RÍO CUARTO

Graciela Fernández/Daniel Galicer

Depto. de Matemática - FCEyN
Universidad de Buenos Aires
Pab. I Ciudad Universitaria
1428 CAPITAL FEDERAL

María Mendonça

San Martín 1426
9000 COMODORO RIVADAVIA

Rubén Cerutti

Depto. de Matemática- FCEyN - UNNE
9 de Julio 1449
3400 CORRIENTES

Adriana Galli

Depto. Matemática
Fac. Cs. Exactas - UNLP
Calle 47 y 115- 1900 LA PLATA

Liliana Zaragoza

Juan B. Justo 441
5501 GODOY CRUZ
MENDOZA

Víctor Wall

Facultad de Cs. Exactas,
Químicas y Naturales - UNAM
Entre Ríos 2419
3300 POSADAS

María Cristina Sanziel

Fac. de Ciencias Exactas
Ingeniería y Agrimensura - UNR
Av. Pellegrini 250
2000 ROSARIO

Mercedes Heredia

Lavalle y Alem
4440 METÁN
SALTA

Eudisia (Nena) Diaz de Hibbard

Depto. de Matemática
Fac. de Ciencias Exactas - UNSa
Buenos Aires 177
4400 SALTA

Virginia Montoro

Centro Regional Univer. Bariloche
Quintral 1250
8400 S. C. DE BARILOCHE

Delfina Femenia

FFHA - UN de San Juan
Av. Ignacio de la Roza 230(O)
5400 SAN JUAN

Bárbara Bajuk

Depto. de Matemática - UNSL
Ejército de los Andes 950
5700 SAN LUIS

Ana Benavente

Depto. de Matemática - UNSL
Ejército de los Andes 950
5700 SAN LUIS

Stella Maris Vaira

Depto. Matemática - FBCB - UNL
Pje. El Pozo - Cdad. Universitaria
3000 SANTA FE

Ismael Gómez

Depto. de Matemática -FCE
UN de Santiago del Estero
4200 SANTIAGO DEL ESTERO

Marta García

FCE-UNCPBA
Campus Universitario
Paraje Arroyo Seco
7000 TANDIL

Susana Gloria González de Quevedo

Fac. de Ingeniería
UN de la Patagonia
Belgrano 504 - 2º p.
9100 TRELEW CHUBUT

Marcela Lazarte

Pje. Roca 4369
4000 TUCUMÁN

Ricardo Zalik

221 Parker Hall,
Department of Mathematics and Statistics
ALABAMA 36849-5310 USA

Socios de la UMA

Para asociarse a la UMA completar el formulario de inscripción disponible en http://www.union-matematica.org.ar/institucional/planilla_inscrip.pdf y contactarse con el Secretario Local para realizar el pago de la cuota correspondiente al año en curso.

Modos de pago de la cuota anual.

- Pago directo en efectivo al Secretario Local.
- Por transferencia bancaria:

BANCO FRANCÉS

Sucursal: 210

Dirección: San Martín 2515 - (3000) Santa Fe

Cuenta Corriente en Pesos N°: 210-156885

CBU: 0170210320000001568855

Titulares: Eleonor Harboure y Liliana Forzani

Una vez realizada la transferencia se debe enviar un mail adjuntando el comprobante de la misma a uma.tesoreria@gmail.com y al correspondiente Secretario Local, colocando en el asunto del mail el nombre y apellido. (Esto es indispensable para que su pago quede registrado).

Solicitar el recibo del pago por mail al Secretario Local o retirar el recibo en la Secretaría Local.

Montos de la cuota 2011/2012.

	al 10 de Abril	al 10 de Agosto	Año Vencido
Titular	\$150	\$190	\$230
Adherente	\$120	\$150	\$180
Institucional	\$1000	\$1000	\$1000

Publicaciones

Revista de la Unión Matemática Argentina

ISSN 0041-6932

■ **Director**

Jorge Lauret

■ **Subdirectores**

Liliana Forzani, Luis A. Piovan, María Julia Redondo, Ignacio Viglizzo.

■ **Consejo Editorial**

Manuel Abad	Roberto Miatello
Carlos Cabrelli	Carlos Olmos
Luis Caffarelli	María Inés Platzeck
Hernán Cendra	Horacio Porta
Roberto Cignoli	Enrique Pujals
Gustavo Corach	Guido Raggio
Guillermo Cortiñas	Tudor Ratiu
Alicia Dickenstein	Jorge Eduardo Solomín
Isabel Dotti	Domingo Tarzia
Ricardo Durán	Juan Tirao
Pablo Ferrari	Jorge Vargas
Alberto Grünbaum	Víctor Yohai
Eleonor Harboure	Wolfgang Ziller
Roberto Macías	Felipe Zó
Juan Carlos Marrero	

Correo electrónico: revuma@criba.edu.ar

Sitio web: <http://inmabb.criba.edu.ar/revuma/>

Dirección postal: Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253
B8000CPB Bahía Blanca
Argentina

Revista de Educación Matemática

ISSN N° 0326-8780

ISSN N° 1852-2882 (en línea)

- **Director**
Jorge Vargas
- **Vice-directora**
Carina Boyallian
- **Secretario Ejecutivo**
Bernardino Audisio
- **Secretaria de Edición**
Luisa I. Gallardo

Correo electrónico: revm@famaf.unc.edu.ar

Sitio web: http://www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/

Dirección postal: FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba
M. Allende y Haya de la Torre
Ciudad Universitaria
5000 Córdoba, Argentina.

TE: 54-351-4334051/52 Int: 131

Fax: 54-351-4334054

Noticiero de la Unión Matemática Argentina

ISSN 1514 - 9560 (Versión impresa)

ISSN 1514 - 9595 (Versión electrónica)

▪ **Editor**

Ivana Gómez

▪ **Colaborador**

Silvia Hartzstein

Correo electrónico: noticiero.uma@gmail.com

Sitio web: <http://www.notiuma.santafe-conicet.gov.ar>

Dirección postal: Instituto de Matemática Aplicada del Litoral (IMAL)
Güemes 3450
S3000GLN Santa Fe
Argentina.

Tel.: +54-342-4559155 (int. 2165)

Fax: +54-342-4559944